

Estadística Instrumental
Mètodes i procediments
estadístics

**Comptabilitat
econòmica de
Catalunya
i mètodes de
trimestralització**



Generalitat de Catalunya
**Institut d'Estadística
de Catalunya**

© Generalitat de Catalunya
Institut d'Estadística de Catalunya
1a. edició: Barcelona, juny 1996
Tiratge: 300 exemplars
ISBN 84-393-3885-6
Dipòsit Legal: B-9338-1996



Estadística Instrumental
Mètodes i procediments estadístics

Comptabilitat econòmica de Catalunya i mètodes de trimestralització

Jordi Suriñach Caralt (*)
Jordi Pons Novell (*)
Ernest Pons Fanals (*)

Publicació elaborada en el marc del conveni de cooperació entre l'Institut
d'Estadística de Catalunya i la Universitat de Barcelona

(*) Dept. d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola (Universitat de Barcelona)

Generalitat de Catalunya
**Institut d'Estadística
de Catalunya**

Presentació

Conèixer amb rigor i puntualitat l'evolució de les principals macromagnituds de l'economia catalana és, sens dubte, un objectiu important per a l'estadística oficial de la Generalitat. El caràcter de síntesi de les principals macromagnituds i, en particular, del producte interior brut (PIB), la pluralitat de les fonts d'informació implicades i la consistència dels seus resultats en el temps, fa que el procés d'ajust d'aquestes estimacions es pugui allargar d'una forma considerable. Per aquesta raó, l'Oficina d'Estadística de les Comunitat Europees, l'EUROSTAT, ha fixat un període, fins a quatre anys, per publicar les estimacions definitives de l'economia dels països de la Comunitat Europea. Com és lògic, abans d'aquesta data límit es van fer estimacions no definitives. Aquesta circumstància ha fet habitual l'obtenció de resultats que són "primeres estimacions", "avanços" i "estimacions provisionals".

Malgrat aquest procés complex d'estimació de les macromagnituds, la necessitat de conèixer puntualment, de forma sintètica, l'evolució de l'economia ha portat aquests conceptes a l'àmbit dels indicadors de conjuntura econòmica, concretament, per la via de la trimestralització de les sèries anuals de la comptabilitat nacional. Per a l'economia espanyola, l'Instituto Nacional de Estadística va començar a oferir la comptabilitat trimestral a inicis dels anys 90. L'Institut d'Estadística de Catalunya ha començat a presentar el càlcul trimestral del PIB de l'economia catalana pel costat de l'oferta al llarg del 1995. Durant el 1996 l'Institut podrà oferir un seguiment de l'economia catalana complet en termes de macromagnituds. En concret, es podrà fer el seguiment de la nostra economia a partir de la desagregació del PIB pel costat de l'oferta i, també, pel costat de la demanda. Aquesta darrera aproximació inclou els conceptes de consum privat, consum públic, formació bruta de capital fix, operacions corrents amb l'estranger (de béns i serveis) i, finalment, saldo aparent de les operacions corrents amb

la resta d'Espanya. Totes aquestes aproximacions són inèdites a l'estadística regional espanyola.

Un projecte complementari al que acabem d'esmentar és la trimestralització de les sèries històriques de les macromagnituds de l'economia catalana. En aquest àmbit de treball, l'Institut ha comptat amb la col·laboració de la Universitat de Barcelona. L'equip que dirigeix el Dr. Manuel Artís ha aplicat, amb el rigor metodològic que caracteritza el seu grup d'investigació, els mètodes de trimestralització més reconeguts a la bibliografia economètrica actual. Per aquesta raó, voldria cloure fent palès el meu agraïment a l'equip universitari responsable del treball pel seu esforç i rigor metodològic en el desenvolupament d'aquesta investigació.

Jordi Oliveras i Prats
Director de l'Institut d'Estadística de Catalunya

Introducció

Un dels grups de recerca establerts al si del Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola de la Facultat d'Econòmiques de la Universitat de Barcelona, anomenat d'Anàlisi Quantitativa Regional, i que tinc la satisfacció de dirigir, agrupa un conjunt de professors, les línies de recerca dels quals s'emmarquen en el camp genèric de l'economia aplicada. Concretament, el seu àmbit d'estudi abasta la realitat econòmica, tant catalana com espanyola, i ve caracteritzat per la utilització de tècniques quantitatives d'anàlisi.

Una de les àrees de treball en què es mou l'equip esmentat la constitueix el conjunt d'estudis que genèricament podríem englobar dins la denominació d'anàlisi de la conjuntura econòmica. Encara que és cert que no es pot ni de bon tros identificar conjuntura amb trimestralització de macromagnituds, no ho és menys que ambdues qüestions que estan referides al mateix entorn, a l'haver de treballar amb dades d'alta freqüència. És en aquest camp doncs, on amb el suport de l'Institut d'Estadística de Catalunya, s'ha dut a terme un projecte de col·laboració, d'interès mutu, adreçat a poder presentar les sèries trimestrals de les macromagnituds de l'economia catalana.

Fruit de tal col·laboració, presentem un primer treball, on s'ha fet una estimació preliminar trimestral del valor afegit brut de Catalunya, a quatre sectors. Caldria destacar que per tal d'assegurar l'homogeneïtat dels resultats de Catalunya amb els del conjunt de l'Estat, (recollits a la *Contabilidad Nacional Trimestral de España*) s'ha intentat resseguir al màxim la metodologia que utilitza l'Instituto Nacional de Estadística (INE).

El procediment emprat implica que el que es presenta en aquest document és la component tendència-cicle trimestral de les sèries de valor afegit brut de Catalunya. Òbviament, aquesta translació s'ha fet intentant tenir en compte, per un cantó, les particularitats de la nostra economia i, per l'altre, la informació estadística disponible.

En tot cas voldria fer constar que la tasca duta a terme pel grup de recerca, de la qual aquest treball n'és un exponent, pretén oferir a la societat un servei que permeti disposar de més informació als polítics en el seu procés de decisió, ajudar a conèixer les perspectives futures als empresaris o conèixer millor un sector econòmic concret. Entenem que tot això és una de les principals obligacions que tenim els que ens dediquem a la Universitat, tot possibilitant que els nostres coneixements contribueixin a facilitar l'estudi dels problemes concrets que la realitat econòmica de Catalunya té plantejats.

Barcelona, gener de 1996

Manuel ARTÍS ORTUÑO
Director de Departament
Universitat de Barcelona

PART I METODOLOGIA

1. INTRODUCCIÓ

1.1 Comptabilitat trimestral de Catalunya i anàlisi conjuntural	2
1.2 Procés d'elaboració de la comptabilitat trimestral de Catalunya	6

2. MÈTODES DE TRIMESTRALITZACIÓ DE MAGNITUDS ECONÒMIQUES ANUALS

2.1 Plantejament general	9
2.2 Mètodes de trimestralització sense indicadors	11
2.2.1 Mètode de Lisman i Sandee	11
2.2.2 Mètode de Zani i Greco	13
2.2.3 Mètode de Boot, Feibes i Lisman	14
2.2.4 Mètode de les mitjanes mòbils ajustades	19
2.3 Mètodes de trimestralització amb indicadors	23
2.3.1 Mètode de Vangrevelinghe	23
2.3.2 Mètode de Ginsburg	26
2.3.3 Mètode de Di Fonzo i Filosa	30
2.3.4 Mètode de Denton	32
2.4 Estimació òptima de les dades trimestrals	38
2.4.1 Mètode de Chow-Lin	38
2.4.2 Interpretació del mètode de Chow-Lin	42
2.4.3 Aplicació pràctica del mètode de Chow-Lin	46

3. ESTIMACIÓ DEL SENYAL CICLE-TENDÈNCIA DELS INDICADORS

3.1 Introducció	53
3.2 Tècniques estadístiques d'extracció de senyals	54
3.3 Senyal de nivell d'una sèrie econòmica	62
3.4 Filtre de línies aèries modificat (LAM)	64

PART II RESULTATS

4. ESTIMACIÓ DEL VALOR AFEGIT BRUT (VAB) TRIMESTRAL DE CATALUNYA

4.1 Introducció	79
4.2 Recopilació dels indicadors disponibles	80
4.3 Extracció del senyal cycle-tendència	81
4.4 Selecció d'indicadors	83
4.4.1 Indicadors de la indústria	83
4.4.2 Indicadors de la construcció	85
4.4.3 Indicadors dels serveis	86
4.5 Trimestralització de les sèries anuals	88

5. AVALUACIÓ DE LA CAPACITAT PREDICTIVA

5.1 Introducció	90
5.2 Avaluació de la capacitat predictiva a mitjà termini	91
5.2.1 Sector industrial	92
5.2.2 Sector de la construcció	93
5.2.3 Sector dels serveis	94
5.2.4 Sector agrari	96
5.2.5 Valor afegit brut total	97
5.3 Avaluació de la capacitat predictiva a curt termini	98
5.3.1 Sector industrial	99
5.3.2 Sector de la construcció	100
5.3.3 Sector dels serveis	101
5.3.4 Sector agrari	101
5.3.5 Valor afegit brut total	102
5.4 Capacitat predictiva de l'evolució econòmica espanyola	104
5.4.1 Sector industrial	104
5.4.2 Sector de la construcció	105
5.4.3 Sector dels serveis	106
5.4.4 Sector agrari	107
5.4.5 Valor afegit brut total	108

5.5 Valoració estadística de la capacitat predictiva	109
5.6 Revisions de les estimacions	112
 6. EVOLUCIÓ CÍCLICA DE CATALUNYA I D'ESPANYA	
6.1 Introducció	114
6.2 Anàlisi del creixement diferencial entre Catalunya i Espanya	114
6.3 Intensitat de les oscil.lacions cícliques	116
6.4 Anàlisi del desfasament entre les economies catalana i espanyola ..	122
 7. CONSIDERACIONS FINALS	128
 8. BIBLIOGRAFIA	130
 ANNEX 1. CONCEPTES BÀSICS DE L'ANÀLISI ESPECTRAL	136
ANNEX 2. FUNCIÓ DE DESFASAMENT DEL FILTRE LAM	151
ANNEX 3. AGREGACIÓ DE SÈRIES TEMPORALS	156
ANNEX 4. DESCRIPCIÓ DELS INDICADORS DISPONIBLES	160
ANNEX 5. MODELS CICLE-TENDÈNCIA DELS INDICADORS	169
ANNEX 6. SÈRIES DE COMPTABILITAT ANUAL DE REFERÈNCIA	170
ANNEX 7. COEFICIENTS DE CORRELACIÓ ENTRE ELS INDICADORS	
I EL VAB	173
ANNEX 8. SÈRIE TRIMESTRAL HISTÒRICA	176
ANNEX 9. <i>CONTABILIDAD NACIONAL TRIMESTRAL DE ESPANYA</i> (INE) ...	182
ANNEX 10. GRÀFICS	188

PART I

METODOLOGIA

1. INTRODUCCIÓ

1.1 Comptabilitat trimestral de Catalunya i anàlisi conjuntural

Una de les eines estadístiques més importants per al coneixement de l'evolució de l'activitat econòmica en qualsevol àmbit territorial és la disponibilitat d'una comptabilitat anual. Tot i que aquest tipus d'informació és a l'abast ja fa bastants anys per al conjunt de l'Estat espanyol, fins no fa gaire no era possible fer un seguiment de l'evolució econòmica de cada una de les comunitats autònomes. En aquest sentit, ha estat fonamental l'esforç que ha fet l'Instituto Nacional de Estadística (INE) per elaborar la *Contabilidad regional de España* (CRE). L'aparició d'aquesta publicació ha permès la construcció d'un marc macroeconòmic de referència per a tots els investigadors i analistes interessats a estudiar l'evolució econòmica a nivell regional.

Tot i la importància d'aquest tipus d'informació, el retard en la seva disponibilitat no permet fer un seguiment de l'evolució econòmica a curt termini que ajudi a detectar, amb certa rapidesa, canvis en el ritme d'activitat; és a dir, fa difícil, per no dir pràcticament impossible, una vertadera anàlisi de conjuntura econòmica. Aquesta necessitat d'efectuar un seguiment de l'activitat econòmica en un termini curt va motivar que l'INE desenvolupés, durant la dècada dels anys 80, la *Contabilidad nacional trimestral*. Cal no oblidar tampoc la importància dels treballs previs realitzats a l'entorn del Servicio de Estudios del Banco de España, pioners a Espanya (Banco de España (1975) i Sanz (1981)).

L'objectiu que ha impulsat l'elaboració de la *Comptabilitat trimestral de Catalunya* és el d'arribar a disposar d'una eina que permeti fer un seguiment a curt termini de quina és l'evolució de l'economia catalana, ja sigui per comprovar la semblança entre aquesta evolució i l'espanyola, per analitzar les diferències o desfasaments temporals que es presenten entre ambdues evolucions, o bé per determinar els canvis en l'evolució cíclica de la nostra economia.

El punt de referència d'aquest projecte ha estat el de la *Contabilidad nacional trimestral*

(INE, 1993) per un doble motiu. D'una banda, perquè és el projecte més important d'aquest tipus dut a terme a Espanya i, d'altra banda, perquè una de les aplicacions potencials de l'obtenció de les sèries de comptabilitat trimestral de Catalunya és la de comparar-les amb les sèries equivalents d'Espanya. Aquest requisit obliga a utilitzar (almenys de manera aproximada) metodologies semblants.

En el cas de Catalunya s'ha restringit aquesta anàlisi a un nombre menor de variables, atesa la menor disponibilitat de sèries anuals per regions. A grans trets, hi ha dues vies possibles per elaborar una comptabilitat trimestral. La primera, utilitzada en alguns països com Alemanya o el Regne Unit, és la d'estimar directament les diferents macromagnituds que conformen aquesta comptabilitat. L'aplicació d'aquesta metodologia fa obtenir les dades de comptabilitat anual com agregació directa de les dades de comptabilitat trimestral referides als quatre trimestres de l'any corresponent. Aquesta via requereix un esforç material tan considerable i una disponibilitat tan gran d'informació que no és viable a curt termini per a l'economia catalana. L'altra via, que és la utilitzada per l'INE, consisteix a desagregar les dades de la comptabilitat anual i distribuir-les entre els quatre trimestres de cada any. Aquesta distribució es pot fer emprant procediments diferents. Els mètodes dissenyats per a aquesta tasca es poden dividir en dos grans grups: el primer format per mètodes que no utilitzen cap tipus d'informació addicional (sols les dades de comptabilitat anual), i el segon grup integrat per aquells procediments que intenten aprofitar al màxim la informació continguda en altres sèries trimestrals que s'anomenen indicadors de la sèrie que es vol trimestralitzar. El principal inconvenient dels mètodes que es basen en la utilització d'informació addicional a la de la sèrie que es vol trimestralitzar és que en moltes ocasions el nombre d'indicadors disponibles per a l'economia analitzada és molt petit i, en conseqüència, es fa difícil obtenir la magnitud trimestral a partir de la informació proporcionada per aquests indicadors.

El problema que planteja aquest segon mètode és la necessitat d'indicadors que reflecteixin de manera adequada l'evolució de cada macromagnitud econòmica, i això no sempre és possible. Quan aquests indicadors no són a l'abast, el problema es redueix a generar quatre dades trimestrals a partir de les anuals segons algun criteri

fixat a priori, més o menys raonable, però sempre arbitrari.

L'objectiu d'aquesta investigació és doble: d'una banda, trimestralitzar les sèries històriques de comptabilitat anual de Catalunya per obtenir sèries històriques de periodicitat trimestral; i, d'altra banda, presentar una metodologia que permeti estimar, amb un retard mínim, l'evolució trimestral de l'economia catalana quan encara no es disposa de dades de comptabilitat anual.

L'obtenció de les dades de comptabilitat trimestral mitjançant la seva desagregació temporal planteja un problema greu: per elaborar la comptabilitat trimestral és necessari disposar prèviament de les dades de comptabilitat anual. Per tant, els problemes derivats del retard en la disponibilitat de la informació sobre la comptabilitat anual es traslladen també a la comptabilitat trimestral. Aquest problema té solució en el cas que el mètode de desagregació temporal es basi en indicadors, ja que l'evolució d'aquests indicadors pot servir per dur a terme les primeres estimacions de les dades de la comptabilitat trimestral abans de disposar de les dades de comptabilitat anual (aquest és també un dels grans avantatges d'utilitzar mètodes basats en indicadors).

Cal no oblidar que l'estimació de la comptabilitat trimestral mitjançant la desagregació de les magnituds anuals obliga a treballar amb sèries ajustades d'estacionalitat, ja que no és possible definir el perfil estacional de les macromagnituds estimades. Per tant, és necessari que els indicadors utilitzats en el procés de trimestralització no continguin oscil·lacions estacionals. És més, per a l'anàlisi de conjuntura interessa conèixer l'evolució de l'economia al marge d'oscil·lacions irregulars que són irrellevants. Per tant, abans del procés de trimestralització cal tractar les dades originals dels indicadors per extreure'n un senyal robust de la seva evolució.

Aquest és un dels primers intents d'estimar una comptabilitat trimestral per regions a Espanya, i, tot i que metodològicament aquest projecte no ha plantejat especials dificultats, no es pot afirmar el mateix respecte a la informació estadística disponible. L'escàs nombre d'indicadors d'activitat de què es disposa per a Catalunya de període temporal suficientment llarg, amb què es puguin assolir els objectius pretesos en

aquest treball, ha dificultat l'obtenció de bones especificacions econòmiques, les quals són imprescindibles per aplicar els mètodes basats en indicadors. La manca d'indicadors en el sector agrari ha fet trimestralitzar les dades d'aquest sector amb un mètode no basat en indicadors. Malgrat que en els últims anys aquest tipus d'informació ha experimentat una millora molt substancial a nivell regional, cal tenir en compte que per al procés de trimestralització és imprescindible disposar d'indicadors que estiguin a l'abast des de l'any 1980, com a mínim, ja que aquest és el moment escollit com a inici per a l'estimació de la comptabilitat trimestral de Catalunya.

És obvi, per tant, que, a mesura que passi el temps i es disposi d'un major nombre d'indicadors per a cada una de les macromagnituds, serà possible anar millorant les estimacions obtingudes de l'evolució econòmica trimestral de Catalunya.

S'han estimat les sèries de comptabilitat trimestral de Catalunya a partir de l'any 1980, ja que és des d'aquest moment que es disposa de dades de la CRE. La CRE, però, només proporciona dades de valor afegit brut (VAB) a preus nominals, i únicament es disposa d'aquestes fins a l'any 1992. Atès que l'objectiu era obtenir sèries de comptabilitat trimestral a preus constants, l'Institut d'Estadística de Catalunya ha elaborat les sèries anuals deflactades, que s'han emprat com a punt de partida d'aquest estudi, així com les primeres estimacions del VAB de Catalunya dels anys 1993 i 1994.

És important remarcar que les sèries trimestrals obtingudes en aquest projecte estan condicionades per les dades anuals utilitzades com a referència. Si es té en compte que algunes d'aquestes dades són les primeres estimacions efectuades de la magnitud considerada, és obvi que les sèries aquí obtingudes estiguin subjectes a posteriors revisions.

1.2 Procés d'elaboració de la comptabilitat trimestral de Catalunya

Els dos elements metodològics essencials per a l'obtenció d'una comptabilitat trimestral mitjançant la desagregació de les magnituds anuals, com es comentava anteriorment, són dos: els mètodes de trimestralització i els mètodes d'extracció de senyals.

Aquest document pretén ser una síntesi del procés que ha fet possible obtenir les primeres sèries de la comptabilitat trimestral de Catalunya. En aquesta primera aproximació l'objectiu ha estat trimestralitzar la comptabilitat anual pel costat de l'oferta, i obtenir l'evolució trimestral del valor afegit brut desagregat en quatre sectors (agrari, industrial, de la construcció i els serveis).

En una primera etapa (capítol 2), s'analitzen els diferents mètodes que permeten trimestralitzar una sèrie anual (tant amb indicadors com sense), per tal d'escollir-ne el més adequat. Concretament, el mètode escollit és el conegut amb el nom de mètode de Chow-Lin (mètode basat en indicadors) que és el mateix que ha utilitzat l'INE per a l'obtenció de les sèries de *Contabilidad nacional trimestral de España*.

A continuació cal aprofundir en les diferents opcions desenvolupades en la literatura per estimar els senyals cycle-tendència de cada un dels indicadors disponibles per a l'economia catalana. El mètode seleccionat per fer aquesta estimació és el conegut amb el nom de filtre de les línies aèries modificat¹ (LAM).

Una vegada estimades les sèries cycle-tendència per a cada un dels indicadors catalans², s'analitza la semblança de l'evolució d'aquests senyals (dades agregades per periodicitat anual) amb el VAB de cada un dels quatre sectors esmentats. S'escull el conjunt d'indicadors més representatiu de l'evolució de cada sector i s'utilitza per trimestralitzar la sèrie històrica del VAB en quatre sectors dins del període 1980-1994. En el capítol 4 es presenten els indicadors finalment escollits i els resultats del procés

¹ El nom de línies aèries prové d'un model ARIMA aplicat per primer cop a l'obra de Box i Jenkins (1970) precisament per modelitzar una sèrie que recollia el nombre de passatgers de línies aèries. Es tracta d'un model $ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_s$, molt conegut perquè moltes sèries econòmiques presenten aquest tipus de comportament.

² L'annex 4 recull la totalitat dels indicadors utilitzats.

de trimestralització de les magnituds anuals.

Un cop estimades les sèries trimestrals històriques (1980-1994) s'han efectuat una sèrie de proves per avaluar si els models utilitzats en el procés de trimestralització poden ser emprats en el futur per predir l'evolució trimestral de l'economia catalana. Aquest és l'objectiu del capítol 5.

Els resultats d'aquesta avaluació han estat positius i per tant, ja que les dades referides als indicadors estan disponibles amb pocs mesos de retard, aquests models permetran l'elaboració d'estimacions del VAB català amb només un trimestre de retard. Òbviament, una major rapidesa en la disponibilitat de la informació implica una menor fiabilitat. En aquest sentit aquestes estimacions restaran subjectes a revisions posteriors a mesura que es disposi de més informació de cada un dels indicadors utilitzats, per tal d'efectuar prediccions de l'evolució trimestral de la comunitat catalana. La possibilitat de dur a terme aquestes primeres estimacions amb un retard tan petit proporciona una eina molt important per fer un seguiment conjuntural de l'activitat econòmica a Catalunya.

La disponibilitat de les sèries històriques trimestrals de Catalunya i d'Espanya permet fer-ne una comparació. El capítol 6 és una primera aproximació a aquest tipus d'anàlisi. L'objectiu d'aquest capítol és estudiar si hi ha un comportament diferencial entre aquestes dues economies i, en el cas que aquest hi sigui, intentar modelitzar-lo i determinar-ne les causes. De la mateixa manera, seria interessant estudiar la idea, molt estesa entre els principals economistes de la nostra comunitat, que l'economia catalana experimenta les fases cícliques amb més intensitat que l'economia espanyola i, simultàniament, comprovar si l'economia catalana es pot considerar un indicador avançat de l'evolució del conjunt de l'Estat o si, per contra, experimenta les etapes cícliques amb un cert retard respecte a l'economia espanyola.

Finalment, en el capítol 7, es presenten les conclusions més rellevants obtingudes en aquesta investigació, que pot resultar d'un gran interès per als analistes de la conjuntura econòmica a casa nostra.

El treball conclou amb una sèrie d'annexos que amplien certs desenvolupaments recollits al llarg dels capítols anteriors. En els tres primers s'amplien alguns punts concrets de la primera part de la investigació i, en els set últims, es mostren els resultats obtinguts d'una manera més extensa que en els capítols que formen la segona part de la investigació.

2. MÈTODES DE TRIMESTRALITZACIÓ DE MAGNITUDS ECONÒMIQUES ANUALS

2.1 Plantejament general

L'objectiu de la trimestralització de magnituds econòmiques anuals és, donada una sèrie econòmica de periodicitat anual, trobar una sèrie econòmica trimestral compatible amb aquesta i aprofitar al màxim possible la informació que aporten unes altres sèries de periodicitat trimestral que s'anomenen indicadors.

Formalment, donada una sèrie $\{Y_t, t=1, \dots, T\}$ es vol trobar $\{y_{tj}, t=1, \dots, T, j=1, \dots, 4\}$, on l'observació y_{tj} correspon al j-èssim trimestre de l'any t. La primera condició que es demana a la sèrie trimestral és el que s'anomena condició de compatibilitat, és a dir, que les dades trimestrals siguin coherents amb les dades anuals. Per exemple, si es vol trimestralitzar una magnitud de flux (com poden ser el valor afegit brut, el producte interior brut o el consum), aquesta condició es pot escriure com:

$$\sum_{j=1}^4 y_{tj} = Y_t \quad t=1, \dots, T \quad (1)$$

és a dir, que la suma dels quatre trimestres sigui igual a la dada anual de la variable per a qualsevol any. En forma matricial es pot escriure de la següent manera:

$$B' y = Y$$

on y i Y representen els vectors formats per les dades trimestrals i les dades anuals respectivament:

$$y = (y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{14}, y_{21}, \dots, y_{T4})'$$

$$Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_T)'$$

i la matriu B es defineix de manera que permet agregar les dades trimestrals i obtenir les anuals, per tant:

$$B' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

En canvi, si es tracta de trimestralitzar una magnitud estoc (com pot ser, per exemple, la variable població ocupada) la condició de compatibilitat és:

$$\frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 y_{tj} = Y_t$$

és a dir, que el valor anual de la variable ha de ser igual a la mitjana aritmètica dels valors corresponents als quatre trimestres de l'any. Al llarg d'aquest document, en l'anàlisi dels diferents mètodes de trimestralització i sense pèrdua de generalitat, se suposa que les variables són del tipus flux.

A continuació, en els punts 2.2 i 2.3 es presenten, respectivament, alguns mètodes de trimestralització sense indicadors i amb indicadors. Tots els mètodes presentats a les properes pàgines es basen en criteris matemàtics d'optimització amb restriccions. Hi ha, a més, un mètode de trimestralització amb indicadors basat en criteris estadístics, el mètode de Chow-Lin. Aquest és un mètode de trimestralització amb indicadors dissenyat per complir la propietat d'optimalitat (en el sentit estadístic d'estimació sense biaix de mínima variància). Aquest mètode presentat en el punt 2.4 és el que s'ha utilitzat, després d'efectuar una anàlisi comparativa amb la resta de procediments presentats en aquest capítol, en l'elaboració de les sèries trimestrals de les magnituds catalanes.

Tot i que aquesta metodologia s'ha aplicat en aquest cas concret a la trimestralització de dades econòmiques anuals, molts dels mètodes analitzats a continuació es poden

adaptar fàcilment a problemes de desagregació temporal similars, com per exemple obtenir dades mensuals a partir de dades trimestrals, o fins i tot obtenir dades mensuals a partir de dades anuals (es pot consultar, per exemple, Salazar et al. 1994). De fet, el mètode de Chow-Lin estava dissenyat originalment per mensualitzar dades trimestrals.

En aquest capítol, com a mètodes no basats en indicadors, es presenten els de Lisman i Sandee (1964), Zani (1970) i Greco (1979), mitjanes mòbils ajustades, i el de Boot, Feibes i Lisman (1967). Els mètodes basats en indicadors analitzats són els de Vangrevelinghe (1966), Ginsburg (1973), Di Fonzo i Filosa (1987), Denton (1971) i el de Chow-Lin (1971).

2.2 Mètodes de trimestralització sense indicadors

2.2.1 Mètode de Lisman i Sandee³

Aquest mètode es basa en la fixació a priori d'unes condicions que ha de complir la sèrie trimestralitzada. Aquestes condicions són:

- 1) Simplicitat. Els valors de la sèrie trimestral corresponents a un determinat any només han de dependre dels valors de la sèrie anual d'aquest any, l'any anterior i l'any posterior.
- 2) Restricció de simetria. Si s'ordena la sèrie anual de l'última observació a la primera, la sèrie trimestral ha de ser la mateixa però també amb l'ordre invertit.
- 3) Compatibilitat amb la sèrie anual.
- 4) Increments equidistribuïts. A un augment constant de la sèrie anual han de

³ Vegeu Lisman i Sandee (1964).

correspondre increments constants de la sèrie trimestral.

- 5) Si una sèrie anual presenta increments i disminucions constants de manera alternada, la sèrie trimestral corresponent ha de ser sinusoidal.

Les condicions 1 i 2 es tradueixen en els següents valors de la sèrie trimestral:

$$\begin{bmatrix} y_{t1} \\ y_{t2} \\ y_{t3} \\ y_{t4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ f & e & d \\ c & b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ Y_t \\ Y_{t+1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Les condicions 3, 4 i 5 es poden formalitzar com:

$$3) \sum_{j=1}^4 y_{tj} = Y_t \quad t=1, \dots, T$$

$$4) \text{ Si } Y_{t+1} - Y_t = Y_t - Y_{t-1} = K \text{ aleshores:}$$

$$y_{tj} - y_{t(j-1)} = \frac{k}{4} \quad j = 1, \dots, 4$$

$$5) \text{ Si } Y_{t+1} - Y_t = - (Y_t - Y_{t-1}) \text{ aleshores } y_{tj} \text{ és una sinusoide}$$

Es pot comprovar que utilitzant aquestes condicions com a restriccions s'arriba a determinar els coeficients de la matriu anterior com:

$$\begin{bmatrix} y_{t1} \\ y_{t2} \\ y_{t3} \\ y_{t4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0727 & 0.1983 & -0.0210 \\ -0.0102 & 0.3017 & -0.0415 \\ -0.0415 & 0.3017 & -0.0102 \\ -0.0210 & 0.1983 & 0.0727 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ Y_t \\ Y_{t+1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

El principal avantatge d'aquest mètode és la seva simplicitat i la seva facilitat de càlcul. Tot i així, les condicions imposades a la matriu utilitzada per al càlcul de la sèrie trimestral, malgrat semblin força raonables, són tan arbitràries com qualsevol altre criteri que s'hi pugui aplicar.

2.2.2 Mètode de Zani i Greco⁴

Aquests autors proposen un mètode, com a alternativa al procediment utilitzat per Lisman i Sandee, que consisteix a suposar que les dades són una funció contínua del temps i a imposar que les dades trimestrals siguin coherents amb les dades anuals.

Si l'objectiu és obtenir els quatre trimestres d'un any utilitzant només, a més de la dada anual, les dels anys anterior i posterior, n'hi ha prou amb suposar que les dades trimestrals d'aquests tres anys segueixen una estructura polinòmica de segon grau del tipus:

$$y_t = a + bt + ct^2$$

En aquest cas la restricció de compatibilitat determina que la relació entre dades trimestrals i anuals sigui la següent:

$$\begin{bmatrix} y_{t1} \\ y_{t2} \\ y_{t3} \\ y_{t4} \end{bmatrix} = \frac{1}{384} \begin{bmatrix} 21 & 90 & -15 \\ 3 & 102 & -9 \\ -9 & 102 & 3 \\ -15 & 90 & 21 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ Y_t \\ Y_{t+1} \end{bmatrix} \approx$$

⁴ Vegeu Zani (1970) i Greco (1979).

$$\approx \begin{bmatrix} 0.0547 & 0.2344 & -0.0391 \\ 0.0078 & 0.2656 & -0.0234 \\ -0.0234 & 0.2656 & 0.0078 \\ -0.0391 & 0.2344 & 0.0547 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ Y_t \\ Y_{t+1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Si es comparen els coeficients obtinguts segons aquest mètode amb els obtinguts a l'apartat anterior (4), queda clar que els dos mètodes produiran resultats semblants. Tot i això, però, les diferències són prou significatives per tractar-se de dos mètodes que només utilitzen tres dades anuals per a la trimestralització de cada any. Això reflecteix que aquests resultats no deixen de ser molt arbitraris.

2.2.3 Mètode de Boot, Feibes i Lisman⁵

Aquest mètode es proposa superar les arbitrarietats dels mètodes anteriors i, en lloc de partir d'un conjunt de restriccions a priori, els autors proposen una alternativa que es basa en el fet de trimestralitzar la sèrie segons un criteri de minimització quadràtica. En concret, proposen minimitzar la següent expressió:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^4 (y_{tj} - y_{t(j-1)})^2 \quad (6)$$

sota la restricció de compatibilitat:

$$B'y = Y \quad (7)$$

és a dir, que la suma dels quatre trimestres d'un any coincideixi amb el valor de la magnitud anual. En l'expressió anterior s'entén que:

$$y_{t0} = y_{(t-1)4} \quad t = 2, \dots, T$$

⁵ Vegeu Boot, Feibes i Lisman (1967).

i la matriu B és la definida a (2).

Intuïtivament es fixa el criteri, atès que no es disposa de més informació que la de la sèrie anual, de fer mínimes les oscil.lacions de la sèrie trimestral (per no incloure en la sèrie trimestral oscil.lacions fictícies). Minimitzar aquestes oscil.lacions és equivalent, de manera intuïtiva, al fet que els salts d'un trimestre al següent siguin mínims i, per tant, cal fer mínima la suma d'aquests increments.

Per trobar la solució a aquest problema de minimització es defineix la matriu D segons:

$$D' = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

i aleshores es pot escriure (6) de manera alternativa com:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^4 (y_{tj} - y_{t(j-1)})^2 = y' D' D y$$

Ara el problema es pot plantejar en forma matricial de la següent manera:

$$\text{Minimitzar } y' D' D y$$

$$\text{s. a. } B' y = Y$$

Per trobar la solució a aquest problema es defineix el següent lagrangiana:

$$L(\lambda, y) = y' A y - \lambda (Y - B' y)$$

on per simplificar es defineix A com:

$$A = D' D$$

Les condicions de primer ordre (derivades parcials igualades a zero) són:

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 2Ay + B\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Y - B'y = 0$$

Aquest sistema d'equacions es pot escriure en forma matricial de la següent manera:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \lambda^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix}$$

(on, per simplificar, $\lambda^* = \lambda/2$), i per tant la solució és:

$$\begin{bmatrix} y \\ \lambda^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix} \quad (9)$$

És important adonar-se que, tal com s'ha definit D, la matriu $A=D'D$ és singular. Per tal de simplificar la solució del sistema lineal anterior es pot donar una definició alternativa de D (proposada per Denton ⁶):

$$D' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & .. & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & .. & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & .. & 0 & 0 \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .. & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

La diferència entre utilitzar la matriu (8) o la (10) està en el tractament que es fa de la primera observació, és a dir, en el primer trimestre. Tot i que en principi és més

⁶ Vegeu Denton (1971).

correcte utilitzar la matriu (8) la segona permet obtenir, amb un nombre menor d'operacions, la solució del problema de minimització plantejat. En aquest cas, utilitzant elements d'àlgebra elemental (a partir de particionar la matriu inversa en submatrius), es pot reescriure l'expressió (9) com⁷:

$$y = A^{-1}B(B'A^{-1}B)^{-1}Y \quad (11)$$

En aquest cas, no sols la matriu $A=D'D$ és no singular, sinó que es comprova que:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & T \end{bmatrix}$$

De la mateixa manera que s'ha plantejat el criteri de minimitzar la suma dels increments al quadrat de la sèrie trimestralitzada, també és interessant fixar com a criteri la minimització de la suma dels quadrats de les segones diferències de la pròpia sèrie trimestralitzada, és a dir:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^4 (\Delta y_{jt} - \Delta y_{t(j-1)})^2$$

Per trimestralitzar una sèrie segons aquest criteri només cal definir una nova matriu

⁷ Si $M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$ aleshores $M^{-1} = N = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix}$ on:

$$\begin{aligned} N_{11} &= M_{11}^{-1} + M_{11}^{-1} M_{12} (M_{22} - M_{21} M_{11}^{-1} M_{12})^{-1} M_{21} M_{11}^{-1} \\ N_{12} &= -M_{11}^{-1} M_{12} (M_{22} - M_{21} M_{11}^{-1} M_{12})^{-1} \\ N_{21} &= -(M_{22} - M_{21} M_{11}^{-1} M_{12})^{-1} M_{21} M_{11}^{-1} \\ N_{22} &= (M_{22} - M_{21} M_{11}^{-1} M_{12})^{-1} \end{aligned}$$

D2 de la següent manera:

$$D2' = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ja que:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^4 (\Delta y_{tj} - \Delta y_{t(j-1)})^2 = y' D2' D2 y$$

Aleshores s'obté la sèrie trimestral avaluant l'expressió (9) i utilitzant $A=D2'D2$.

Seria interessant poder utilitzar la fórmula (11) però en aquest cas la matriu A també és singular. De totes maneres també es pot donar una matriu alternativa. La sèrie de segones diferències es pot obtenir de manera aproximada aplicant dos cops la matriu utilitzada per calcular les primeres diferències. Aleshores si, com a matriu que permet calcular les primeres diferències, s'utilitza D tal com s'ha definit a (11), es pot definir D2 com $D2=DD$. D'aquesta manera $A=D2'D2$ serà una matriu no singular. En aquest cas, aplicant l'expressió (11) s'obté la següent sèrie trimestral:

$$y = (D'D'DD)^{-1} B [B'(D'D'DD)^{-1} B]^{-1} Y \quad (13)$$

En aquest procediment, si s'utilitza el criteri de les primeres o de les segones diferències, s'obtenen sèries trimestrals diferents, per tant, la selecció del criteri que s'ha d'utilitzar és una decisió de gran transcendència.

Tot i que no ho proposen els autors d'aquest mètode, també seria interessant com a criteri d'optimització utilitzar les diferències interanuals. Aleshores caldria minimitzar la següent expressió:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^4 (y_{tj} - y_{(t-1)j})^2 \quad (14)$$

L'aplicació d'aquest criteri és equivalent als anteriors, dissenyant la matriu D de manera adient:

$$D' = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Més endavant, en estudiar el mètode de Denton, s'analitzaran les implicacions pràctiques que té la utilització d'un o altre criteri de minimització.

2.2.4 Mètode de les mitjanes mòbils ajustades

El mètode anterior té el problema que implica efectuar càlculs complexos, sobretot quan la longitud de les sèries a trimestralitzar augmenta. Una alternativa és la de trimestralitzar la sèrie amb un procés iteratiu que permeti simplificar els càlculs i arribar al mateix resultat (almenys de manera aproximada), és a dir, el que en aquest document s'ha anomenat mètode de les mitjanes mòbils ajustades.

Aquest mètode es basa en la mateixa filosofia que l'anterior, és a dir, minimitzar la suma dels quadrats de les diferències entre un trimestre i l'anterior. Però, en lloc d'obtenir la sèrie trimestral que compleix aquest criteri de minimització mitjançant el plantejament d'un sistema lineal, s'obté una aproximació d'aquesta sèrie aplicant un procés iteratiu. L'objectiu és trobar la mateixa solució sense haver de calcular matrius inverses per evitar problemes d'error numèric⁸.

⁸ Errors derivats d'efectuar gran quantitat de càlculs abans d'arribar al resultat final.

Com a valor inicial per començar les iteracions s'assigna a cada trimestre un quart del valor corresponent al total anual:

$$y_{ij}^0 = \frac{1}{4} Y_t$$

A continuació s'aplica un procés iteratiu que en cada etapa fa menor la suma quadràtica de les diferències.

La idea és senzilla, si es calcula per a una sèrie qualsevol una mitjana mòbil centrada de tres trimestres, la nova sèrie presentarà uns increments més homogenis:

$$y_{ij} = \frac{1}{3} (y_{i(j-1)}^0 + y_{ij}^0 + y_{i(j+1)}^0)$$

Si s'apliquen reiteradament mitjanes mòbils d'ordre tres, les oscil·lacions de la sèrie seran cada cop menors (i per tant serà menor la suma quadràtica dels increments).

Per veure-ho més clar pot ser útil pensar en el cas límit: la situació en què la suma quadràtica de les diferències d'una sèrie és menor, s'esdevé quan tots els increments són iguals.

En general, no és possible arribar al cas límit i que els increments entre trimestres siguin tots iguals, ja que això motivaria que també fossin iguals els increments de la sèrie anual (i en general aquests són diferents). De fet, un cop calculada una mitjana d'ordre tres, no té perquè complir-se la condició de compatibilitat (que la suma dels quatre trimestres sigui igual a la dada anual), però sí que es poden ajustar els valors dels trimestres per tal que la suma dels trimestres coincideixi amb el total.

Si es repeteix el procés iterativament, s'anirà suavitzant la sèrie de manera que la suma quadràtica de les diferències anirà decreixent. El procés s'atura quan la modificació de la sèrie en una determinada etapa sigui menyspreable.

Per tant si s'anomenen $y^0, y^1, y^2, \dots, y^n$ les sèries obtingudes a cada etapa, es pot resumir el procés iteratiu de la manera següent:

1) Calcular la primera aproximació y^0 com:

$$y_{tj}^0 = \frac{1}{4} Y_t \quad t=1, \dots, T \quad j=1, \dots, 4$$

2) Aplicar el següent procés iteratiu format per dues etapes:

i) Aplicar a la sèrie trimestral una mitjana mòbil d'ordre tres:

$$z_{tj}^i = \frac{1}{3} (y_{t(j-1)}^{i-1} + y_{tj}^{i-1} + y_{t(j+1)}^{i-1}) \quad t=1, \dots, 4T \quad j=1, \dots, 4$$

considerant que:

$$y_{t0} = y_{(t-1)4} \quad i \quad y_{t5} = y_{(t+1)1}$$

ii) Ajustar les dades trimestrals de cada any per tal que es compleixi la condició de compatibilitat:

$$y_{tj}^i = z_{tj}^i \frac{Y_t}{\sum_{j=1}^4 z_{tj}^i} \quad t=1, \dots, T \quad j=1, \dots, 4$$

Tot i que el criteri que s'aplica en aquest mètode és el mateix que el de Boot, Feibes i Lisman, presenta uns avantatges i uns inconvenients respecte a l'anterior.

En primer lloc és necessari assenyalar que el principal problema d'aquest mètode és el tractament que es fa de les observacions corresponents al primer i a l'últim trimestre ja que, a causa de la impossibilitat d'aplicar una mitjana d'ordre tres a aquestes

observacions, no és aplicable la primera etapa del procés iteratiu. Per al tractament d'aquestes observacions en l'etapa (i) es disposa de diferents alternatives:

a) Fixar el valor de la primera i l'última dada com un quart del valor anual, és a dir:

$$z_{11}^i = \frac{1}{4} Y_1 \quad z_{4t4}^i = \frac{1}{4} Y_t$$

b) Calcular la mitjana mòbil assignant ponderació doble a la primera i a l'última dada:

$$z_{11}^i = \frac{1}{3} (2 y_{11}^{i-1} + y_{12}^{i-1}) \quad z_{4t4}^i = \frac{1}{3} (2 y_{4t4}^{i-1} + y_{4t3}^{i-1})$$

c) Prolongar cap endavant i endarrere la sèrie anual amb valors constants i després aplicar el procés iteratiu a la sèrie ampliada.

L'altre problema d'aquest mètode és el fet que es tracta d'un procés iteratiu que dóna simplement una aproximació a la solució desitjada del problema de minimització.

El principal avantatge del mètode és la seva facilitat de càlcul, fet que permet implementar-lo en un full de càlcul, a més d'obviar els problemes numèrics que es poden presentar en el càlcul de matrius inverses en el mètode de Boot, Feibes i Lisman.

Respecte a la utilització, en general, de mètodes de desagregació temporal de sèries que no es basen en la utilització d'indicadors, cal dir que necessàriament presenten perfils més suaus que els mètodes basats en indicadors, ja que es limiten a fer una interpolació de la dada anual. Per tant, el perfil que presentin aquestes sèries al llarg d'un any no té perquè representar de manera exacta l'evolució de la variable objectiu al llarg d'aquest any. Cal dir també que, dels quatre mètodes analitzats, el de les mitjanes mòbils ajustades és el que proporciona una evolució més suau, tot i que les diferències entre les sèries obtingudes pels quatre mètodes són mínimes.

De totes maneres, sempre que es disposi d'informació sobre indicadors, és millor incorporar aquesta informació a la sèrie trimestral, i per tant serà millor aplicar algun mètode basat en indicadors per trimestralitzar les magnituds anuals.

2.3 Mètodes de trimestralització amb indicadors

2.3.1 Mètode de Vangrevelinghe⁹

El mètode proposat per Vangrevelinghe serveix per incorporar informació addicional, provinent d'una altra sèrie trimestral, al procés de trimestralització. Es parteix del supòsit que la variable que es vol trimestralitzar i l'indicador segueixen, al llarg del període considerat, una evolució molt semblant.

Si es considera x_{ij} la sèrie trimestral corresponent a l'indicador i se segueix la notació introduïda abans es té:

$$X_t = \sum_{j=1}^4 x_{tj}$$

on X_t és el valor anual de l'indicador.

En aquest mètode el procés de trimestralització es basa en tres etapes:

- 1) En la primera etapa s'obté el que Vangrevelinghe anomena les tendències trimestrals de les sèries anuals (la qual cosa es correspon amb la idea de trimestralitzar una magnitud anual sense indicadors). Una possibilitat per obtenir aquestes tendències trimestrals és aplicar el mètode de Lisman i Sandee¹⁰ tal com es proposava en el treball d'aquest autor. Es defineixen aquestes

⁹ Vegeu Vangrevelinghe (1966).

¹⁰ Vegeu l'apartat 2.2.1 del document.

tendències com y_{ij}^* i x_{ij}^* i, per tant:

$$\begin{bmatrix} y_{t1}^* \\ y_{t2}^* \\ y_{t3}^* \\ y_{t4}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.073 & 0.198 & -0.021 \\ -0.010 & 0.302 & -0.042 \\ -0.042 & 0.302 & -0.010 \\ -0.021 & 0.198 & 0.073 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1}^* \\ Y_t^* \\ Y_{t+1}^* \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{t1}^* \\ x_{t2}^* \\ x_{t3}^* \\ x_{t4}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.073 & 0.198 & -0.021 \\ -0.010 & 0.302 & -0.042 \\ -0.042 & 0.302 & -0.010 \\ -0.021 & 0.198 & 0.073 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{t-1}^* \\ X_t^* \\ X_{t+1}^* \end{bmatrix}$$

Aquesta tendència trimestral és un punt de partida amb què es pot calcular la sèrie trimestral de la variable objectiu.

2) S'ajusta el següent model de regressió a nivell anual.

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \quad (16)$$

Aquesta regressió compleix dos objectius. D'una banda, permet comprovar el grau de relació existent entre la magnitud que es vol trimestralitzar i l'indicador trimestral i, d'altra banda, modificar la tendència trimestral en la tercera etapa utilitzant aquesta relació, procés que constitueix la base del mètode.

3) La sèrie trimestral definitiva s'obté modificant la tendència y_{ij}^* segons la següent expressió:

$$y_{ij} = y_{ij}^* + \beta (x_{ij} - x_{ij}^*) \quad (17)$$

En aquesta tercera etapa no s'ha incorporat explícitament la restricció de coincidència del valor anual amb la suma dels valors trimestrals. En conseqüència, és necessari comprovar que el resultat final compleixi aquesta condició. En aquest cas, ja que les tendències s'han calculat amb el mètode de Lisman i Sandee, compleixen aquesta restricció, i per tant:

$$X_t = \sum_{j=1}^4 x_{tj}^* \quad i \quad Y_t = \sum_{j=1}^4 y_{tj}^*$$

així mateix, pel que fa referència al resultat final:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^4 y_{tj} &= \sum_{j=1}^4 y_{tj}^* + \beta \left[\sum_{j=1}^4 x_{tj} - \sum_{j=1}^4 x_{tj}^* \right] = \\ &= Y_t + \beta [X_t - X_t] = Y_t \end{aligned}$$

Aquest procediment es basa en la idea que els mètodes de trimestralització sense indicadors permeten obtenir una sèrie trimestral amb el mínim nombre d'oscil·lacions possible. El problema que presenten és que les sèries trimestrals obtingudes són excessivament suaus. Ara bé, aquestes s'ajusten perfectament al concepte de tendència d'una sèrie o evolució a mitjà-llarg termini. Si es vol incorporar més informació a aquestes sèries, cal identificar quines variacions de la variable no s'han recollit en calcular la tendència.

Vangrevelinghe proposa el següent mètode per identificar aquestes variacions addicionals:

- a) Calcular la tendència dels indicadors.
- b) Comparar aquesta tendència amb la sèrie original dels indicadors. Les diferències entre les dues sèries són precisament les variacions de la variable objectiu no recollides amb el mètode sense indicadors.

- c) Per traslladar aquestes diferències de l'indicador a la sèrie objectiu és necessari un factor de proporcionalitat, que es calcula mitjançant un model de regressió lineal simple.

Tot i que aquest mètode representa una millora substancial respecte als analitzats anteriorment, ja que incorpora informació addicional a la de la magnitud a trimestralitzar, encara presenta dos problemes fonamentals:

- i) Basa la primera etapa del càlcul de la tendència en un mètode tan arbitrari com el de Lisman i Sandee.
- ii) Per comprovar el grau de correlació entre la variable a trimestralitzar i l'indicador utilitzat, el model de regressió simple tal com s'ha plantejat no és el més adequat tractant-se de sèries temporals econòmiques que presenten tendències importants. Aquest tipus de dades presenten, sovint, correlacions espúries. Aquest problema també invalida l'estimació del factor de proporcionalitat.

2.3.2 Mètode de Ginsburg¹¹

Aquest mètode pretén ser una millora del mètode anterior en alguns aspectes. Per calcular les tendències trimestrals, en lloc d'utilitzar el mètode de Lisman i Sandee, és raonable utilitzar altres mètodes de desagregació sense indicadors, per exemple el de Boot, Feibes i Lisman. Això és precisament el que proposa Ginsburg, aplicar les mateixes tres etapes que el mètode anterior amb aquesta modificació en el càlcul de la tendència trimestral:

- 1) S'obtenen les tendències trimestrals de les sèries anuals y^*_{ij} i x^*_{ij} .

$$\begin{bmatrix} y^* \\ \lambda_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix}$$

¹¹ Vegeu Ginsburg (1973).

$$\begin{bmatrix} x^* \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ X \end{bmatrix}$$

2) S'ajusta el següent model de regressió a nivell anual:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t$$

3) Es calcula la sèrie trimestral definitiva y_{ij} segons:

$$y_{ij} = y_{ij}^* + \beta (x_{ij} - x_{ij}^*)$$

Tal com passava amb el mètode anterior la restricció de compatibilitat es compleix automàticament.

Una anàlisi més detallada d'aquest procediment permet veure quina és la seva filosofia. Una expressió matricial de la solució del problema és:

$$\begin{bmatrix} y \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y^* \\ \lambda_1 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} x - x^* \\ -\lambda_2 \end{bmatrix}$$

on λ_1, λ_2 es defineixen de manera que es compleixin les següents condicions:

$$Ax^* = -B\lambda_2$$

$$Ay^* = -B\lambda_1$$

Si es premultiplica aquesta expressió per la matriu:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}$$

s'obté:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \mu \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y^* \\ \lambda_1 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-x^* \\ -\lambda_2 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} Ax \\ B'(x-x^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta Ax \\ Y \end{bmatrix} \end{aligned}$$

i per tant:

$$\begin{bmatrix} y \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \beta Ax \\ Y \end{bmatrix} \quad (18)$$

Es comprova immediatament que aquesta és la solució al problema de minimitzar:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^4 (\Delta y_{tj} - \beta \Delta x_{tj})^2 \quad (19)$$

subjecta a la restricció de compatibilitat anual:

$$\sum_{j=1}^4 y_{tj} = Y_t$$

Per veure-ho es defineix el següent lagrangia:

$$L(y, \lambda) = (y - \beta x)' A (y - \beta x) - \lambda (Y - B'y)$$

Les condicions de primer ordre per a la minimització restringida són:

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 2A(y - \beta x) + B'\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Y - B'y = 0$$

El sistema anterior es pot escriure com (on, per simplificar, $\lambda^* = \lambda/2$):

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \lambda^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B' & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta x \\ Y - B'x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta Ax \\ Y \end{bmatrix}$$

i la solució a aquest sistema és:

$$\begin{bmatrix} y \\ \lambda^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \beta Ax \\ Y \end{bmatrix}$$

que coincideix amb l'expressió (18).

Malgrat les millores introduïdes respecte al procediment anterior, aquest mètode segueix presentant les següents limitacions:

- i) Les relacionades amb l'estimació del model de regressió lineal simple. Probablement seria més interessant plantejar la relació entre la variable objectiu i l'indicador en termes de diferències per dues raons: en primer lloc per evitar problemes de correlació espúria i, en segon lloc, perquè en el problema de minimització quadràtica equivalent es treballa amb les dades diferenciades.
- ii) Hi ha encara punts arbitraris, ja que per a l'estimació de la tendència, en comptes d'aplicar el mètode de Boot, Feibes i Lisman en primeres diferències, es podrien minimitzar altres expressions. En qualsevol cas, el problema és que no hi ha criteris definits per decidir quin dels mètodes és millor.

Tant el mètode de Vangrevelinghe com el de Ginsburg admeten una generalització interessant. És possible utilitzar simultàniament diversos indicadors $x_{ij}^1, x_{ij}^2, \dots, x_{ij}^n$. En aquest cas l'aplicació del mètode es divideix en les següents etapes:

1) S'obtenen les tendències trimestrals de la variable objectiu i de tots els indicadors a utilitzar: $x_{ij}^{*1}, x_{ij}^{*2}, \dots, x_{ij}^{*n}$.

2) S'ajusta el següent model de regressió múltiple a nivell anual:

$$Y_t = \mu + \beta_1 X_t^1 + \beta_2 X_t^2 + \dots + \beta_n X_t^n + \varepsilon_t$$

3) Es calcula la sèrie trimestral definitiva segons:

$$y_{ij} = y_{ij}^* + \beta_1 (x_{ij}^1 - x_{ij}^{*1}) + \beta_2 (x_{ij}^2 - x_{ij}^{*2}) + \dots + \beta_n (x_{ij}^n - x_{ij}^{*n})$$

Tot i que aquesta extensió del mètode permet incorporar més informació, es mantenen els punts febles d'aquest mètode esmentats abans.

2.3.3 Mètode de Di Fonzo i Filosa¹²

Un altre mètode molt senzill, proposat per Di Fonzo i Filosa, per trimestralitzar una sèrie anual $\{Y_t, t=1, \dots, T\}$ quan es disposa d'un indicador trimestral $\{x_{ij}, t=1, \dots, n; j=1, \dots, 4\}$ és el següent:

1) Calcular les dades trimestrals del primer any de manera proporcional a les dades trimestrals de l'indicador, és a dir:

$$y_{1j} = \frac{x_{1j}}{X_1} Y_1 \quad j=1, \dots, 4$$

¹² Vegeu Di Fonzo i Filosa (1987).

2) Calcular les dades trimestrals dels altres anys aplicant les taxes de creixement trimestral de l'indicador:

$$y_{tj} = y_{t(j-1)} \frac{x_{tj}}{x_{t(j-1)}}$$

Una altra possibilitat consisteix a aplicar les taxes de creixement interanual en lloc de les taxes de creixement intertrimestral:

$$y_{tj} = y_{(t-1)j} \frac{x_{tj}}{x_{(t-1)j}}$$

En el cas d'aplicar les taxes de creixement trimestral, si l'indicador presenta un comportament estacional, aquesta estacionalitat es trasllada a la sèrie trimestral de la magnitud objectiu. En canvi, si s'apliquen les taxes de creixement interanual, s'elimina el component estacional.

El problema més important que planteja aquest mètode és que, en no imposar cap restricció, el valor anual no té perquè coincidir amb la suma dels trimestres. És necessari, per tant, corregir els resultats de manera que es compleixi la condició de compatibilitat entre els valors anuals i els trimestrals. La manera més senzilla de corregir aquest problema és modificar els quatre trimestres en la mateixa proporció:

$$y_{tj}^* = y_{tj} \frac{Y_t}{\sum_{j=1}^4 y_{tj}}$$

Tot i que la idea d'aplicar les taxes de creixement de l'indicador trimestral és força interessant, la necessitat d'una correcció posterior planteja molts dubtes sobre aquest procediment. Petites diferències entre les taxes de creixement anual de la magnitud objectiu i de l'indicador es poden traduir en sèries trimestrals molt distorsionades a causa de la correcció final.

2.3.4 Mètode de Denton¹³

L'aspecte més negatiu dels mètodes de Vangrevellinghe i de Ginsburg és el fet que utilitzen en una primera etapa mètodes de trimestralització sense indicadors. Seria molt més interessant incorporar directament la informació que aporten aquests indicadors sense haver de calcular abans la tendència trimestral.

Aquesta és precisament la millora que aporta el mètode de Denton. En aquest cas, l'estimació de la sèrie trimestral es basa també en una minimització quadràtica però incorporant la informació continguda en un indicador.

Consideri's una variable de periodicitat trimestral $\{x_{ij}, t=1, \dots, T, j=1, \dots, 4\}$ que s'utilitzarà com a indicador (ja que per hipòtesi segueix un comportament semblant al de la variable que es vol trimestralitzar). L'objectiu del mètode és construir una sèrie trimestral maximitzant la semblança entre aquesta i la sèrie trimestral utilitzada com a indicador. Formalment aquest mètode planteja l'objectiu de minimitzar una expressió del tipus:

$$(y-x)'A(y-x) \quad (20)$$

subjecta a les restriccions de compatibilitat amb la sèrie anual.

De la mateixa manera que passava amb el mètode de minimització quadràtica sense indicadors (Boot, Feibes i Lisman), es poden utilitzar diferents criteris per maximitzar la semblança entre la sèrie trimestral obtinguda i l'indicador. Per exemple, un possible criteri és fer mínima la suma de les diferències de cada trimestre entre l'indicador i la sèrie trimestral que es vol obtenir. Un altre criteri és el de fer mínima la diferència entre el creixement de l'indicador utilitzat i el creixement de la variable objectiu. També pot ser interessant minimitzar la diferència dels creixements de l'indicador i la variable, mesurats no d'un trimestre respecte a l'anterior (increment intertrimestral), sinó d'un

¹³ Vegeu Denton (1971).

trimestre respecte al mateix trimestre de l'any anterior (increment interanual).

Cada un d'aquests criteris origina un disseny diferent del problema per obtenir la sèrie trimestral desitjada, tot i que com es veurà seguidament, la solució de tots aquests problemes passa pel mateix tipus de càlcul.

Per exemple, si es vol minimitzar la suma dels quadrats de les diferències entre la variable objectiu i l'indicador s'ha de minimitzar la següent expressió:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^4 (y_{tj} - x_{tj})^2 = (y-x)'A(y-x)$$

on A és ara la matriu identitat.

En canvi, si es vol minimitzar el quadrat de les diferències entre els increments intertrimestrals cal definir la matriu A com $A=D'D$ on:

$$D' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

i en aquest cas es minimitza la següent expressió:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^4 [(y_{tj} - y_{t(j-1)}) - (x_{tj} - x_{t(j-1)})]^2 = (y-x)'A(y-x)$$

De la mateixa manera, altres criteris provoquen dissenys diferents de la matriu A. Per simplicitat es pot trobar la solució general del problema, que està en funció de la matriu A escollida (que s'anomena matriu de disseny). Cada definició de la matriu A genera una solució diferent del problema de la trimestralització.

Una vegada definida la matriu A, la solució d'aquest problema de minimització amb restriccions és la que es presenta a continuació. Si es defineix el següent lagrangià:

$$L(y,\lambda) = (y - x)' A (y - \beta x) - \lambda (Y - B'y)$$

les condicions de primer ordre per a la minimització restringida són:

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 2A(y-x) + B'\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Y - B'y = 0$$

El sistema anterior es pot escriure com:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \lambda^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B' & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ Y - B'x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ax \\ Y \end{bmatrix}$$

i la solució a aquest sistema és:

$$\begin{bmatrix} y \\ \lambda^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Ax \\ Y \end{bmatrix} \quad (21)$$

on es pot escriure la solució de manera més compacta (sempre que A sigui no singular)¹⁴:

$$y = x + A^{-1}B(B'A^{-1}B)^{-1}(Y - B'x) \quad (22)$$

Aquesta expressió admet una interpretació immediata força interessant. Atès que $B'x=X$, es té que $Y - B'x$ no és més que la diferència entre els totals anuals de la variable objectiu i de l'indicador. Aleshores es pot interpretar l'expressió (22) com que la sèrie

¹⁴ Per arribar a aquest resultat, n'hi ha prou amb particionar la matriu inversa en quatre submatrius.

trimestral resultant està formada per la suma de la sèrie trimestral de l'indicador i una combinació lineal de les diferències de les dues sèries anuals. Aquesta combinació lineal depèn en cada cas de la matriu A escollida.

D'aquí es pot deduir que si les diferències entre les dues sèries anuals són petites, fer ús d'un criteri de minimització o altre té poca repercussió en la sèrie trimestral final. En canvi, a majors diferències entre les sèries anuals, majors seran les diferències entre els resultats obtinguts, sigui quin sigui el criteri.

Com que a la pràctica s'ha d'escollir un d'aquests criteris de minimització, cal fer un breu comentari sobre el significat de cadascun. El problema de la desagregació temporal d'una sèrie, tal com s'ha plantejat en els mètodes anteriors, està associat a un problema de suavització de la sèrie. L'elecció d'un determinat criteri de minimització implicar fixar un criteri sobre quin tipus d'informació de la sèrie trimestral es vol suavitzar.

Si s'escull com a criteri el de minimitzar les diferències entre la sèrie objectiu i l'indicador s'estan minimitzant les oscil·lacions de la sèrie trimestral. En canvi, és molt probable que si es calculen les taxes de creixement (per exemple la d'un trimestre respecte de l'anterior), aquestes presentin una evolució molt oscil·lant. Per contra, si s'escull com a criteri el de minimitzar les diferències entre els increments de la variable objectiu i de l'indicador, s'estan minimitzant les oscil·lacions que presenta la sèrie dels increments intertrimestrals.

Si s'aproximen les taxes de creixement d'un trimestre respecte a l'anterior per la diferència entre els dos logaritmes, amb el segon criteri s'obté una sèrie de taxes de creixement menys oscil·lant que no amb el primer.

Per tant ha de quedar clar que l'elecció d'un o altre criteri no és més que l'elecció del tipus de concepte de la variable objectiu que es consideri prioritari, si el nivell de la variable, si la taxa de creixement intertrimestral, o si bé la taxa interanual (cas en què com a criteri de minimització s'utilitzarà el basat en les diferències entre els increments

interanuals de l'indicador i de la variable), etc.

Una altra possibilitat interessant que fins ara no s'ha considerat consisteix a minimitzar el quadrat no de les diferències absolutes, sinó de les diferències relatives (ja siguin primeres diferències, segones diferències, diferències estacionals, etc.)

Per exemple, si es vol minimitzar les diferències relatives entre la variable i l'indicador (i per tant la nostra prioritat és la variable en nivells), s'ha de minimitzar la següent expressió:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^4 \left[\frac{y_{tj} - x_{tj}}{x_{tj}} \right]^2 = (y-x)' X^{-1} A X^{-1} (y-x)$$

on X és una matriu diagonal formada pels elements de l'indicador x , i A és la matriu identitat.

En canvi, si es dóna més importància a la taxa de creixement de la variable, i per tant es treballa en primeres diferències, es tracta de minimitzar la següent expressió:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^4 \left[\frac{\Delta y_{tj} - \Delta x_{tj}}{\Delta x_{tj}} \right]^2 = (y-x)' X^{-1} A X^{-1} (y-x)$$

on ara $A=D'D$, tal com ja s'ha definit abans.

En general, en tots els dissenys plantejats en termes relatius es té com a expressió a minimitzar:

$$(y-x)' X^{-1} A X^{-1} (y-x)$$

on A varia segons el criteri de minimització que es fixi.

Per trobar la solució d'aquest sistema es pot adaptar l'expressió (21), obtinguda abans, al nou problema. Si se substitueix A per $X^{-1} A X^{-1}$, la solució al problema de

trimestralització en termes relatius és:

$$\begin{bmatrix} y \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^{-1}AX^{-1} & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X^{-1}AX^{-1} & 0 \\ B' & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ Y-B'y \end{bmatrix} \quad (23)$$

o de manera més compacta (sempre que A sigui no singular):

$$y = x + XA^{-1}XB(B'XA^{-1}XB)^{-1}(Y-B'x) \quad (24)$$

Ara és possible interpretar l'expressió (23) en termes de l'indicador més una combinació lineal de la diferència anual entre les dues variables. Aquesta combinació lineal està ponderada per la matriu X, i reflecteix que s'ha formulat el problema en termes relatius.

El mètode de Denton presenta millores substancials respecte als mètodes de Vangrevelinghe i Ginsburg, ja que aclareix els criteris utilitzats per desagregar les dades de la sèrie anual. A més, el mètode de Denton es pot generalitzar a diversos indicadors¹⁵, utilitzant una combinació lineal de diferents indicadors en comptes d'un sol indicador.

De totes maneres, aquest mètode presenta encara dos defectes importants:

- i) Es basa en criteris matemàtics de minimització quadràtica i no en criteris estadístics.
- ii) No estableix els criteris per saber quina és la definició més correcta de la matriu A i, per tant, a l'hora d'aplicar el mètode de Denton, se'n poden utilitzar moltes.

El mètode de Chow i Lin permet superar aquests dos problemes. D'una banda està

¹⁵ Vegeu el punt 2.4.2.

basat en un criteri estadístic d'estimació òptima i, d'altra banda, permet interpretar la transcendència que té el fet d'utilitzar els diferents criteris del mètode de Denton. Al punt 2.4.1 es presenta el mètode de Chow-Lin i al punt 2.4.2 es compara el mètode de Denton generalitzat a diversos indicadors. Aquesta comparació permet donar una nova interpretació al mètode de Denton.

2.4 Estimació òptima de les dades trimestrals

2.4.1 Mètode de Chow-Lin¹⁶

Encara que el mètode de Chow-Lin és un procediment basat en indicadors s'ha separat dels mètodes presentats anteriorment perquè el seu plantejament és força diferent, ja que planteja i resol el problema de la trimestralització com un problema estadístic.

Com a punt de partida suposa que els valors de la sèrie trimestral desconeguda estan relacionats amb les observacions d'un conjunt d'indicadors trimestrals a través d'un model lineal:

$$y = X\beta + u \quad (25)$$

on

$$E[u] = 0 \quad E[uu'] = V \quad (26)$$

i la matriu X està formada per les observacions de j indicadors, és a dir:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{t1} & x_{t2} & \cdots & x_{tj} \end{bmatrix}$$

¹⁶ Vegeu Chow i Lin (1971).

El problema és que la variable y és no observable. Ara es pot plantejar el problema de calcular els valors d'aquesta sèrie trimestral no observable com un problema estadístic d'estimació de y_{ij} a partir de les observacions de Y_t i de x_{ij} .

Es considera de nou la matriu B que ens permet agregar les dades trimestrals en anuals. Si es trasllada la relació (25) a nivell anual es pot escriure:

$$Y = B'y = B'X\beta + B'u \quad (27)$$

on el nou model té com a terme de pertorbació $B'u$ amb moments de primer i segon ordre iguals a:

$$E(B'u) = 0 \quad E[(B'u)(B'u)'] = B'VB$$

Es vol trobar un estimador lineal i no esbiaixat de y . Tot estimador lineal de y és de la forma:

$$\hat{y} = PY = P(B'X\beta + B'u) \quad (28)$$

on P és la matriu de projeccions de l'estimador¹⁷. Si l'anàlisi se centra ara en els estimadors sense biaix, s'ha d'imposar la següent restricció a la matriu P :

$$\begin{aligned} E(\hat{y} - y) &= E[P(B'X\beta + B'u) - (X\beta + u)] = \\ &= (PB'X - X)\beta = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

i per tant:

$$PB'X = X \quad (30)$$

¹⁷ Per estimar un vector e a partir de Y , tot estimador lineal $\hat{e}$ es pot escriure com $\hat{e}=PY$ on P és una matriu que permet projectar el vector Y sobre l'espai format per les possibles solucions de e . En aquest cas concret es té que $e=y$.

L'error d'una estimació concreta és:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} - \mathbf{y} &= (\mathbf{PB}'\mathbf{X}\beta + \mathbf{PB}'\mathbf{u}) - (\mathbf{X}\beta + \mathbf{u}) = \\ &= \mathbf{PB}'\mathbf{u} - \mathbf{u} \end{aligned} \quad (31)$$

i la variància d'aquest error és:

$$\begin{aligned} E [(\mathbf{y} - \mathbf{y})^2] &= E [(\mathbf{PB}'\mathbf{u} - \mathbf{u}) (\mathbf{PB}'\mathbf{u} - \mathbf{u})'] = \\ &= E [\mathbf{PB}'\mathbf{u}\mathbf{u}'\mathbf{B}\mathbf{P}' - \mathbf{u}\mathbf{u}'\mathbf{B}\mathbf{P}' - \mathbf{PB}'\mathbf{u}\mathbf{u}' + \mathbf{u}\mathbf{u}'] = \\ &= \mathbf{PB}'\mathbf{V}\mathbf{B}\mathbf{P}' - \mathbf{V}\mathbf{B}\mathbf{P}' - \mathbf{PB}'\mathbf{V} + \mathbf{V} \end{aligned} \quad (32)$$

Es tracta de trobar l'estimador de mínima variància entre els estimadors no esbiaixats.

Aquest problema es pot resoldre definint el següent lagrangià:

$$L(\mathbf{P}, \Omega) = \frac{1}{2} \text{tr} [\mathbf{PB}'\mathbf{V}\mathbf{B}\mathbf{P}' - \mathbf{V}\mathbf{B}\mathbf{P}' - \mathbf{PB}'\mathbf{V} + \mathbf{V}] - \frac{1}{2} \text{tr} [\Omega' (\mathbf{PB}'\mathbf{X} - \mathbf{X})]$$

on Ω és la matriu de multiplicadors de Lagrange.

Les condicions de primer ordre són:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{P}} = \mathbf{PB}'\mathbf{V}\mathbf{B} - \mathbf{V}\mathbf{B} - \Omega\mathbf{X}'\mathbf{B} = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\delta L}{\delta \Omega} = \mathbf{PB}'\mathbf{X} - \mathbf{X} = 0 \quad (34)$$

on:

$$\Omega = \frac{1}{2} \Omega^*$$

Aïllant a (34) la matriu P s'obté que:

$$P = (\Omega X'B + VB) (B'VB)^{-1} \quad (35)$$

i substituint ara a (33):

$$\Omega X'B (B'VB)^{-1} B'X + VB (B'VB)^{-1} B'X - X = 0 \quad (36)$$

Si s'aïlla ara Ω a (36):

$$\Omega = (X - VB (B'VB)^{-1} B'X) [X'B (B'VB)^{-1} B'X] \quad (37)$$

i se substitueix a (33), s'obté:

$$P = X'(X'B(B'VB)^{-1}B'X)^{-1}X'B(B'VB)^{-1} + \\ + VB(B'VB)^{-1}[I - B'X(X'B(B'VB)^{-1}B'X)^{-1}X'B(B'VB)^{-1}]$$

Per tant:

$$y = PY = X'(X'B(B'VB)^{-1}B'X)^{-1}X'B(B'VB)^{-1}Y + \\ + VB(B'VB)^{-1}[I - B'X(X'B(B'VB)^{-1}B'X)^{-1}X'B(B'VB)^{-1}]Y \quad (38)$$

Hi ha una manera força interessant d'interpretar aquest resultat. Consideri's l'estimador mínim quadràtic generalitzat (MQG) de β en el model anual (27),

$$\beta = (X'B(B'VB)^{-1}B'X)^{-1}X'B(B'VB)^{-1}Y \quad (39)$$

que té els residus següents:

$$Y - \hat{Y} = B'u = Y - B'X\beta$$

Aleshores es pot reescriure (38) de la següent manera:

$$y = PY = X\beta + VB(B'VB)^{-1}B'u \quad (40)$$

Per tant, la solució obtinguda amb el mètode de Chow-Lin és combinació de dos components (de manera similar al que passava amb el mètode de Denton):

- una combinació lineal dels indicadors equivalent al resultat de fer una regressió de la variable objectiu contra els indicadors utilitzats, i
- una combinació lineal dels residus de la regressió anterior. Aquesta combinació lineal depèn de la matriu V de variàncies-covariàncies desconeguda.

El problema que planteja l'aplicació pràctica d'aquest mètode és que la solució depèn d'aquesta matriu V de variàncies-covariàncies desconeguda. Si el resultat de fer una regressió de la variable objectiu contra els indicadors és una bona aproximació de la variable, els resultats d'utilitzar diferents matrius V seran similars (ja que els residus del model de regressió seran poc significatius). Però a mesura que l'ajustament del model de regressió no sigui tan bo, majors seran les diferències entre utilitzar una o altra matriu V.

Com que la variable y_{ij} trimestral és desconeguda, no es pot estimar el model de regressió trimestral i llavors no es pot estimar la matriu V directament. Les úniques possibilitats que hi ha de poder aplicar el mètode de Chow-Lin són les següents:

- a) Fixar a priori, com a hipòtesi, una estructura de la matriu V.
- b) Estimar de manera aproximada la matriu V a través d'algun mètode indirecte.

A continuació (al punt 2.4.2) es dóna una interpretació del mètode de Chow-Lin que proporciona criteris per fixar a priori diverses estructures de la matriu V. Després ens ocuparem de l'altra alternativa, és a dir, de com estimar indirectament aquesta matriu.

2.4.2 Interpretació del mètode de Chow-Lin

Les solucions obtingudes en aplicar el mètode de Denton (22) i el mètode de Chow-Lin (40) són molt semblants. La diferència més important és que mentre que en el cas del mètode de Denton s'utilitza un únic indicador, en el mètode de Chow-Lin l'expressió és més general. De fet aquesta és l'única diferència. Per veure-ho, en primer lloc, es procedeix a generalitzar el mètode de Denton.

El mètode de Denton es pot generalitzar al cas en què es disposa de diversos indicadors de la següent manera: si X és la matriu d'indicadors, cal substituir a (20) l'indicador x per una combinació lineal dels indicadors, és a dir βX . Per tant el nou objectiu és minimitzar:

$$(y - X\beta)' A (y - X\beta) \quad (41)$$

subjecte a la restricció:

$$Y = B'y$$

Això planteja un nou problema de minimització quadràtica on ara cal determinar tant β com y . Per solucionar-lo es planteja el següent lagrangià:

$$L(y, \beta, \lambda) = (y - X\beta)' A (y - X\beta) - \lambda(Y - B'y)$$

Imposant les condicions de primer ordre habituals s'arriba un nou problema de minimització, la solució del qual és la següent:

$$y = X\beta + A^{-1}B(B'A^{-1}B)^{-1}(Y - B'X\beta) \quad (42)$$

$$\beta = (X'B(B'A^{-1}B)^{-1}B'X)^{-1}X'B(B'A^{-1}B)^{-1}Y \quad (43)$$

Aquesta solució és idèntica a la que s'ha obtingut aplicant el mètode de Chow-Lin quan la matriu de disseny A ha estat definida de manera que $A^{-1}=V$.

Ara és immediat interpretar quins supòsits es poden fer a priori sobre aquesta matriu. No es pot oblidar que el mètode de Chow-Lin està basat en la següent relació lineal

entre la variable a trimestralitzar i els indicadors:

$$Y_t = X_t\beta + u_t \quad (44)$$

El mètode de Denton és equivalent al mètode de Chow-Lin quan s'utilitza un únic indicador si se suposa que el terme de pertorbació u es comporta com un soroll blanc¹⁸. En efecte, si u és soroll blanc, la matriu de variàncies-covariàncies V és proporcional a la matriu identitat ($A=Id$). Per tant, l'estimador per mínims quadrats generalitzats de λ és equivalent a l'estimador per mínims quadrats ordinaris:

$$\beta = (X'B'BX)^{-1}X'BY$$

i la solució del mètode de Chow-Lin (40) és:

$$y = X\beta + \frac{1}{4}(Y - X\beta)$$

Llavors es pot afirmar que el mètode de Denton amb $A=Id$ és òptim si i només si el terme de pertorbació és soroll blanc. A més, queda clar que en aquest cas la solució consisteix a repartir de manera uniforme el residu estimat en el model de regressió (44) entre els quatre trimestres de l'any.

En canvi, es comprova que el mètode de Denton en primeres diferències és òptim si i només si u es comporta com un camí aleatori¹⁹. El motiu és que si $\{u_t\}$ és un camí aleatori, en prendre diferències en les variables, el model (44) és transforma en un model amb terme de pertorbació soroll blanc ja que:

$$Y_t - Y_{t-1} = [X_t - X_{t-1}]\beta + [u_t - u_{t-1}] = [X_t - X_{t-1}]\beta + \varepsilon_t$$

¹⁸ Un procés estocàstic $\{u_t\}$ és soroll blanc si està format per una successió de variables aleatòries independents.

¹⁹ Un procés estocàstic $\{u_t\}$ és un camí aleatori si té una representació del tipus $u_t = u_{t-1} + \varepsilon_t$ on $\{\varepsilon_t\}$ és soroll blanc.

on $\{e_t\}$ és soroll blanc.

Per tant, de manera intuïtiva es pot interpretar el mètode de Chow-Lin com el mètode de Denton generalitzat a més indicadors, utilitzant $A=D'D$ com a matriu A en l'expressió (20), on D és una matriu que permet transformar les dades de manera que en el model lineal (44) el terme de pertorbació sigui soroll blanc.

Si $\{u_t\}$ ja és soroll blanc, cal prendre $D=Id$, ja que no és necessari aplicar cap transformació a les dades, i per tant $A=Id$. Si en canvi $\{u_t\}$ és un camí aleatori, cal prendre la matriu D corresponent a les primeres diferències i $A=D'D$. Si $\{u_t\}$ presenta estructures estocàstiques més complexes cal trobar la matriu A corresponent.

Atès que s'ha demostrat que el mètode de Chow-Lin és òptim, i que el mètode de Denton és òptim només en els casos en què la matriu V és molt senzilla (si s'utilitza la matriu A adequada), es pot pensar, doncs, en el mètode de Chow-Lin com en una generalització del mètode de Denton. Això proporciona una doble interpretació del mètode de Chow-Lin: d'una banda la interpretació estadística d'estimador òptim i, d'altra banda, la interpretació com a solució a un problema d'optimització quadràtica.

Aquests resultats ens fan considerar els criteris a seguir a l'hora de fixar una determinada matriu V en el procés de trimestralització.

A la pràctica, tot i que no és possible conèixer l'estructura estocàstica del terme de pertorbació $\{u_t\}$ del model trimestral, sí que es coneix l'estructura del terme de pertorbació del corresponent model anual, i això imposa una sèrie de restriccions. En el cas de variables que siguin estacionàries, el supòsit que el terme de pertorbació $\{u_t\}$ és soroll blanc s'acostarà força a la realitat.

En canvi, si la sèrie a trimestralitzar i els indicadors són integrats²⁰ d'ordre 1, no sembla raonable el supòsit que $\{u_t\}$ sigui soroll blanc. En aquest cas, utilitzar $A=D'D$ on D

²⁰ Un procés estocàstic $\{u_t\}$ és integrat d'ordre 1 si no és estacionari, però el procés $v_t=u_t-u_{t-1}$ sí que ho és.

correspon a prendre diferències és més raonable. De totes maneres si hi ha indicis que la variable objectiu i els indicadors estan cointegrats²¹, aleshores no és incongruent suposar que $\{u_t\}$ és soroll blanc.

Si en canvi, les sèries són no estacionàries però amb arrels unitàries estacionals, caldria utilitzar $A=D'D$ on D correspon a prendre diferències interanuals.

De totes maneres, com s'ha comentat abans, el supòsit que es fa sobre la matriu V perd importància de cara al resultat final quan els indicadors estan altament correlacionats amb la variable a trimestralitzar. Per tant, la millor solució al problema del desconeixement de la matriu V passa per la disponibilitat d'una àmplia informació sobre indicadors de periodicitat trimestral.

Tot i això, a continuació es presenten una sèrie d'eines estadístiques que poden ser útils per estimar per mètodes indirectes (i de manera aproximada) l'estructura de la matriu V , o almenys per contrastar si un determinat supòsit sobre aquesta estructura és més o menys raonable.

2.4.3 Aplicació pràctica del mètode de Chow-Lin

Hi ha diferents procediments per intentar estimar la matriu de variàncies-covariàncies del mètode de Chow-Lin. Una de les més senzilles és fixar a priori una matriu de variàncies-covariàncies inicial V_0 (per exemple $V_0=Id$) i a partir d'aquí aplicar el següent procés iteratiu:

1) Estimar la sèrie trimestral a partir de la matriu V_0 :

$$\beta = (X'B(B'V_0B)^{-1}B'X)^{-1}X'B(B'V_0B)^{-1}Y$$

$$y = X\beta + V_0B(B'V_0B)^{-1}(Y-B'X\beta)$$

²¹ Un conjunt de processos $\{x_t^1\}, \dots, \{x_t^n\}$ estan cointegrats si són integrats i és possible trobar-ne una combinació lineal estacionària.

2) En estimar la sèrie trimestral, s'han obtingut també els residus trimestrals:

$$u = V_0 B(B'V_0 B)^{-1}(Y - B'X\beta)$$

3) Amb aquests residus trimestrals es pot estimar la seva matriu de variàncies-covariàncies V_1 .

4) Un cop calculada V_1 es torna a estimar la sèrie trimestral, com en l'etapa 1 però substituint V_0 per V_1 . Aquest procés es pot repetir fins que les sèries trimestrals obtingudes en dues etapes consecutives siguin pràcticament iguals.

Un altre procediment per estimar la matriu V és el de suposar que el terme de pertorbació segueix un esquema autoregressiu AR(1):

$$u_t = \phi u_{t-1} + \varepsilon_t$$

En aquest cas la matriu V és:

$$V = \sigma_\varepsilon^2 \begin{bmatrix} 1 & \phi & \dots & \phi^{n-1} \\ \phi & 1 & \dots & \phi^{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi^{n-1} & \phi^{n-2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Sota aquestes hipòtesis és possible estimar conjuntament els tres paràmetres β, σ^2 i ϕ . L'estimació de màxima versemblança fa maximitzar la funció:

$$F(\beta, \sigma, \phi) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{m}{2}} |B'VB'|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [(Y - X\beta)'(B'VB')^{-1}(Y - X\beta)] \right\}$$

La maximització d'aquesta funció és un problema complicat, i Di Fonzo (1987) proposa un procediment alternatiu a aquesta estimació de màxima versemblança. Si el

coeficient d'autocorrelació dels residus trimestrals és ϕ , aleshores el coeficient d'autocorrelació dels residus anuals és:

$$\phi_a = \frac{\phi (\phi + 1)(\phi^2 + 1)^2}{2 (\phi^2 + \phi + 2)} \quad (45)$$

Segons això, Di Fonzo proposa el següent procés iteratiu:

- 1) Estimar el model anual per mínims quadrats ordinaris (MQO).
- 2) Estimar el coeficient d'autocorrelació ϕ_a dels residus anuals.
- 3) Estimar el coeficient d'autocorrelació trimestral ϕ resolent l'equació (45).
- 4) Estimar la sèrie trimestral pel mètode de Chow-Lin, ja que amb ϕ es construeix la matriu V i per tant ho fa possible
- 5) Construir els residus trimestrals i estimar de nou el coeficient d'autocorrelació trimestral ϕ . Després d'aquesta etapa es torna a estimar la sèrie trimestral (etapa 4) i es repeteix el procés fins que la sèrie trimestral convergeixi.

Un procediment molt més general per estimar la matriu de variàncies-covariàncies és el següent. Donat el model trimestral següent:

$$y = x\beta + u$$

entre les dades anuals hi ha la següent relació:

$$Y = X\beta + U$$

on la relació entre els termes de pertorbació trimestral i anual és:

$$U_t = u_{t1} + u_{t2} + u_{t3} + u_{t4}$$

El problema d'estimar la matriu de variàncies-covariàncies passa per trobar quin és l'efecte d'agregar les observacions d'un procés sobre la seva funció de covariància²².

²² Donat un procés $\{u_t\}$ es defineix la seva funció d'autocovariància $\gamma(\cdot)$ com: $\gamma(h) = \text{Cov}(u_t, u_{t+h})$.

En l'annex 3 s'ha calculat quin és aquest efecte.

En el cas estacionari, si λ i γ són les funcions d'autocovariància de u i U respectivament (és a dir vectors de dimensió infinita), segons els resultats de l'annex 3 estan relacionades segons:

$$[\gamma(0) \quad \dots \quad \gamma(j) \quad \dots] = M \begin{bmatrix} \lambda(0) \\ \vdots \\ \lambda(j) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (46)$$

En la pràctica es disposa d'estimacions d'un nombre finit d'elements d'aquests vectors (concretament suposarem que es disposa de $n+1$ estimacions), que s'expressen com

$$\Psi = [\Psi(0), \Psi(1), \Psi(2), \dots, \Psi(n)]$$

Com que els elements del vector infinit γ tendeixen ràpidament a zero²³, és raonable suposar que a partir de l'element $n+2$ són tots nuls.

Òbviament només és possible estimar un nombre finit d'elements del vector λ . Es defineix m com el nombre d'aquests elements a estimar i se suposa que la resta són nuls. Aleshores la relació anterior (46) es transforma en:

$$[\Psi(0) \quad \dots \quad \Psi(n) \quad 0 \quad 0 \quad \dots] = M \begin{bmatrix} \lambda(0) \\ \vdots \\ \lambda(m) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (47)$$

²³ Tot procés estacionari compleix aquesta propietat.

Si s'elimina la part trivial de la relació (47) es té:

$$[\Psi(0) \dots \Psi(n)] = M^* \begin{bmatrix} \lambda(0) \\ \vdots \\ \lambda(m) \end{bmatrix}$$

on M^* és una matriu de dimensió $n \times m$.

És evident que ens trobem davant d'un problema no identificat, ja que és possible trobar infinits vectors que compleixin la condició anterior. És necessari, per tant, fixar alguna hipòtesi addicional per determinar l'estructura estocàstica del terme de pertorbació del model trimestral. Una possibilitat és la proposada en el treball de Di Fonzo (1987), on se suposa que el terme de pertorbació segueix un esquema autoregressiu.

La via seguida en aquest treball ha estat una altra. La relació anterior es pot utilitzar per trobar l'estructura estocàstica més propera a una de fixada a priori, i que sigui compatible amb les estimacions fetes de l'estructura estocàstica anual. A continuació es descriu el procediment que permet fer aquesta estimació.

$$\gamma^* = M^* \lambda^*$$

Si λ^* és el vector fixat a priori, a aquest li correspon un vector de covariàncies anuals:

Per mesurar la proximitat de l'estimació feta a λ^* s'utilitza l'error quadràtic mitjà (EQM), per tant es fixa el criteri de minimitzar:

$$EQM(\lambda^*, \lambda) = (\lambda^* - \lambda)'(\lambda^* - \lambda) = \varepsilon' \varepsilon$$

subjecte a la restricció:

$$\Psi = M^* \lambda$$

Com que es té que:

$$M^* \epsilon = M^* (\lambda^* - \lambda) = \gamma^* - \gamma$$

es pot plantejar el problema com el de minimitzar ϵ' subjecte a la restricció anterior.

Plantejant el problema amb el lagrangià corresponent es té:

$$L(\epsilon, \mu) = \epsilon' \epsilon - \mu' (M^* \epsilon - \gamma^* + \gamma)$$

Les condicions de primer ordre són:

$$\frac{\partial L}{\partial \epsilon} = 2\epsilon - M^{*'} \mu = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = -M^* \epsilon + \gamma^* - \gamma = 0$$

Si es formula el problema en forma matricial es té:

$$\begin{bmatrix} M^* & 0 \\ 2 * Id & M^{*'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma^* - \gamma \\ 0 \end{bmatrix}$$

i sempre que no hi hagi problemes d'invertibilitat de matrius es pot escriure la solució del problema d'optimització com:

$$\begin{bmatrix} \epsilon \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^* & 0 \\ 2 * Id & M^{*'} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \gamma^* - \gamma \\ 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

i la solució final s'obté com:

$$\lambda = \lambda^* - \varepsilon \quad (50)$$

El principal problema d'aquest mètode d'estimació és el derivat de treballar amb mostres petites. Normalment, amb el nombre de dades anuals de què es disposa, no és possible estimar més d'un o dos elements de la funció d'autocovariància anual i, per tant, no és possible estimar les covariàncies trimestrals. Aquest mètode presenta resultats acceptables a partir de sèries amb 30 o 40 dades anuals.

El mètode seguit en aquest treball ha estat el d'escollir entre les tres especificacions més senzilles:

- 1) Suposar que el terme de pertorbació és soroll blanc, aleshores el mètode de Chow-Lin és equivalent a una estimació MQO; i distribuir el residu anual de manera uniforme entre els quatre trimestres.
- 2) Suposar un esquema autoregressiu. Aleshores s'aplica el mètode de Di Fonzo per estimar el coeficient AR(1).
- 3) Suposar que el terme de pertorbació és un camí aleatori i utilitzar com a matriu $V=(D'D)^{-1}$, on D és la matriu que permet prendre primeres diferències a la sèrie.

En la segona part del treball es comparen els resultats obtinguts en aplicar aquestes tres possibilitats per trimestralitzar certes magnituds de l'economia catalana, en concret, les referides al VAB pel costat de l'oferta.

3. ESTIMACIÓ DEL SENYAL CICLE-TENDÈNCIA DELS INDICADORS

3.1 Introducció

En molts camps de l'economia no és adequat basar les anàlisis en l'evolució de les dades originals, ja que aquestes contenen oscil·lacions que no tenen cap tipus d'interès econòmic i poden fer formular conclusions equivocades. Per això ha rebut força interès en l'anàlisi econòmica el problema de l'extracció de senyals robustos de l'evolució de les diferents variables econòmiques.

Aquest tema ha adquirit gran importància en els últims anys amb el desenvolupament dels mètodes d'extracció de senyals basats en models (ja siguin mètodes dels anomenats de forma reduïda o de forma estructural) i en l'aplicació de la teoria de filtres a aquest problema.

En aquest capítol es pretén en primer lloc presentar breument en què consisteix l'extracció de senyals. A continuació, es presenten els principals mètodes disponibles per a l'extracció de senyals amb els avantatges i inconvenients de cada un dels procediments considerats. Finalment, en el punt 3.4, s'analitza de manera més exhaustiva el mètode d'extracció de senyals utilitzat per a l'estimació de les dades de comptabilitat trimestral de Catalunya i els motius d'aquesta elecció.

Concretament el mètode d'estimació del senyal cicle-tendència utilitzat en l'elaboració de la comptabilitat trimestral de Catalunya està basat en els mètodes de forma reduïda i en la teoria de filtres.

Les dades mensuals originals dels diferents indicadors d'activitat no es poden utilitzar directament per a desagregar les diferents macromagnituds a causa de l'excessiva volatilitat que presenten. Aquest fet provoca que sigui necessari prèviament estimar un senyal robust i representatiu de l'evolució de cada un d'aquests indicadors a llarg termini, eliminant les oscil·lacions que contaminen la informació disponible.

En el cas d'utilitzar els senyals extrets d'una sèrie d'indicadors per trimestralitzar una macromagnitud, és fonamental que aquestes senyals no presentin oscil·lacions irrellevants. Qualsevol oscil·lació que presentin aquests senyals que no es correspongui amb l'evolució de la variable a trimestralitzar causarà que, en el model de regressió estimat, es produeixin uns residus que distorsionaran el comportament de la sèrie trimestral.

És per això que, tot i el perill de pèrdua d'informació que suposa, sempre és millor (per a l'objectiu de trimestralitzar una variable) obtenir uns senyals excessivament suaus que uns senyals que presentin oscil·lacions irrellevants.

Davant la doble possibilitat, d'estimar el senyal a partir de la sèrie de dades mensuals o bé d'agregar aquestes a sèries trimestrals i després estimar el senyal cycle-tendència, s'ha optat per la primera via. Aquesta elecció es basa en la consideració que d'aquesta manera es té en compte tota la informació que proporciona l'evolució de l'indicador.

Per tant, de cada indicador s'ha estimat un senyal cycle-tendència diferent a nivell mensual. Entre aquests senyals s'han escollit després els més representatius de l'evolució de l'economia catalana com a indicadors en el procés de desagregació de les macromagnituds.

Per a la comprensió de les diferents tècniques d'extracció de senyals és important tenir unes nocions d'anàlisi espectral. Es per aquest motiu que una breu introducció als conceptes més importants d'aquesta anàlisi està recollida en l'annex 1.

3.2 Tècniques estadístiques d'extracció de senyals

El concepte d'extracció de senyals es pot definir com un conjunt de tècniques estadístiques dissenyades amb la finalitat de seleccionar una part de tota la informació que conté un conjunt de dades de tall temporal. La traducció econòmica d'aquestes tècniques és la consideració que en tota sèrie temporal de dades hi ha present diferents tipus d'informació i l'objectiu és separar aquella informació rellevant

continguda en cada una de les sèries considerades.

Així, donada una successió temporal d'observacions $\{X_t\}$ es considera que aquesta està formada per un conjunt de components no observables $\{X_t^1\}, \{X_t^2\}, \dots, \{X_t^n\}$ (en general n components) de manera que:

$$X_t = X_t^1 + X_t^2 + \dots + X_t^n$$

Si el fet de disposar els diferents components de manera additiva no sembla raonable, es pot optar per una representació multiplicativa:

$$X_t = X_t^1 \cdot X_t^2 \cdot \dots \cdot X_t^n$$

i aleshores, prenent logaritmes de les dades, es pot recuperar la notació additiva.

El problema de l'extracció de senyals es pot plantejar de la següent manera. Un cop escollit a priori un conjunt d'aquests components (un o més):

$$X_t^* = X_t^{i_1} + X_t^{i_2} + \dots + X_t^{i_k} \quad i_1, \dots, i_k \in \{1, \dots, n\}$$

es vol estimar aquest nou component $\{X_t^*\}$ a partir de les dades observades $\{X_t\}$.

Normalment, però, aquesta formulació tan general es redueix a considerar, en el cas de sèries econòmiques, només quatre components prou coneguts: tendència, cicle, estacionalitat i soroll. Per tant:

$$X_t = T_t + C_t + S_t + U_t$$

Hi ha bàsicament tres vies per fer aquesta estimació: els mètodes empiristes, els mètodes basats en models estructurals i els mètodes basats en el model ARIMA de la sèrie. Analitzem breument aquests mètodes:

A. Mètodes empiristes. Els mètodes X11 i X11ARIMA

Consisteixen a dissenyar un filtre²⁴ que pugui ser aplicat a qualsevol sèrie temporal $\{X_t\}$ i permeti aproximar $\{X_t^*\}$. El disseny del filtre es basa en les característiques del component $\{X_t^*\}$. L'avantatge d'aquest mètode és que un cop dissenyat es pot utilitzar en qualsevol sèrie, és a dir, que no depèn de $\{X_t\}$, únicament de $\{X_t^*\}$. El problema que presenta és precisament aquesta flexibilitat: no permet tenir en compte les peculiaritats de la sèrie $\{X_t\}$. Òbviament per a una sèrie concreta és possible trobar un estimador millor de $\{X_t^*\}$ si es tenen en compte les característiques de $\{X_t\}$.

Els filtres més senzills que permeten estimar components no observables són els filtres mitjana mòbil. Per exemple, si a una sèrie trimestral que presenta estacionalitat s'aplica una mitjana mòbil d'ordre 4, això permet eliminar aquesta estacionalitat. Formalment, aplicant la notació introduïda abans, tenim en aquest cas concret que:

$$X_t^* = X_t - S_t$$

on $\{S_t\}$ és el component estacional. Aleshores, un possible estimador per a $\{X_t^*\}$ és el següent:

$$X_t^* = \frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 X_{t-j}$$

És clar que aquesta estimació presenta un greu problema (entre d'altres) ja que la mitjana mòbil no està centrada i per tant l'estimació de la sèrie desestacionalitzada està desfasada temporalment respecte a la sèrie original. Però com a exemple de mètode empirista d'extracció de senyals, aquest és potser el més senzill.

Els mètodes empiristes més coneguts per l'extracció de senyals són l'X11 (Shiskin *et al.*, 1967) i el seu derivat l'X11ARIMA (Dagum, 1980 i 1988). El primer va ser

²⁴ L'annex 1 inclou una introducció al concepte de filtre.

desenvolupat pel *Bureau of the Census* dels Estats Units. L'X11ARIMA presenta la innovació d'introduir un procediment automàtic per construir el model ARIMA que permet realitzar prediccions de la sèrie original, i així reduir el nombre de revisions de la sèrie obtinguda.

Ambdós mètodes es basen en un procés iteratiu d'aplicació de diferents tipus de mitjanes mòbils. Les etapes seguides en aquests dos mètodes són les següents²⁵:

- a) Calcular les diferències entre la sèrie original i, si la sèrie és mensual, una mitjana mòbil ponderada i centrada de dotze termes (un terme mitjà mòbil 2x12, és a dir, una mitjana de dos termes que a la vegada són la mitjana de dotze termes als quals s'assigna diferent ponderació) com una primera aproximació dels components estacional i irregular.
- b) Calcular una mitjana mòbil estacional ponderada 3x3, terme que proporciona una estimació del component estacional.
- c) Ajustar aquests components estacionals perquè sumin zero.
- d) Restar de la sèrie original el component estacional ajustat per obtenir una primera sèrie ajustada d'estacionalitat.
- e) Aplicar una mitjana mòbil de 9,13 o 23 termes a la sèrie ajustada d'estacionalitat. Restant de la sèrie original aquesta sèrie tendència-cicle obtinguda, s'obté una segona estimació dels components estacional i irregular.
- f) Calcular una mitjana mòbil ponderada 3x5 per a cada mes per separat, amb l'objectiu d'obtenir una segona estimació del component estacional.
- g) Ajustar aquest component estacional perquè sumi zero restant-li una mitjana

²⁵ Vegeu Wallis (1974) i Espasa i Cancelo (1993).

mòbil centrada de dotze termes, operació amb què s'obté el component estacional.

- h) Restar de la sèrie original aquestes darreres estimacions del component estacional obtenint la sèrie ajustada d'estacionalitat.

Les mitjanes mòbils aplicades pel mètode X11ARIMA compleixen una important propietat. Si la sèrie original segueix un comportament del mateix tipus que el model ARIMA, conegut amb el nom de model de les línies aèries, és a dir:

$$\Delta \Delta_{12} Y_t = (1 - \theta_1 L) (1 - \theta_{12} L^{12}) a_t$$

aleshores el mètode X11ARIMA és òptim com a mètode d'extracció de senyals. En cas contrari, els resultats obtinguts mitjançant aquest procediment són poc satisfactoris.

B. Extracció de senyals amb models de forma reduïda

Aquests mètodes intenten millorar els mètodes empírics a partir de l'adaptació dels filtres aplicats a les característiques pròpies de cada sèrie. Això s'aconsegueix a partir de l'estimació d'un model ARIMA per la sèrie observada $\{X_t\}$:

$$\Phi_X(B) X_t = \Theta_X(B) e_t$$

$$\text{on } e_t \sim N(0, \sigma_e^2)$$

Les referències bàsiques per a aquest enfocament de l'extracció de senyals són les de Box, Hillmer i Tiao (1978), Burman (1980), Hillmer i Tiao (1982), Bell i Hillmer (1984), Maravall (1987) i Maravall i Pierce (1987).

La base d'aquests mètodes d'extracció de senyals és trobar models generadors de cada un dels components compatibles amb el model de la sèrie observada. D'aquí el qualificatiu de mètodes basats en models.

En primer lloc se suposa que la sèrie observada està formada per tres components: tendència-cicle ($\{T_t\}$), estacionalitat ($\{S_t\}$) i soroll ($\{U_t\}$). Es considera que cada un d'aquests components es pot representar mitjançant un model ARIMA:

$$\Phi_T(B) T_t = \Theta_T(B) a_t$$

$$\Phi_S(B) S_t = \Theta_S(B) b_t$$

$$\Phi_U(B) U_t = \Theta_U(B) c_t$$

on

$$a_t \sim N(0, \sigma_a^2), \quad b_t \sim N(0, \sigma_b^2) \quad i \quad c_t \sim N(0, \sigma_c^2)$$

Hi ha una relació entre els polinomis autoregressius i la mitjana mòbil del model de la sèrie $\{X_t\}$ i els polinomis autoregressius i la mitjana mòbil dels components. Concretament:

$$\Phi_X(B) = \Phi_T(B) \Phi_S(B) \Phi_U(B)$$

i,

$$\begin{aligned} \Theta_X(B) = & [\Phi_S(B) + \Phi_U(B)] \Theta_T(B) a_t + \\ & + [\Phi_T(B) + \Phi_U(B)] \Theta_S(B) b_t + \\ & + [\Phi_T(B) + \Phi_S(B)] \Theta_U(B) c_t \end{aligned}$$

Els mètodes d'extracció de senyals basats en models de forma reduïda estimen els models ARIMA de cada un dels components a partir del model ARIMA de la sèrie original. Les dues condicions anteriors no són suficients per determinar els models de cada un dels components. Es pot demostrar que, si només es consideren aquestes característiques, la descomposició no està identificada, ja que existeixen infinites combinacions dels components que les compleixen. Per solucionar aquest problema s'imposa l'anomenat requisit canònic. Aquesta condició consisteix a maximitzar la

variància del soroll $\{U_t\}$.

Un cop estimats aquests models s'obtenen filtres que permeten estimar cada un dels components. Concretament els estimadors amb error quadràtic mitjà mínim per cada un dels components són:

$$\tau_t = \frac{\Theta_T(B) \Theta_T(F) \Phi_S(B) \Phi_S(F) \Phi_U(B) \Phi_U(F) \sigma_a^2}{\Theta_X(B) \Theta_X(F) \sigma_e^2} X_t$$

$$s_t = \frac{\Theta_S(B) \Theta_S(F) \Phi_S(B) \Phi_T(F) \Phi_T(B) \Phi_U(F) \sigma_b^2}{\Theta_X(B) \Theta_X(F) \sigma_e^2} X_t$$

$$u_t = \frac{\Theta_U(B) \Theta_U(F) \Phi_S(B) \Phi_S(F) \Phi_T(B) \Phi_T(F) \sigma_c^2}{\Theta_X(B) \Theta_X(F) \sigma_e^2} X_t$$

on F és un operador d'avançaments, és a dir $F=L^{-1}$.

C. Extracció de senyals amb models estructurals

Aquests mètodes tenen en comú amb els mètodes basats en models de forma reduïda que construeixen un model per a la sèrie observada i cada un dels components. La diferència està en les hipòtesis addicionals que es fan servir. En els mètodes basats en models de forma reduïda s'utilitza com a hipòtesi el requisit canònic. En canvi, en els mètodes basats en models estructurals, es fan uns supòsits sobre els models de cada un dels components abans d'estimar el model ARIMA de la sèrie agregada, de manera que aquests models estan ja quasi definits.

Un cop suposats uns models de comportament per a cada un dels components, l'estimació del model ARIMA de la sèrie observada permet identificar els paràmetres d'aquests models i, alhora, contrastar si els models suposats per a cada un dels

components són compatibles amb l'agregat analitzat.

Per tant, en la mesura en que es fixen més hipòtesis a priori, es pot considerar aquest tipus de mètode com una via intermèdia entre els mètodes empiristes i els basats en models de forma reduïda.

Com a exemple, el model estructural bàsic està definit per:

$$\begin{aligned}X_t &= \mu_t + \gamma_t + \epsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t \\ \beta_t &= \beta_{t-1} + \xi_t \\ U_{11}(L) \gamma_t &= \omega_t\end{aligned}$$

on:

μ_t és el component tendencial

β_t és la pendent

γ_t és el component estacional

ϵ_t és el component irregular que segueix un esquema soroll blanc

η_t i ξ_t són esquemes soroll blanc mútuament incorrelacionats i no

estan correlacionats amb cap altre soroll del model; η_t permet que

variï, amb el temps, el nivell del component tendencial, mentre ξ_t

fa la mateixa funció amb la pendent, ω_t és un esquema soroll

blanc i, per últim, $U_{11}(L)$ és un filtre de la forma $1+L+L^2+\dots+L^{11}$.

Una característica dels models estructurals és que la seva estructura està determinada quasi en la seva totalitat amb informació a priori, excepte per a les variàncies de les innovacions. Aquestes quatre variàncies són els únics paràmetres desconeguts i el paper de la mostra de l'agregat és possibilitar la seva estimació. L'estimació d'aquests paràmetres es du a terme a partir de la funció de versemblança del procés generador de les dades, ja sigui en el domini del temps, emprant el filtre de Kalman, o en el de les freqüències, com es recull en el treball de Harvey i Todd (1983).

El model estructural és aplicable a moltes sèries econòmiques, ja que amb les restriccions imposades sobre els seus paràmetres resulta molt similar al model de les línies aèries que, com s'ha posat de manifest amb anterioritat, constitueix, en la major part de les ocasions, una bona aproximació al procés generador de les sèries temporals econòmiques.

Referències bàsiques al desenvolupament d'aquests models són, d'una banda, els treballs d'Engle (1978) i Nerlove *et. al.* (1979) basats en els anomenats models UC-ARIMA²⁶, i, d'altra banda, els treballs de Harvey i Todd (1983), Maravall (1985) i Fernández (1988).

3.3 Senyal de nivell d'una sèrie econòmica

En la pràctica és molt usual escollir, com a senyal de nivell d'una sèrie, l'ajustada d'estacionalitat en lloc de la sèrie tendència-cicle. Com es posa de manifest a Espasa (1990) i Espasa i Cancelo (1993 i 1994), l'analista de conjuntura ha de decidir si identifica l'evolució d'una sèrie econòmica amb el senyal tendència-cicle o amb la sèrie ajustada d'estacionalitat. Tradicionalment, l'evolució de les sèries econòmiques s'ha associat amb la sèrie ajustada d'estacionalitat, encara que segons aquests autors hauria de ser identificada amb els components tendencial i cíclic. Maravall i Pierce (1986) i Box *et al.* (1987) també han donat suport a aquesta proposta.

La discrepància se centra en si cal considerar el component irregular com a part integrant del senyal rellevant o com un soroll addicional que és convenient eliminar. Espasa i Cancelo (1994) justifiquen l'eliminació del component irregular basant-se en raons econòmiques i estadístiques.

Per a la major part de les variables, la teoria econòmica utilitza conceptes que no consideren cap tipus d'oscil·lacions de caràcter estacional ni de pertorbacions transitòries. En aquest cas, es pot considerar que aquestes pertorbacions, si hi són,

²⁶ *Unobserved components ARIMA models* (models ARIMA de components no observables).

distorsionen el concepte abstracte a què es refereix la teoria econòmica.

Des del punt de vista estadístic, les raons per preferir la sèrie tendència-cicle a l'ajustada d'estacionalitat com a senyal de nivell d'una sèrie se sintetitzen, segons Espasa i Cancelo (1993), en el requisit canònic, la precisió de l'estimador i l'eficiència de l'estimació concurrent.

Els senyals de nivell d'una sèrie econòmica han de ser tan suaus com sigui possible. En aquest sentit, l'anomenat requisit canònic, que s'imposa en alguns procediments d'extracció de senyals, assigna, al component irregular, tanta variabilitat purament estocàstica com sigui possible. Per tant, si es concentra la major part de la variabilitat en el component irregular sembla paradoxal que s'utilitzi, com a senyal de nivell d'una sèrie econòmica, l'ajustada d'estacionalitat, en comptes d'emprar la resultant d'eliminar d'aquesta el component irregular.

Alguns autors argumenten que la sèrie ajustada d'estacionalitat és millor que la tendència-cicle perquè la seva estimació és més precisa. Segons Espasa i Cancelo (1994) aquest és un resultat evident, ja que la sèrie ajustada d'estacionalitat és una sèrie contaminada i, en conseqüència, s'estima amb menor variància que un senyal més pur, com ara la tendència-cicle. Si aquest fos un argument decisiu, el millor senyal de la sèrie original seria ella mateixa, ja que s'estima sense cap tipus d'error. En el treball esmentat i seguint Maravall (1990), es fan els següents comentaris sobre aquest punt:

- a) A fi que aquest argument sigui vàlid, la major precisió relativa en l'estimació de la sèrie ajustada ha de compensar la major variabilitat relativa. En general la diferència entre la variància de la sèrie ajustada d'estacionalitat i la de la tendència és petita i, en conseqüència, els intervals de confiança són molt similars.
- b) L'error dels estimadors provisionals de cada un dels senyals s'obté com la suma de l'error de revisió i de l'error de l'estimador final. Per definició, a mesura que

les prediccions de les sèries originals que formen part dels estimadors concurrents dels senyals se substitueixen pels valors veritables, el primer tendeix a zero i la variància total convergeix cap a la variància del segon tipus d'error. Aquesta convergència és més ràpida per a la tendència que per a la sèrie ajustada d'estacionalitat.

- c) La variància de l'error de predicció de la tendència és més petita que la variància de l'error de predicció de la sèrie ajustada d'estacionalitat.

El darrer argument a favor d'emprar la sèrie tendència-cicle com a senyal de nivell d'una sèrie es basa en l'eficiència de l'estimador concurrent. Alguns defensors de la sèrie ajustada d'estacionalitat assenyalen que si s'opta per la sèrie tendència-cicle és necessari repetir tot el procés d'extracció de senyals cada vegada que es disposa d'una nova observació, mentre que la sèrie ajustada d'estacionalitat es pot calcular a partir de prediccions del component estacional. Maravall (1987) posa de manifest que aquest procediment és ineficient i assenyala que, cada vegada que es disposa d'una nova observació, l'ajustament estacional ha de ser actualitzat de la mateixa manera que es fa amb la tendència, amb la qual cosa desapareix aquest suposat avantatge de la sèrie ajustada d'estacionalitat.

En aquest treball, i atenent a les observacions anteriors, s'ha seleccionat com a senyal de referència el senyal cicle-tendència.

3.4 Filtre de línies aèries modificat (LAM)

A l'hora d'escollir un mètode concret per dur a terme l'estimació del senyal cicle-tendència dels diferents indicadors s'han tingut en compte les següents consideracions:

- 1) La necessitat de fer prediccions per completar les dades d'aquells indicadors dels quals es disposa amb un cert retard, per tal d'evitar un temps d'espera excessiu en la presentació de l'evolució trimestral de l'economia catalana.
- 2) L'estudi de les característiques específiques de cada sèrie a l'hora d'estimar el

senyal cicle-tendència i evitar la utilització d'un mètode estàndard per a tots els indicadors. Això descarta, per tant, la utilització del mètode X11-ARIMA. Aquest fet suposa un cost important, ja que aquest procediment es troba implementat en molts paquets estadístics. De totes maneres, s'ha fet un esforç important en l'estimació dels senyals dels indicadors, ja que són la base per després trimestralitzar les sèries de VAB anual.

- 3) Malgrat que els mètodes aplicats s'adapten a les característiques de cada un dels indicadors, el fet d'haver de tractar una gran quantitat de sèries fa necessari que es tracti d'un mètode de càlcul senzill.
- 4) Les sèries de la *Comptabilitat trimestral de Catalunya* han de ser comparables amb les sèries de la *Contabilidad nacional trimestral* que publica l'Instituto Nacional de Estadística.

Amb l'objectiu que l'estimació del senyal cicle-tendència tingui en compte les característiques de cada sèrie, s'ha d'aplicar un mètode que estigui basat en la construcció de models de comportament de la sèrie. En l'àmbit de l'anàlisi de sèries econòmiques es consideren aquestes sèries com a generades per l'agregació de diferents components independents entre ells. En aquest cas l'obtenció del senyal cicle-tendència consisteix a aïllar un d'aquests components.

Més concretament s'ha considerat que la sèrie observada X_t està composta per tres components independents: component cicle-tendència (T_t), component estacional (S_t) i component irregular o soroll (U_t), i per tant es pot escriure a sèrie X_t com:

$$X_t = T_t + S_t + U_t \quad (51)$$

Tot i que l'esquema anterior és un esquema additiu, es pot considerar la sèrie generada segons un esquema multiplicatiu. En aquest cas es pot representar la sèrie X_t com:

$$X_t = T_t S_t U_t \quad (52)$$

Per convertir aquest model en lineal és suficient transformar les dades prenent logaritmes, aleshores obtenim un model equivalent a (51):

$$\log X_t = \log T_t + \log S_t + \log U_t \quad (53)$$

Segons aquest esquema l'objectiu és estimar el primer component, T_t . S'ha considerat, en epígrafs anteriors, que cada un d'aquests components es pot representar mitjançant un model ARIMA:

$$\begin{aligned} \Phi_T(B) T_t &= \Theta_T(B) a_t \\ \Phi_S(B) S_t &= \Theta_S(B) b_t \\ \Phi_U(B) U_t &= \Theta_U(B) c_t \end{aligned} \quad (54)$$

$$\text{on } a_t \sim N(0, \sigma_a^2), \quad b_t \sim N(0, \sigma_b^2) \text{ i } c_t \sim N(0, \sigma_c^2)$$

de la mateixa manera que es pot suposar per a la sèrie observada X_t una representació ARIMA²⁷:

$$\begin{aligned} \Phi_X(B) X_t &= \Theta_X(B) e_t \\ \text{on } e_t &\sim N(0, \sigma_e^2) \end{aligned} \quad (55)$$

A partir de l'estructura de cada component es pot trobar la representació ARIMA de la sèrie observada X_t i les relacions existents entre aquesta representació i les representacions dels seus components. Concretament:

$$\Phi_X(B) = \Phi_T(B) \Phi_S(B) \Phi_U(B) \quad (56)$$

²⁷ On B representa l'operador de retards de manera que $BX_t = X_{t-1}$

i,

$$\begin{aligned}\Theta_X(B) = & [\Phi_S(B) + \Phi_U(B)] \Theta_T(B) a_t + \\ & + [\Phi_T(B) + \Phi_U(B)] \Theta_S(B) b_t + \\ & + [\Phi_T(B) + \Phi_S(B)] \Theta_U(B) c_t\end{aligned}\tag{57}$$

A la pràctica només es disposa de la sèrie X_t i es vol estimar cada un dels seus components (cicle-tendència, estacionalitat i soroll). El problema d'estimar diverses sèries a partir d'un únic conjunt d'observacions és un problema indeterminat (almenys de manera intuïtiva). De fet hi ha infinites estructures dels diferents components que poden donar lloc a la mateixa estructura de la sèrie observada. Per tant, és necessari imposar algún tipus de restricció sobre aquestes estructures.

La via natural per imposar aquestes restriccions passa per l'anàlisi de les sèries temporals en el domini de les freqüències. La consideració que la sèrie observada X_t es pot representar com una combinació de diferents oscil·lacions, cadascuna amb diferents freqüències, fa suposar que cada un dels components no observables de la sèrie representa un subconjunt d'aquestes freqüències²⁸.

Mentre que el component estacional agrupa les oscil·lacions de freqüència anual (és a dir, moviments de la variable que es repeteixen un cop l'any), el soroll recull els moviments més irregulars de la variable i, per tant, agrupa les oscil·lacions de freqüència major a l'anual (és a dir, variacions de durada inferior a un any).

Per contra, el component cicle-tendència recull les oscil·lacions de menor freqüència, és a dir, les oscil·lacions de llarg termini. L'estimació del component T_t suposa eliminar de la sèrie original les oscil·lacions anuals (estacionalitat) i les oscil·lacions d'alta freqüència.

²⁸ A més se suposa que tota freqüència pertany a un i només un dels diferents components.

Per a l'elaboració de la comptabilitat trimestral cal estimar un senyal cicle-tendència representatiu de cada un dels indicadors. Per estimar aquest senyal cal eliminar tant les oscil·lacions estacionals com les oscil·lacions irregulars. En termes d'anàlisi freqüencial, cal aplicar determinades operacions sobre les dades que permetin seleccionar només les freqüències menors²⁹.

El mètode que s'ha utilitzat es pot descompondre en dues etapes. En cada etapa s'aplica un filtre³⁰ dissenyat per eliminar un tipus d'oscil·lacions, un per tal d'eliminar l'estacionalitat i l'altre per tal d'eliminar les altes freqüències. El resultat global després d'haver aplicat els dos filtres és el de seleccionar només les baixes freqüències.

Aquests filtres són dissenyats en el domini de les freqüències a fi d'aconseguir que el desfasament produït sigui mínim. L'aplicació de qualsevol filtre sobre una sèrie de dades temporals té, a més de l'efecte de seleccionar la informació continguda en determinades freqüències, un efecte de desplaçament temporal (o desfasament) d'aquesta informació. El filtre a aplicar, a més de seleccionar la banda de freqüències adequada, cal que tingui un desfasament reduït (en cas contrari seria necessari un gran nombre de prediccions).

L'objectiu d'aquesta investigació és que les estimacions del senyal cicle-tendència dels indicadors catalans siguin comparables amb les estimacions d'aquest senyal emprades per a l'elaboració de la *comptabilitat nacional trimestral*. Per aconseguir-ho s'ha suposat que la sèrie X_t segueix un comportament del tipus conegut com a model de les línies aèries³¹.

$$(1-B)(1-B^{12}) X_t = (1-\theta_1 B)(1-\theta_{12} B^{12}) e_t$$

(58)

amb $|\theta_1| < 1$ i $\theta_{12} > 0$

²⁹ S'entén per banda de freqüències seleccionada aquelles freqüències per a les quals el filtre té un guany més gran que 1.

³⁰ Per a una introducció al concepte de filtre, vegeu l'annex 1.

³¹ En el cas de sèries trimestrals, el model de línies aèries és: $(1-B)(1-B^4)X_t = (1-\theta_1 B)(1-\theta_4 B^4)e_t$.

En aquest model, tenint en compte la caracterització que s'ha fet de cada un dels components i de la informació que recullen, el polinomi $(1-B)(1-B^{12})$ es descompon de la següent manera:

$$\Phi_T(B) = (1-B)^2$$

$$\Phi_S(B) = U(B) = (1 + B + \dots + B^{11})$$

$$\Phi_U(B) = 1$$

Atès que $(1-\theta_1 B)(1-\theta_{12} B^{12})$ és el polinomi d'un MA(13), és raonable fixar Θ com un MA(2) i Θ_S com un MA(11), és a dir:

$$\Theta_T = \tau_0 + \tau_1 B + \tau_2 B^2$$

i,

$$\Theta_S = v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + v_3 B^3 + \dots + v_{11} B^{11}$$

En aquestes condicions l'estimador amb error quadràtic mínim T_t^e és ³²:

$$T_t^e = H(B, F) e_t$$

on $H(B, F)$ és el filtre de Wiener-Kolmogorov ³³:

$$H(B, F) = \frac{\Theta_T(B) \Theta_T(F) \Phi_S(B) \Phi_S(F) \Phi_U(B) \Phi_U(F) \sigma_a^2}{\Theta_X(B) \Theta_X(F) \sigma_e^2}$$

Aquest és, en general, un filtre infinit que pot necessitar moltes prediccions cap endavant i cap endarrere. Com alternativa a aquesta estimació òptima es pot utilitzar

³² Vegeu per exemple Maravall (1987).

³³ On F és l'operador invers de l'operador de retards B , és a dir, $FX_t = X_{t+1}$

el conegut com a filtre de línies aèries modificat (LAM)³⁴. Aquest consisteix en l'aplicació encadenada d'un filtre desestacionalitzador i d'un filtre que elimina les altes freqüències.

El filtre desestacionalitzador utilitzat és l'aplicat en l'elaboració de la comptabilitat nacional trimestral. Si la sèrie X_t té una representació com a (58), un filtre que permet eliminar l'estacionalitat d'aquesta sèrie, i que té un desfasament reduït, és el següent³⁵:

$$(B) = \frac{K (1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2) (1 + B + B^2 + \dots + B^{11})}{(1 - \theta_1 B) (1 - \theta_{12} B^{12})} \quad (59)$$

on els paràmetres del filtre es poden calcular a partir de les expressions següents³⁶:

$$\alpha_1 = \frac{\sqrt{2 - \frac{4\theta_1}{(1-\theta_1)^2} - \frac{576\theta_{12}}{(1-\theta_{12})^2}}}{\frac{2\theta_1}{(1-\theta_1)^2} - \frac{288\theta_{12}}{(1-\theta_{12})^2}}$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 1$$

$$K = \frac{(1-\theta_1)(1-\theta_{12})}{12(1-\alpha_1-\alpha_2)}$$

A continuació s'aplica un filtre que permet eliminar les altes freqüències, en concret els filtres més senzills que ho permeten són els AR(2).

Els filtres AR(2) que permeten seleccionar la informació de baixa freqüència

³⁴ Vegeu INE (1993).

³⁵ Sempre que els paràmetres estimats compleixin les següents restriccions: $|\theta_1| < 1$ i $\theta_{12} > 0$

³⁶ Vegeu INE (1993).

normalment es defineixen a partir de la funció de potència³⁷. Es considera un filtre AR(2) amb polinomi de retards el següent:

$$H(L) = \frac{a_0}{1 + a_1 L + a_2 L^2} \quad (60)$$

aleshores la funció de potència d'aquest filtre és igual a:

$$P(\omega) = \left| \frac{a_0}{1 + a_1 e^{-j\omega} + a_2 e^{-2j\omega}} \right|^2 \quad (61)$$

Si es fan algunes transformacions trigonomètriques es pot arribar a:

$$P(\omega) = \frac{a_0^2}{1 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 \cos \omega + 2a_2 \cos 2\omega + 2a_1 a_2 \cos \omega} \quad (62)$$

Es tracta de trobar els coeficients a_0 , a_1 i a_2 que permetin obtenir una funció de potència que amplifiqui les baixes freqüències i n'elimini les altes.

És possible trobar múltiples combinacions dels tres paràmetres que permetin obtenir funcions de potència com l'anterior. D'aquestes diferents combinacions interessa trobar aquella que s'ajusti més a la funció de potència òptima. Si es considera que les variacions de periodicitat més gran que un període determinat p_0 formen part de la tendència, la funció de potència òptima és de la forma:

$$P(\omega) = \begin{cases} 0 & \omega \leq \omega_0 \\ 1 & \omega > \omega_0 \end{cases}$$

³⁷ La funció de potència d'un filtre $H(L)$ és $P(\omega) = |H(\omega)|^2$ on ω indica la freqüència entre $-\pi$ i π .

on w_0 és la freqüència corresponent al període p_0 ³⁸.

Per tal d'aconseguir una bona aproximació a aquesta funció òptima s'imposen una sèrie de condicions sobre la funció de potència:

1) Una potència unitat ha de correspondre a les oscil.lacions de període infinit (és a dir, freqüència zero). Aquestes oscil.lacions formen el que s'anomena tendència en sentit estricte. Matemàticament, aquesta condició es transforma en:

$$1 = P(0) = \frac{a_0^2}{1 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_1a_2} = \quad (63)$$

$$= \frac{a_0^2}{(1 + a_1 + a_2)^2}$$

per tant s'obté la següent condició sobre els paràmetres:

$$a_0 = 1 + a_1 + a_2 \quad (64)$$

2) Interessa que el filtre permeti eliminar les oscil.lacions d'alta freqüència, per tant es vol fer mínim el valor de la funció de guany en el punt π . Atès que:

$$P(\pi) = \frac{a_0^2}{1 + a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 + 2a_2 - 2a_1a_2} = \quad (65)$$

$$= \frac{a_0^2}{(1 - a_1 + a_2)^2}$$

es pot escriure aquesta condició com:

³⁸ És a dir $\omega_0 = 2\pi/p_0$.

$$\text{Minimitzar } \left\{ \frac{a_0}{1-a_1+a_2} \right\} \quad (66)$$

3) Queda per determinar a partir de quina periodicitat es vol que el filtre seleccioni la informació. Normalment s'estableix com a frontera entre freqüències seleccionades i freqüències no seleccionades aquella a què correspon una potència igual a 0.5. Si es defineix p_0 com al període mínim de les oscil·lacions que es volen seleccionar, aleshores s'ha de complir:

$$\frac{1}{2} = P\left(\frac{2\pi}{p_0}\right) = \frac{a_0^2}{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1\cos\left(\frac{2\pi}{p_0}\right) + 2a_2\cos\left(\frac{4\pi}{p_0}\right) + 2a_1a_2\cos\left(\frac{6\pi}{p_0}\right)} \quad (67)$$

Si es defineixen A i B de la següent manera:

$$A = \cos\left(\frac{2\pi}{p_0}\right), \quad B = \cos\left(\frac{4\pi}{p_0}\right)$$

es pot reescriure conjuntament el problema de trobar el filtre desitjat amb les tres condicions que s'han imposat com:

$$\text{Minimitzar } f(a_0, a_1, a_2) = \frac{a_0}{1 - a_1 + a_2} \quad \text{subjecte a:}$$

$$a_0 = 1 + a_1 + a_2$$

$$2a_0^2 = 1 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1A + 2a_2B + 2a_1a_2A$$

Es pot comprovar que per resoldre aquest problema n'hi ha prou amb resoldre la següent equació de grau 4:

$$x^4 + (-10-2B+8A) x^3 + (-6+16A-4B) x^2 + (-10-2B+8A) x + 1 = 0$$

Un cop resolta aquesta equació, si x_0 n'és una solució, es poden obtenir els paràmetres a_0 , a_1 i a_2 com:

$$a_2 = x_0$$

$$a_1 = \frac{-4x_0}{1 + x_0}$$

$$a_0 = 1 + x_0 - \frac{4x_0}{1 + x_0} \quad (68)$$

En concret, s'ha seguit el criteri fixat per l'Institut Nacional de Estadística i s'ha seleccionat la informació a partir de 20 mesos. Els coeficients òptims en aquest cas són:

$$a_2 = 0.6413063774$$

$$a_1 = -1.5629169208$$

$$a_0 = 0.0783894565$$

La sèrie obtinguda després d'aplicar aquest dos filtres està desplaçada en el temps en relació amb l'entrada o sèrie original. Això implica perdre les últimes observacions de la sèrie, pèrdua que cal compensar amb prediccions si es vol disposar del senyal cicle-

tendència final en l'últim moment del qual es tenen dades³⁹. El desfasament dels filtres aplicats a cada un dels indicadors és diferent ja que depèn dels paràmetres estimats θ_1 i θ_2 i el període mínim p seleccionat. Per tant, per a cada indicador ha estat necessari avaluar aquest desfasament abans de fer les prediccions que fossin necessàries en cada cas.

Cal dir que el desfasament introduït per l'aplicació dels filtres anteriors no és únic, sinó que cada tipus d'informació (cada freqüència o període) presenta un desfasament diferent⁴⁰. Concretament, el desfasament introduït per l'aplicació dels dos filtres (anterior per a oscil·lacions de període P) es pot calcular a partir de les fórmules següents:

$$D(P) = \frac{P}{2\pi} \sum_{j=1}^5 \tan^{-1} \mu_j \quad (69)$$

on⁴¹:

$$\mu_1 = \frac{-\sum_{j=1}^{11} \sin \frac{2\pi j}{P}}{1 + \sum_{j=1}^{11} \cos \frac{2\pi j}{P}}$$

$$\mu_2 = \frac{\alpha_1 \sin \frac{2\pi j}{P} + \alpha_2 \sin \frac{4\pi j}{P}}{1 - \alpha_1 \cos \frac{2\pi j}{P} + \alpha_2 \cos \frac{4\pi j}{P}}$$

³⁹ Aquestes prediccions són necessàries per obtenir les sèries de comptabilitat trimestral fins a l'últim trimestre del qual es tenen dades sobre els indicadors utilitzats. El càlcul de prediccions de les sèries de comptabilitat trimestral requerirà prediccions afegides.

⁴⁰ Vegeu l'annex 1.

⁴¹ En l'annex 2 s'expliciten els càlculs que permeten arribar a aquestes expressions.

$$\mu_3 = \frac{-\theta_1 \sin \frac{2\pi j}{P}}{1 - \theta_1 \cos \frac{2\pi j}{P}}$$

$$\mu_4 = \frac{-\theta_{12} \sin \frac{24\pi j}{P}}{1 - \theta_{12} \cos \frac{24\pi j}{P}}$$

$$\mu_5 = \frac{a_1 \sin \frac{2\pi j}{P} + a_2 \sin \frac{4\pi j}{P}}{1 + a_1 \cos \frac{2\pi j}{P} + a_2 \cos \frac{4\pi j}{P}}$$

En aquest treball s'ha seleccionat com a període de referencia $P=24$ mesos⁴². El desfasament calculat a partir de l'expressió (69) indica el nombre de prediccions que són necessàries per poder estimar el senyal cicle-tendència de l'indicador fins a l'última dada disponible.

A la pràctica, per saber el nombre de prediccions necessàries cal tenir en compte el nombre de dades disponibles. Si per exemple, l'última dada disponible de l'indicador és la referida a maig de 1995 i el desfasament obtingut segons l'expressió (69) és igual a 4 mesos, això implica que només és possible estimar sense prediccions la tendència de l'indicador fins a gener de 1995. Si es necessita la tendència de l'indicador per fer

⁴² En el cas de sèries trimestrals s'ha escollit $P=7$ trimestres.

una primera estimació del VAB a Catalunya, n'hi ha prou amb estimar 2 mesos, els de juny i juliol. D'aquesta manera, quan s'aplica el filtre LAM, es perden 4 observacions (abril, maig, juny i juliol), i l'última dada estimada de la tendència és la de març (per tant, es disposa de dades del primer trimestre).

En resum, per estimar el senyal cycle-tendència de cada indicador s'han seguit les sis etapes següents:

- 1) Estimar un model de línies aèries per a cada un dels indicadors.
- 2) Comprovar que es compleixin les condicions establertes sobre els paràmetres estimats.
- 3) Calcular el filtre desestacionalitzador en funció dels paràmetres estimats.
- 4) Calcular el desfasament introduït per aquest filtre i el filtre AR(2) conjuntament.
- 5) Efectuar prediccions per a cada un dels indicadors per posar el senyal estimat en fase amb la sèrie original.
- 6) Aplicar primer el filtre desestacionalitzador i després el filtre AR(2) a la sèrie original.

PART II

RESULTATS

4. ESTIMACIÓ DEL VALOR AFEGIT BRUT (VAB) TRIMESTRAL DE CATALUNYA

4.1 Introducció

Un cop analitzats els procediments necessaris per trimestralitzar macromagnituds econòmiques, s'ha aplicat aquesta metodologia per estimar l'evolució trimestral del valor afegit brut de Catalunya en el període 1980-1994. Concretament, s'ha estimat el VAB trimestral de Catalunya dels sectors agrari, industrial, de la construcció i els serveis. Agregant aquestes quatre magnituds s'ha obtingut el VAB trimestral total de l'economia catalana.

L'elecció del període 1980-1994 ha estat condicionada per la disponibilitat de dades, atès que la informació elaborada per l'INE en l'àmbit regional està disponible tan sols des de l'any 1980. Les dades anuals de les magnituds considerades en aquest treball han estat proporcionades per l'Institut d'Estadística de Catalunya⁴². En el treball IEC (1994) s'indica la metodologia emprada per aquest organisme en elaborar la sèrie històrica de VAB de l'economia a preus reals.

Com a mètode de validació del procés d'estimació aplicat, a més d'estimar les sèries trimestrals referides a Catalunya, també s'han estimat les mateixes sèries referides al total de l'economia espanyola. Com que es disposa de dades oficials de comptabilitat nacional trimestral publicades per l'INE, és possible comparar les estimacions obtingudes amb les dades oficials i d'aquesta manera validar la metodologia aplicada.

El procés d'estimació de les sèries trimestrals s'ha estructurat en quatre etapes:

- 1) Recopilació de la informació disponible sobre indicadors econòmics.
- 2) Extracció del senyal cicle-tendència d'aquests indicadors.
- 3) Selecció dels indicadors més adients per trimestralitzar cada una de les

⁴² Les dades anuals de referència estan recollides en l'annex 6.

magnituds considerades.

- 4) Trimestralització de les magnituds anuals.

A continuació s'analitza cada una d'aquestes etapes.

4.2 Recopilació dels indicadors disponibles

S'ha recollit tota la informació disponible sobre dades d'alta freqüència referides a l'economia catalana. Aquesta informació, fa referència a indicadors d'activitat de periodicitat trimestral o mensual. Aquests indicadors s'han seleccionat atenent als següents requisits⁴³:

- a) Han de ser indicadors que estiguin altament relacionats amb l'evolució econòmica.
- b) Cal disposar de dades de l'indicador almenys des de l'any 1980.
- c) Aquestes dades han de ser a l'abast tant per a Catalunya com per a Espanya. Aquesta condició s'imposa a fi de poder aplicar el mateix procés de trimestralització en estimar l'evolució espanyola trimestral.

Un cop recopilada aquesta informació s'ha analitzat quins indicadors són més representatius de cada un dels quatre sectors econòmics. Aquesta inspecció s'ha realitzat tant per Espanya com per Catalunya. Cal no oblidar que en el cas de Catalunya només es disposa de quinze dades de VAB anuals per a cada sector. Per aquest motiu també s'ha analitzat la relació entre els diferents indicadors i les sèries de comptabilitat nacional trimestral.

Aquesta fase descriptiva porta a les següents conclusions:

- 1) Es disposa d'un nombre escàs d'indicadors per a l'economia catalana.

⁴³ A l'annex 4 es recullen les fonts estadístiques d'on procedeixen aquests indicadors.

- 2) Mentre que és possible trobar indicadors representatius de l'evolució econòmica dels sectors indústria, construcció i serveis, això no és possible en el cas de l'agrari.
- 3) El sector agrari presenta a més una evolució molt erràtica. Aquesta característica i el fet de no disposar d'informació addicional sobre aquest sector fan trimestralitzar el VAB del sector agrari per algun mètode sense indicadors. Concretament, el mètode escollit és el de Boot, Feibes i Lisman.
- 4) A causa de la presència de tendències molt clares, tant en les sèries anuals com en les sèries trimestrals, es decideix treballar amb les sèries en diferències per evitar problemes de correlació espúria⁴⁴. Això, en el cas dels sectors indústria, construcció i serveis, fa estimar els models de regressió entre indicadors i el VAB amb les variables en diferències, i, en el cas l'agrari, s'aplica el mètode de Boot, Feibes i Lisman amb la matriu de primeres diferències.

4.3 Extracció del senyal cicle-tendència

En aquesta etapa s'ha estimat, per a cada un dels indicadors, el model conegut amb el nom de línies aèries (LAM). Els paràmetres del model permeten calcular els paràmetres del filtre LAM adequats per a cada indicador. En l'annex 5 es presenten els models estimats i també els paràmetres del filtre aplicat a cada un dels indicadors.

En aquest annex s'ha calculat també el desfasament introduït pel filtre LAM en cada indicador⁴⁵. Atès que, en general, el desfasament és un nombre racional, cal aproximar aquest al nombre enter més proper⁴⁶.

⁴⁴ Un treball ja clàssic sobre els derivats de la presència de correlacions espúries és el de Granger i Newbold (1974).

⁴⁵ A la columna 2 de l'annex 5.

⁴⁶ A la columna 3 de l'annex 5.

A continuació, segons quina és l'última dada disponible de cada indicador en el moment de realitzar aquest treball i el desfasament del filtre, s'estima el nombre de prediccions necessàries de manera que es disposi del senyal cicle-tendència de tots els indicadors fins al primer trimestre de l'any 1995.

Un problema que es deriva de l'aplicació del filtre LAM és que al començament de la sèrie a la qual s'aplica aquest filtre, l'estimació del senyal cicle-tendència necessita diverses observacions per convergir. Això és degut al fet que la sèrie és finita i, en aplicar el filtre, implícitament s'està assignant el valor zero a les observacions anteriors a la primera dada disponible.

Això no planteja dificultats en el cas d'indicadors amb sèries molt llargues, és suficient aplicar el filtre a la sèrie completa (des de la primera dada disponible) i després utilitzar només el senyal cicle-tendència a partir de 1980. En el cas que les sèries no siguin tan llargues, hi ha dues opcions per solucionar aquest problema:

- 1) Utilitzar el model línies aèries estimat per realitzar prediccions cap endarrere.
- 2) Repetir les dades del primer any al començament de la sèrie.

La necessitat de disposar de senyals d'aquest tipus en què basar el procés de trimestralització de les magnituds econòmiques catalanes, es basa en el fet que, en la majoria dels països occidentals, les oficines d'estadística i els organismes oficials fan ús d'aquestes sèries per seguir l'evolució de l'economia a curt termini.

4.4 Selecció d'indicadors

Un cop estimats els senyals cicle-tendència de tots els indicadors, s'han agregat per anys i s'han comparat amb les sèries anuals de VAB. En l'annex 7 es presenten els coeficients de correlació entre aquests senyals i els VAB (sempre de les variables en diferències), tant per a Espanya com per a Catalunya. En el cas d'Espanya, a més, s'han calculat els coeficients de correlació entre els senyals cicle-tendència estimats i les sèries trimestrals de la comptabilitat nacional trimestral.

A continuació, s'ha seleccionat, després d'un ampli estudi en què s'han considerat diverses possibilitats per a cada una de les magnituds estudiades, un model de regressió per cada un dels sectors (indústria, construcció i serveis de Catalunya). Com a primer requisit, el model seleccionat ha de ser capaç d'explicar el comportament del VAB anual de Catalunya. Aquest és un requisit indispensable si es vol utilitzar aquest model com a base per aplicar el mètode de Chow-Lin. A més, ja s'ha comentat que els problemes derivats del desconeixement de la matriu de variàncies-covariàncies del terme de pertorbació trimestral, es minimitzen quan es maximitza el grau de relació entre els indicadors i la magnitud anual.

Com a via addicional de selecció d'indicadors, s'han estimat els mateixos models de regressió per a les dades referides a Espanya, tant a nivell trimestral com anual. Això proporciona més criteris per seleccionar un model o altre. A continuació es presenten els indicadors seleccionats i les estimacions d'aquests models per a cada un dels sectors.

4.4.1 Indicadors de la indústria

Els indicadors seleccionats són la població ocupada al sector industrial (POCI i POCIE) i l'índex de producció de productes industrials general (IPPIG i IPIGE). Tots dos són variables molt relacionades amb l'activitat industrial, fet corroborat pels resultats de les estimacions.

VAB ANUAL DE LA INDÚSTRIA A CATALUNYA (1980-1994) (en diferències)		
INDICADOR	COEFICIENT	T-ESTADÍSTIC
C	35245.153	6.475
POCI	84.474	5.766
IPPIG	9944.465	5.679
R^2 aj.= 0.929	E.S.= 16233.28	D.W.= 2.919

Quadre 4.1

En els quadres 4.1, 4.2 i 4.3 es presenten els resultats de l'estimació del model de

regressió amb les variables en diferències entre el VAB i aquests indicadors (exactament el senyal cicle-tendència de l'indicador).

VAB ANUAL DE LA INDÚSTRIA A ESPANYA (1980-1994) (en diferències)		
INDICADOR	COEFICIENT	T-ESTADÍSTIC
C	134.335	3.595
POCIE	0.969	2.921
IPIGE	58.838	4.458
R² aj.= 0.863	E.S.= 95.557	D.W.= 2.865

Quadre 4.2

VAB TRIMESTRAL DE LA INDÚSTRIA A ESPANYA (1980-1994) (en diferències)		
INDICADOR	COEFICIENT	T-ESTADÍSTIC
C	8.6086201	5.16891
POCIE	0.2318556	4.19409
IPIGE	13.183988	6.78767
R² aj.= 0.7493	E.S.= 9.492	D.W.= 0.969

Quadre 4.3

És important adonar-se que en el model ajustat amb les dades trimestrals espanyoles, l'estadístic Durbin-Watson (D.W.) és força petit, i mostra com els residus del model estimat tenen una alta correlació. Tot i que l'estadístic D.W. està en l'interval d'indeterminació, és recomanable dur a terme l'estimació del model anterior amb la inclusió d'un esquema autoregressiu en el terme de pertorbació, per tal de comparar els resultats amb els de l'estimació anterior. Un cop feta aquesta comparació, s'ha pogut comprovar que els resultats de l'estimació són molt semblants.

Aquest és un bon exemple per veure com els residus del model anual i els del model trimestral poden ser força diferents, ja que els models anuals estimats no fan pensar en la necessitat d'aquest comportament autoregressiu. En canvi, la presència d'aquest comportament autoregressiu en el model trimestral espanyol fa pensar en la possibilitat

que en el procés de trimestralització calgui incloure un terme de pertorbació autoregressiu. Es pot comprovar a continuació com en els models estimats per als sectors construcció i serveis passa el mateix.

Finalment, s'ha seleccionat el model sense terme autoregressiu. En el punt 4.5 s'analitzen els arguments que han fet seleccionar el model amb terme de pertorbació soroll blanc davant de les altres alternatives possibles.

4.4.2 Indicadors de la construcció

En aquest cas, els indicadors seleccionats són el consum de ciment (CCIM i CCIME) i la població ocupada a la construcció (POCC i POCCE). També són variables relacionades amb l'evolució econòmica del sector i els models resulten significatius estadísticament. En els gràfics 4.4, 4.5 i 4.6 es recullen les estimacions obtingudes d'aquests models de regressió.

VAB ANUAL DE LA CONSTRUCCIÓ A CATALUNYA (1980-1994) (en diferències)		
INDICADOR	COEFICIENT	T-ESTADÍSTIC
C	4913.789	1.564
CCIM	0.052	3.761
POCC	79.725	2.871
R² aj.= 0.892	E.S.= 11259.35	D.W.= 1.837

Quadre 4.4

En el cas del sector construcció, el grau d'ajustament aconseguit amb els models utilitzats és menor, sobretot en el cas de la sèrie trimestral espanyola. Tot i que és possible construir models més bons per a aquesta sèrie trimestral si s'hi utilitzen més indicadors, aquests indicadors no estan disponibles en tot el període temporal analitzat de Catalunya, i per tant l'elecció d'aquest model està molt condicionada per la disponibilitat d'informació estadística.

VAB ANUAL DE LA CONSTRUCCIÓ A ESPANYA (1980-1994) (en diferències)		
INDICADOR	COEFICIENT	T-ESTADÍSTIC
C	52.374	4.724
CCIME	0.051	3.357
POCCE	0.685	1.819
R² aj.= 0.937	E.S.= 39.233	D.W.= 2.169

Quadre 4.5

VAB TRIMESTRAL DE LA CONSTRUCCIÓ A ESPANYA (1980-1994) (en diferències)		
INDICADOR	COEFICIENT	T-ESTADÍSTIC
C	3.321	3.621
CCIME	0.313	5.108
POCCE	0.024	2.768
R² aj.= 0.661	E.S.= 7.018	D.W.= 0.995

Quadre 4.6

4.4.3 Indicadors dels serveis

Respecte a aquest sector s'han seleccionat tres indicadors: dos amb un coeficient positiu, la població ocupada als serveis (POCS i POCSE) i el consum total d'electricitat (CELEC i CELECE); i l'altre, l'atur registrat als serveis (ASE i ASEE), amb signe negatiu. Es poden veure les estimacions d'aquests models en els quadres 4.7, 4.8 i 4.9.

En el cas del sector serveis, respecte a la indústria i la construcció, s'agreugen els problemes d'escassetat d'indicadors disponibles. Aquesta és la causa de l'ajustament més baix dels models estimats per les sèries espanyoles, i del fet que s'acabin utilitzant dos indicadors relacionats amb el mercat laboral (població ocupada i atur registrat).

VAB ANUAL DELS SERVEIS A CATALUNYA (1980-1994) (en diferències)

INDICADOR	COEFICIENT	T-ESTADÍSTIC
C	64750.895	5.483
CELEC	0.011	1.380
POCS	87.743	5.348
ASE	-0.117	-2.652
R² aj.= 0.908	E.S.= 16397.82	D.W.= 2.446

Quadre 4.7

VAB ANUAL DELS SERVEIS A ESPANYA (1980-1994) (en diferències)		
INDICADOR	COEFICIENT	T-ESTADÍSTIC
C	510.573	3.797
CELECE	0.004	0.210
POCSE	1.081	3.002
ASEE	-0.158	-1.593
R² aj.= 0.728	E.S.= 133.525	D.W.= 1.902

Quadre 4.8

VAB TRIMESTRAL DELS SERVEIS A ESPANYA (1980-1994) (en diferències)		
INDICADOR	COEFICIENT	T-ESTADÍSTIC
C	26.189	8.687
CELECE	0.010	1.407
POCSE	0.288	6.337
ASEE	-0.088	-2.137
R² aj.= 0.627	E.S.= 11.257	D.W.= 0.636

Quadre 4.9

És problemàtic el fet que només s'utilitzi un indicador (consum total d'electricitat), a més dels representatius del món laboral. En aquest sentit, és en el sector serveis on, en el futur i a mesura que es disposi de més indicadors d'activitat relacionats amb aquest sector, caldran més esforços per aconseguir millors models. En aquest moment, donada la informació de què es disposa, s'ha optat per continuar la

investigació utilitzant aquest model, tot i que presenta els problemes ja comentats.

4.5 Trimestralització de les sèries anuals

Un cop seleccionats els models de regressió, s'han trimestralitzat les tres sèries de VAB (indústria, construcció i serveis) aplicant el mètode de Chow-Lin. Tal com s'ha comentat al punt 2.4.3 i atès que les sèries anuals són molt curtes, hi ha dues possibilitats d'aplicar aquest mètode:

- a) Suposar que un cop diferenciades les sèries, el terme de pertorbació del model de regressió és soroll blanc i aplicar $A=D'D$.
- b) Suposar que aquest terme de pertorbació té un comportament autoregressiu.

S'han estimat les sèries trimestrals seguint les dues possibilitats (incloent diferents coeficients en el cas de l'esquema autoregressiu). Les conclusions d'aquesta comparació són les següents:

- 1) Les sèries trimestrals són pràcticament iguals, atès que l'ajustament en el model anual per a Catalunya és molt alt i per tant els residus anuals són molt petits.
- 2) A partir dels resultats de l'annex 3, hi ha diferents coeficients autoregressius compatibles amb la matriu de variàncies-covariàncies anual.
- 3) A més, aquesta matriu de variàncies-covariàncies anual és també compatible amb un terme de pertorbació soroll blanc del model en diferències (és a dir, un terme de pertorbació camí aleatori si les variables no estan diferenciades).

Aquests resultats són generals a l'estimació de les tres sèries trimestrals. D'acord amb aquests resultats, i atenent sempre a un criteri de màxima simplicitat, s'ha optat per treballar amb el supòsit del camí aleatori. En l'annex 8 es presenten les estimacions trimestrals obtingudes amb aquest criteri.

L'agregació de les tres sèries estimades permet obtenir el VAB no agrari de Catalunya amb indicadors. Per disposar d'una sèrie trimestral de VAB total és necessari estimar el VAB agrari trimestral. A causa del poc pes d'aquest sector a Catalunya, la sèrie trimestral agrària s'ha estimat a partir del mètode de Boot, Feibes i Lisman que, com a primera aproximació, ha permès obtenir una estimació prou fiable del VAB total trimestral.

5. AVALUACIÓ DE LA CAPACITAT PREDICTIVA

5.1 Introducció

Tal com ja s'ha comentat, la metodologia presentada en aquest treball té dos objectius:

- 1) Obtenir sèries històriques trimestrals de l'evolució econòmica catalana per al període 1980-1994.
- 2) Analitzar la viabilitat d'obtenir en el futur primeres estimacions de l'evolució del VAB català trimestral amb només un trimestre de retard.

Un cop estimades les sèries històriques, s'utilitzen aquestes per construir models de regressió amb indicadors a nivell trimestral que permetin dur a terme aquestes estimacions. Per assolir aquest segon objectiu s'han efectuat les següents proves:

- 1) S'han estimat models de regressió entre el VAB trimestral i els indicadors utilitzats en el procés de trimestralització per fer prediccions de les taxes de creixement del VAB sectorial a Catalunya per a diversos trimestres (fins a 2 anys).
- 2) La prova anterior, tot i que sigui molt interessant, no és realista, ja que a la pràctica no es disposa de les dades dels indicadors per tants trimestres. Normalment només és possible estimar l'evolució d'un trimestre. D'altra banda, el que interessa és obtenir avanços bàsicament d'un trimestre. En el punt 5.3 s'han utilitzat els mateixos indicadors que en la prova anterior per tal d'estimar l'evolució de cada magnitud només per a un trimestre.
- 3) El fet d'utilitzar els mateixos indicadors que en el procés de trimestralització condiona molt el resultat de les dues proves anteriors. Tot i que l'objectiu d'aquesta investigació és proporcionar una metodologia que doni les primeres estimacions de l'evolució de l'economia catalana, com a prova addicional, és

interessant aplicar la metodologia proposada en el cas espanyol. En el punt 5.4 es presenten els resultats d'aquestes primeres estimacions per al cas de l'economia espanyola.

Finalment s'ha de destacar que la metodologia proposada permet donar primeres estimacions de l'evolució econòmica amb molt poc retard, però sempre condicionades a futures revisions. En el punt 5.5 s'analitza la importància d'aquestes revisions.

5.2 Avaluació de la capacitat predictiva a mitjà termini

Amb els indicadors utilitzats en el procés de trimestralització i algun més que resulta significatiu en treballar amb dades trimestrals⁴⁷, s'ha fet el següent exercici de predicció.

Per avaluar la capacitat predictiva dels models utilitzats, s'ha considerat el període que va del primer trimestre de 1993 al primer trimestre de 1995. En primer lloc, amb la informació mostral del període 1980:1 - 1992:4 s'estimen els diferents models, i amb els coeficients obtinguts es fan prediccions *ex-ante* per al període 1993:1 - 1995:1. A continuació es reestimen els mateixos models afegint a la mostra la dada corresponent al primer trimestre de 1993, i, amb els coeficients obtinguts, s'efectuen prediccions per al període 1993:2 - 1995:1. Aquest procés d'estimació i predicció es repeteix fins arribar a l'últim trimestre.

Els quadres 5.1 al 5.5 recullen el resultat d'aquestes prediccions en taxes de creixement per a cada un dels quatre sectors considerats (agricultura, indústria, construcció i serveis) i per al VAB total.

Les diferents files corresponen a cada una de les estimacions del model. Per exemple, la primera fila (93.2) correspon a l'estimació que seria possible fer durant el segon trimestre de 1993 sobre la taxa de creixement del primer trimestre del 93, utilitzant

⁴⁷ En tractar amb sèries més llargues augmenten els graus de llibertat i per tant és possible obtenir més indicadors estadísticament significatius.

informació mostral del període 1980:1 - 1992:4 i predint a partir del primer trimestre de 1993, del qual ja es tenen dades dels indicadors utilitzats.

La primera fila de cada quadre recull les taxes interanuals de creixement obtingudes en el procés de trimestralització a partir de les dades anuals de referència.

5.2.1 Sector industrial

En el cas de la indústria, a més de la població ocupada a l'indústria (POCI) i l'índex de producció de productes industrials general (IPPIG), s'ha obtingut com a significatiu l'indicador: matriculació de vehicles industrials (MAVIN).

Del quadre 5.1 es dedueix que, en general, a mesura que es té més informació mostral, les prediccions convergeixen envers la taxa de creixement obtinguda en el procés de trimestralització. Aquest fenomen no és exclusiu de la indústria, sinó que es repeteix en el cas dels altres sectors.

Com a excepció important destaca el quart trimestre de 1993, en què els indicadors tendeixen a marcar una evolució més positiva que la derivada de la sèrie de comptabilitat anual.

A més, les diferències de les prediccions dutes a terme amb més o menys informació mostral poden arribar a ser importants. En general, l'error de predicció és molt petit en predir un o dos trimestres.

En tot cas, s'ha de destacar que les dades de referència (primera fila) s'han obtingut a partir de primeres estimacions anuals, i per tant, estan subjectes a futures revisions. Concretament, una possible revisió a l'alça de l'estimació del creixement durant l'any 1993 en el sector industrial reduiria l'error de predicció del quart trimestre d'aquest any.

VAB INDUSTRIAL A CATALUNYA (Taxes interanuals de creixement)									
Indicadors utilitzats: POCl, IPPIG, MAVIN									
	93.1	93.2	93.3	93.4	94.1	94.2	94.3	94.4	95.1
	-4.35	-4.00	-2.43	-0.35	1.25	2.67	4.04	4.56	
93.2	-4.43	-4.14	-2.66	-0.49	1.49	3.35	5.20	5.94	5.24
93.3		-3.98	-2.41	-0.16	1.82	3.65	5.45	6.14	5.38
93.4			-2.44	-0.20	1.77	3.60	5.41	6.11	5.35
94.1				-0.18	1.79	3.63	5.44	6.13	5.53
94.2					1.48	3.19	4.82	5.68	5.53
94.3						2.76	4.30	4.97	4.98
94.4							4.11	4.72	4.68
95.1								4.57	4.49
95.2									4.49

Quadre 5.1

Els resultats del quadre 5.1, a més de valorar la capacitat predictiva del model, permeten obtenir una primera estimació de la taxa de creixement del primer trimestre de 1995. Segons aquests resultats, el VAB industrial a crescut a Catalunya al voltant d'un 4.5% durant aquest trimestre.

5.2.2 Sector de la construcció

Respecte a la construcció, s'han afegit com a indicador els projectes d'habitatges visats pel Col·legi d'Arquitectes (VIVI) als ja utilitzats: població ocupada a la construcció (POCC) i consum de ciment (CCIM).

VAB DE LA CONSTRUCCIÓ A CATALUNYA (Taxes interanuals de creixement)									
Indicadors utilitzats: POCC, CCIM, VIVI									
	93.1	93.2	93.3	93.4	94.1	94.2	94.3	94.4	95.1
	-8.36	-7.15	-6.29	-4.69	-3.79	-2.63	0.58	3.04	

93.2	-8.53	-7.36	-6.36	-4.45	-2.90	-1.15	2.54	5.19	6.30
93.3		-7.01	-5.83	-3.74	-2.24	-0.55	3.09	5.70	6.75
93.4			-6.11	-4.16	-2.77	-1.04	2.66	5.31	6.41
94.1				-4.50	-3.25	-1.64	2.13	4.87	6.04
94.2					-3.62	-2.17	1.43	4.23	5.47
94.3						-2.50	0.96	3.63	4.94
94.4							0.70	3.26	4.47
95.1								3.02	4.14
95.2									4.16

Quadre 5.2

En el cas del sector de la construcció queda encara més clar el fet que la metodologia aquí utilitzada només permet obtenir estimacions fiables d'un o dos trimestres. Segons la simulació anterior, la predicció d'un tercer trimestre pot conduir a errors de més d'un punt percentual. En aquest cas, les prediccions a llarg termini sobreestimen molt clarament l'evolució del sector durant l'any 1994.

Segons els resultats recollits al quadre 5.2 el creixement al sector de la construcció durant el primer trimestre de 1995 ha estat de poc més del 4%.

5.2.3 Sector dels serveis

En aquest cas, s'han utilitzat els mateixos indicadors que en l'aplicació del mètode de Chow-Lin: la població ocupada als serveis (POCS), el consum total d'electricitat (CELEC) i l'atur registrat als serveis (ASE).

VAB DELS SERVEIS A CATALUNYA (Taxes interanuals de creixement)									
Indicadors utilitzats: POCS, CELEC, ASE									
	93.1	93.2	93.3	93.4	94.1	94.2	94.3	94.4	95.1
	1.13	0.42	0.45	0.98	1.83	2.91	3.05	2.75	
93.2	1.06	0.35	0.37	1.03	2.19	3.48	3.84	3.68	3.34

93.3		0.48	0.56	1.25	2.37	3.62	3.95	3.77	3.42
93.4			0.45	1.09	2.17	3.45	3.81	3.65	3.32
94.1				1.09	2.16	3.44	3.81	3.65	3.32
94.2					1.96	3.16	3.45	3.36	3.08
94.3						2.91	3.11	2.95	2.75
94.4							3.11	2.95	2.76
95.1								2.82	2.57
95.2									2.43

Quadre 5.3

En aquest sector també es produeix una sobreestimació de les taxes de creixement corresponents a l'any 1994. Aquesta sobreestimació en les prediccions més avançades fa pensar que s'ha produït un alentiment en l'expansió de les taxes de creixement i que aquestes tendeixen a estabilitzar-se. La sèrie històrica trimestral fins 1994 i la predicció del primer trimestre de 1995 ho confirmen, amb taxes de creixement a finals de 1994 al voltant del 3%.

5.2.4 Sector agrari

Ja s'ha comentat al capítol 4 que no hi ha indicadors disponibles que reflecteixin de manera adequada l'evolució econòmica del sector primari a Catalunya. Degut a això s'han aplicat tècniques univariants per fer prediccions de l'evolució trimestral del VAB agrari. Concretament s'ha seleccionat un model AR(2). Si es considera el període 1980:1 - 1994:4 els paràmetres estimats són els següents:

$$X_t = -80.275152 + 1.3058034X_{t-1} - 0.7141150X_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$(-0.46571) \quad (13.75762) \quad (-7.52032)$$

VAB AGRARI A CATALUNYA (Taxes interanuals de creixement)
--

	93.1	93.2	93.3	93.4	94.1	94.2	94.3	94.4	95.1
	4.12	-5.98	-11.02	-11.41	-10.51	-6.60	-2.53	0.41	
93.2	1.47	-8.96	-13.3	-11.7	-5.46	2.76	9.09	10.5	7.16
93.3		0.00	-0.36	2.97	4.36	3.56	1.43	-0.78	-2.1
93.4			-11.4	-13.3	-14.0	-9.09	-1.36	5.54	8.59
94.1				-9.71	-8.73	-3.01	2.75	5.98	5.76
94.2					-10.0	-5.03	0.42	4.41	5.49
94.3						-6.11	-1.18	2.58	4.28
94.4							-2.37	0.83	2.32
95.1								0.46	1.78
95.2									1.90

Quadre 5.4

A continuació, per a cada grandària mostral s'ha ajustat un model AR(2) i s'ha utilitzat aquest model per fer prediccions *ex-ante*. El quadre 5.4 recull el resultat d'aquestes prediccions.

En aquest cas, no és recomanable utilitzar el model AR(2) per pronosticar més d'un trimestre. A més, s'ha de ser molt prudent amb aquestes estimacions, com mostren els errors de predicció comesos en predir els dos primers trimestres de 1993. La causa d'aquests errors es troba en la gran dependència del sector primari respecte a factors imprevisibles.

A més, la sèrie històrica trimestral és en aquest sector menys fiable, atès que s'ha obtingut aplicant un mètode de trimestralització sense indicadors.

5.2.5 Valor afegit brut total

Un cop s'han estimat les taxes de creixement sectorials, és possible obtenir una primera estimació de la taxa de creixement del VAB total com a agregació dels quatre sectors.

De totes maneres, és més interessant, com a mètode de validació de la metodologia utilitzada, obtenir primeres estimacions del VAB total directament a partir d'indicadors. En aquest cas, els indicadors obtinguts com a significatius són la població ocupada total (POCT), el consum total d'electricitat (CELEC), l'atur total registrat (ATOT), l'índex de producció de productes industrials general (IPPIG) i el consum de ciment (CCIM).

Tot i que la sèrie trimestral s'ha obtingut mitjançant l'agregació dels quatre sectors i no utilitzant un model, aquest és el cas en què les prediccions són més semblants a la sèrie històrica. Això és molt positiu com a element de validació.

De totes maneres, del quadre 5.5 es pot concloure que les prediccions del tercer i el quart trimestre estan sobreestimant el creixement de l'economia catalana. A més, el fet que la predicció del primer trimestre de l'any 1995 sigui menor a la del quart trimestre de 1994, fa palesa una certa estabilització de les taxes de creixement al voltant del 3.5%.

VAB TOTAL A CATALUNYA									
(Taxes interanuals de creixement)									
Indicadors utilitzats: POCT, CELEC, ATOT, IPPIG, CCIM									
	93.1	93.2	93.3	93.4	94.1	94.2	94.3	94.4	95.1
	-1.56	-1.91	-1.36	-0.20	0.92	2.20	3.09	3.37	
93.2	-1.55	-1.97	-1.64	-0.66	0.48	1.74	2.95	3.74	3.93
93.3		-1.95	-1.63	-0.64	0.48	1.74	2.95	3.74	3.93
93.4			-1.55	-0.56	0.57	1.76	2.97	3.75	3.93
94.1				-0.31	0.85	2.08	3.09	3.85	4.02
94.2					1.02	2.27	3.29	3.93	4.08
94.3						2.16	3.16	3.79	4.03
94.4							3.22	3.85	4.09
95.1								3.71	3.95
95.2									3.58

Quadre 5.5

5.3 Avaluació de la capacitat predictiva a curt termini

Atès que, a la pràctica, és possible disposar de les dades dels indicadors amb només un trimestre de retard, això permet obtenir prediccions del VAB amb un trimestre de retard. Per predir, per exemple, la taxa de creixement del primer trimestre de 1993 caldria esperar el segon trimestre, etc.

Per obtenir prediccions de trimestres posteriors cal utilitzar prediccions ARIMA dels diferents indicadors utilitzats. Tot i que la capacitat predictiva dels models ARIMA és ben coneguda, el fet d'utilitzar dades predites dels indicadors, en lloc de dades reals, fa que hi hagi una gran diferència qualitativa entre les estimacions d'un trimestre i les estimacions de períodes temporals més llargs.

A més, del punt anterior es conclou que no és recomanable utilitzar els models anteriors per calcular prediccions referides a més de dos trimestres.

A la pràctica, la metodologia analitzada en aquest treball s'utilitzarà per obtenir primeres estimacions només d'un trimestre, és a dir, predicció a curt termini. Per valorar la capacitat predictiva de la metodologia proposada és millor comparar aquestes estimacions amb les dades de referència obtingudes pel mètode de Chow-Lin.

Aquestes prediccions de l'últim trimestre, del qual es té dades reals dels indicadors, corresponen amb els elements de la diagonal dels quadres 5.1 al 5.5. A continuació, als quadres 5.6 al 5.10, es presenta una comparació entre aquestes estimacions (predicció) i les dades trimestrals de referència, en termes de taxes de creixement interanual.

5.3.1 Sector industrial

VAB INDUSTRIAL A CATALUNYA

Taxes de creixement interanual

		PREDICCIÓ
1993.1	-4.35	-4.43
1993.2	-4.00	-3.98
1993.3	-2.43	-2.44
1993.4	-0.35	-0.18
1994.1	1.25	1.48
1994.2	2.67	2.76
1994.3	4.04	4.11
1994.4	4.56	4.57
1995.1		4.49

Quadre 5.6

Entre les diferents mesures descriptives que permeten avaluar la capacitat predictiva d'un determinat model destaquen, per la seva simplicitat, l'error absolut mitjà (EAM) i l'error percentual absolut mitjà (EPAM). En aquest cas, en treballar amb taxes de creixement, s'ha optat per utilitzar l'EAM⁴⁸.

En el cas de la indústria (vegeu el quadre 5.6), l'EAM és de 0.083, és a dir, menys d'una dècima percentual. En tot cas, les prediccions pitjors són les corresponents a l'últim trimestre de 1993 i el primer de 1994.

5.3.2 Sector de la construcció

En el cas de la construcció, l'EAM és més gran perquè les prediccions de l'any 1993 són pitjors.

VAB DE LA CONSTRUCCIÓ A

Taxes de creixement interanual

$$^{48} EAM = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |X_t - \hat{X}_t|$$

		PREDICCIÓ
1993.1	-8.36	-8.53
1993.2	-7.15	-7.01
1993.3	-6.29	-6.11
1993.4	-4.70	-4.50
1994.1	-3.79	-3.62
1994.2	-2.63	-2.50
1994.3	0.58	0.70
1994.4	3.04	3.02
1995.1		4.16

Quadre 5.7

Concretament, s'obté un EAM de 0.141. Tot i així, l'error màxim és només de 0.2 (al quart trimestre de 1993). Per tant, també en aquest sector l'error és pràcticament menyspreable.

5.3.3 Sector dels serveis

Tot i les dificultats en la selecció d'indicadors representatius del sector, el model utilitzat no presenta problemes com a instrument per elaborar prediccions. Un EAM de 0.062 i un error màxim de 0.13 validen la capacitat predictiva a curt termini del model utilitzat.

VAB DELS SERVEIS A CATALUNYA

Taxes de creixement interanual

		PREDICCIÓ
1993.1	1.13	1.06
1993.2	0.43	0.48
1993.3	0.44	0.45
1993.4	0.98	1.09
1994.1	1.83	1.96

1994.2	2.91	2.91
1994.3	3.05	3.11
1994.4	2.75	2.82
1994.4		2.43

Quadre 5.8

5.3.4 Sector agrari

Tal com ja s'ha comentat, el sector agrari presenta més problemes a causa de la no disponibilitat d'indicadors. L'error absolut mitjà en aquest cas és molt gran, concretament 1.482. Les prediccions són especialment dolentes els dos primers trimestres de 1993. Si es consideren només les prediccions del període 1993:3 - 1994:4, l'EAM és redueix a 0.538. Per tant, només és pot justificar aquesta via d'obtenció de prediccions del VAB agrari per la no disponibilitat de vies alternatives.

VAB AGRARI A CATALUNYA

Taxes de creixement interanual

		PREDICCIÓ
1993.1	4.12	1.47
1993.2	-5.98	0.00
1993.3	-11.02	-11.41
1993.4	-11.41	-9.71
1994.1	-10.51	-10.07
1994.2	-6.60	-6.11
1994.3	-2.53	-2.37
1994.4	0.51	0.46
1995.1		1.90

Quadre 5.9

5.3.5 Valor afegit brut total

A partir de la metodologia presentada hi ha dues opcions que permeten predir el creixement del VAB total. La primera consisteix a calcular el VAB total com agregació del VAB estimat dels quatre sectors. A partir d'aquesta predicció és possible calcular la taxa de creixement. L'altra possibilitat és utilitzar un model de regressió entre el VAB total i un conjunt d'indicadors. Concretament aquesta és la via utilitzada en l'apartat anterior.

El quadre 5.10 recull els resultats d'utilitzar cada una de les dues opcions: a la segona columna seguint la via de l'estimació directa del VAB total, i, a la tercera, com agregació dels VAB sectorials.

En principi és més correcta l'estimació per agregació, atès que de l'altra manera la suma de les prediccions sectorials no coincideix amb la predicció del total. Ara bé, l'estimació per agregació implica traslladar els errors de predicció de l'agricultura al total. En el cas de Catalunya, atès que el pes del sector primari en el total de l'activitat econòmica és molt baix, la taxa de creixement total és poc sensible a variacions en la taxa de creixement del sector agrari. Per tant es pot utilitzar la via de l'agregació.

En canvi, a nivell estatal el pes econòmic de l'agricultura és molt més important, i per tant, la predicció del total és molt més sensible a errors en el sector primari.

VAB DEL TOTAL A CATALUNYA

Taxes de creixement interanual

		PREDICCIÓ (agregació)	PREDICCIÓ (est. directa)
1993.1	-1.56	-1.55	-1.79
1993.2	-1.91	-1.95	-1.83
1993.3	-1.37	-1.55	-1.40
1993.4	-0.20	-0.31	-0.04

1994.1	0.92	1.02	1.10
1994.2	2.20	2.16	2.24
1994.3	3.10	3.22	3.17
1994.4	3.37	3.71	3.43
1995.1		3.58	3.31

Quadre 5.10

L'error absolut mitjà de la segona columna (estimació directa) és de 0.1175, mentre que el de la tercera columna (agregació) és de 0.1062. Per tant, en els dos casos, els errors són menyspreables, llevat de la predicció del quart trimestre de 1994 on, per estimació directa, es produeix una predicció esbiaixada a l'alça.

Es pot concloure, per tant, que els models presentats en aquest treball, poden utilitzar-se a curt termini (un o dos trimestres) com a eines de predicció.

5.4 Capacitat predictiva de l'evolució econòmica espanyola

Tot i que les simulacions dutes a terme donen suport la metodologia presentada en aquest treball, s'ha de tenir en compte que aquestes proves estan condicionades pel fet d'haver utilitzat pràcticament els mateixos indicadors en el procés de trimestralització de la sèrie històrica que en les proves de predicció. Això provoca un biaix favorable a l'acceptació del model com a bon predictor.

Una manera d'eliminar aquest biaix és efectuar les mateixes simulacions en el cas de l'economia espanyola, comparant les prediccions que proporcionen els models utilitzats en aquest treball amb les dades de la *Contabilidad nacional trimestral* de l'INE. Com que en la trimestralització d'aquestes sèries s'han utilitzat altres indicadors, aquesta relació entre mètode de trimestralització històrica i mètode de predicció desapareix.

Ara bé, en la valoració d'aquestes proves s'ha de tenir en compte que són molt

exigents, atès que no s'utilitzen els millors indicadors sectorials de l'economia espanyola, sinó els mateixos que s'han utilitzat en les prediccions de l'economia catalana.

5.4.1 Sector industrial

El quadre 5.11 presenta la comparació de les taxes de creixement interanuals predites amb les dades de la *Contabilidad nacional trimestral* (CTNE) en els anys 1993 i 1994.

Les prediccions d'aquest sector només presenten problemes en els dos darrers trimestres de 1994. Si es consideren totes les prediccions, s'obté un EAM de 0.6175, major del que és acceptable, però aquest es redueix a 0.1916 si només es tenen en compte les prediccions del període 1993:1 - 1994:2.

VAB INDUSTRIAL A ESPANYA

Taxes de creixement interanual

	INE	PREDICCIÓ
1993.1	-3.78	-4.11
1993.2	-3.65	-3.39
1993.3	-2.56	-2.39
1993.4	-0.46	-0.32
1994.1	1.36	1.27
1994.2	3.16	3.00
1994.3	4.28	3.39
1994.4	5.26	4.36

Quadre 5.11

5.4.2 Sector de la construcció

El quadre 5.12 presenta el resultat de la mateixa simulació però referida al sector de la construcció. Les prediccions del sector de la construcció també presenten problemes l'any 1994, concretament, en el segon i el tercer trimestre. L'EAM general és de 0.361 i es redueix a 0.175 si no es consideren aquestes dues prediccions.

També s'ha de tenir en compte, en valorar aquests problemes en les prediccions de l'any 1994, que les dades de la CNTE solen patir importants revisions i per tant cal prendre les dades referides a 1994 com a primeres estimacions.

VAB DE LA CONSTRUCCIÓ A

Taxes de creixement interanual

	INE	PREDICCIÓ
1993.1	-5.43	-5.78
1993.2	-5.65	-5.51
1993.3	-5.80	-5.61
1993.4	-5.00	-4.91
1994.1	-3.06	-2.79
1994.2	-0.30	0.74
1994.3	2.76	3.66
1994.4	4.62	4.61

Quadre 5.12

5.4.3 Sector dels serveis

VAB DELS SERVEIS A ESPANYA

Taxes de creixement interanual		
	INE	PREDICCIÓ
1993.1	0.66	0.72
1993.2	0.25	0.19
1993.3	0.39	0.29
1993.4	0.95	0.83
1994.1	1.80	1.51
1994.2	2.25	2.21
1994.3	2.34	2.55
1994.4	2.35	2.51

Quadre 5.13

Tot i que el sector dels serveis és el sector que plantejava més problemes, quant a la representativitat a nivell estatal dels indicadors seleccionats, és el sector que planteja menys problemes en les proves de predicció. En aquest cas l'EAM és només de 0.13.

5.4.4 Sector agrari

Com que l'objectiu és imitar la metodologia aplicada en el cas de Catalunya, s'ha estimat per a la sèrie de VAB trimestral agrari de la CNTE un model ARIMA. El model que millor s'ajusta al comportament de la sèrie és un model AR(2):

$$X_t = -0.224878 + 1.4464487X_{t-1} - 0.7302666X_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$(-0.0138) \quad (16.621) \quad (-8.47695)$$

La primera observació a fer és la gran semblança entre el model ajustat a la sèrie de VAB agrari de Catalunya i l'ajustat en el cas d'Espanya, tot i que ambdues sèries tenen comportaments molt diferents.

VAB AGRARI A ESPANYA

Taxes de creixement interanual

	INE	PREDICCIÓ
1993.1	1.51	2.19
1993.2	2.06	1.95
1993.3	1.39	1.66
1993.4	-0.41	-0.17
1994.1	-2.36	-1.84
1994.2	-4.09	-3.99
1994.3	-4.53	-4.91
1994.4	-4.96	-4.13

Quadre 5.14

Les prediccions obtingudes per a Espanya, amb un EAM de 0.391, són sensiblement millors que les obtingudes per a Catalunya.

5.4.5 Valor afegit brut total

Al quadre 5.15 es comparen les dades de la CNTE amb les prediccions obtingudes, tant per la via de l'estimació directa (segona columna) com per la via de l'agregació sectorial (tercera columna). Els errors absoluts mitjans són 0.285 i 0.066 respectivament, de manera que tampoc es presenten problemes de grans errors d'estimació.

VAB TOTAL A ESPANYA

Taxes de creixement interanual

	INE	PREDICCIÓ (est. directa)	PREDICCIÓ (agregació)
1993.1	-1.09	-1.14	-1.15
1993.2	-1.26	-1.16	-1.22

1993.3	-0.91	-0.76	-0.89
1993.4	0.00	0.28	-0.01
1994.1	1.07	1.27	0.92
1994.2	1.97	2.38	1.99
1994.3	2.56	3.15	2.75
1994.4	2.97	2.47	3.01

Quadre 5.15

L'altra conclusió que es dedueix del quadre 5.15 és la comprovació que la manera més adequada d'estimar l'evolució del VAB total és mitjançant l'agregació de l'estimació VAB dels diferents sectors. Les prediccions obtingudes per estimació directa de l'any 1994 presenten problemes importants. Aquests problemes són deguts a la utilització, com a indicadors, del consum total de ciment (CCIME) i l'índex de producció industrial (IPIGE) que tendeixen a sobreestimar les taxes de creixement, tal com passava en predir l'evolució del sectors industrial i de la construcció.

5.5 Valoració estadística de la capacitat predictiva

Fins aquest moment s'han utilitzat mesures descriptives per justificar la bondat predictiva de la metodologia presentada en aquest treball. Per concloure aquesta valoració, i com a mesura estadística de la capacitat predictiva dels models utilitzats, s'han calculat en cada una de les proves l'estadístic U de Theil⁴⁹.

El valor d'aquest estadístic és sempre positiu. Un estadístic U de Theil més gran que 1 significa que amb el model utilitzat s'aconsegueixen pitjors prediccions que utilitzant

⁴⁹ L'estadístic U de Theil es defineix com l'arrel quadrada del quocient entre l'error quadràtic mitjà del model utilitzat i l'error quadràtic mitjà d'un passeig aleatori. És a dir, si X_t són les dades reals i X_t^1 i X_t^2 són les prediccions obtingudes amb el model utilitzat i amb un camí aleatori respectivament:

$$U = \left[\sum_{t=1}^n [X_t - X_t^1]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[\sum_{t=1}^n [X_t - X_t^2]^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

un passeig aleatori, és a dir, sense usar informació sobre l'evolució dels indicadors. Quan el valor de l'estadístic és inferior a la unitat significa que el model utilitzat té una capacitat predictiva major que un simple passeig aleatori. Concretament, un valor de zero indica que les prediccions són exactes.

Als quadres següents es recullen aquests estadístics per a cada un dels quatre sectors i el total, tant per a Catalunya com per a Espanya. Concretament al quadre 5.16 es recull el valor d'aquests estadístics calculats a partir de les prediccions de vuit trimestres (1993.1 a 1994.4).

Sobre aquests resultats cal fer dues observacions importants:

- 1) El model té propietats predictives més bones per a Catalunya que per al total de l'Estat espanyol. Això és degut al fet que la selecció final dels indicadors s'ha dut a terme en funció de l'ajustament a les dades catalanes. A més, s'han utilitzat com a indicadors sèries que només són a l'abast a nivell regional; és clar que per al total d'Espanya es disposa de més informació estadística d'alta freqüència que permetria construir millors models però que no serien aplicables a Catalunya, atesa la no disponibilitat de la informació necessària, i per aquesta raó no s'han considerat en aquest treball.
- 2) En el cas de Catalunya, tots els estadístics, llevat de l'agrari, són inferiors a 0.3, la qual cosa mostra una molt alta capacitat predictiva. En el cas del sector agrari es pot comprovar que el valor superior de l'estadístic U és degut a les prediccions dels primers trimestres.

Estadístics U de Theil Període 1993.1 - 1994.4		
	CATALUNYA	ESPANYA
AGRICULTURA	1.07	0.45
INDÚSTRIA	0.15	0.56
CONSTRUCCIÓ	0.11	0.36

SERVEIS	0.18	0.46
TOTAL (agregat)	0.24	0.20
TOTAL (directe)	0.30	0.75

Quadre 5.16

Per valorar la dependència dels estadístics d'alguna predicció concreta especialment dolenta, tant en el cas del sector agrari com en els altres sectors, s'ha dividit el període de prediccions en dues parts i calculat els estadístics referits a cada un d'aquests períodes. Al quadre 5.17 es recullen els estadístics referits a l'any 1993, i al quadre 5.18 els referits a l'any 1994.

La conclusió més important d'aquesta separació en dos subperíodes és que el model utilitzat per al sector agrari té, a diferència dels altres sectors, propietats predictives més bones pel que fa a Espanya que quant a Catalunya.

Estadístics U de Theil Període 1993.1 - 1993.4		
	CATALUNYA	ESPANYA
AGRICULTURA	1.09	0.64
INDÚSTRIA	0.14	0.35
CONSTRUCCIÓ	0.11	0.12
SERVEIS	0.13	0.20
TOTAL (agregat)	0.23	0.06
TOTAL (directe)	0.20	0.29

Quadre 5.17

Estadístics U de Theil Període 1994.1 - 1994.4		
	CATALUNYA	ESPANYA
AGRICULTURA	0.51	0.40
INDÚSTRIA	0.15	0.64
CONSTRUCCIÓ	0.14	0.93

SERVEIS	0.33	1.46
TOTAL (agregat)	0.25	0.47
TOTAL (directe)	0.45	1.71

Quadre 5.18

També és clar, que en el cas català, el model per al sector agrari té un comportament predictiu molt més bo per l'any 1994 que per l'any 1993.

A nivell general, es plantegen dubtes sobre la capacitat dels models utilitzats per predir de manera adequada l'evolució econòmica espanyola durant l'any 1994, especialment en els sectors construcció ($U_{1994}=0.93$), serveis ($U_{1994}=1.46$) i total per estimació directe ($U_{1994}=1.71$)

5.6 Revisions de les estimacions

Finalment s'ha de destacar el fet que la metodologia proposada permet donar primeres estimacions de l'evolució econòmica amb molt poc retard, però sempre condicionades a futures revisions. Aquestes revisions es justifiquen per dos motius:

- 1) Per estimar el senyal cicle-tendència fins al trimestre per al qual s'han de calcular les primeres estimacions, cal fer algunes prediccions ARIMA dels indicadors. A mesura que es disposi de més dades de cada un dels indicadors, cal substituir les prediccions per les dades reals, i per tant cal recalculer cada una de les estimacions de creixement.
- 2) Ja s'ha comentat que les dades històriques de comptabilitat trimestral estan condicionades per les dades de la comptabilitat anual de referència. Normalment, les darreres dades anuals disponibles són primeres estimacions i per tant estan subjectes a revisions. A mesura que es revisin aquestes dades anuals, caldrà recalculer les sèries trimestrals. A més d'aquestes revisions, cal

tenir en compte que cada cop que es disposi d'una dada anual més s'hauran de recalcular les dades trimestrals corresponents, no ja com a primeres estimacions utilitzant els indicadors sectorials, sinó aplicant el mètode de Chow-Lin.

En definitiva, com es posa de manifest a INE (1993), existeix una relació d'intercanvi entre un nombre de revisions petit i un desfasament reduït en la publicació de la informació sobre l'evolució trimestral de l'economia catalana. Una major fiabilitat en les estimacions requereix més informació estadística i un ampli tractament d'aquesta informació, amb l'objectiu de reduir al mínim el risc de falsos senyals en l'evolució econòmica a la comunitat catalana. Per consegüent, guanyar en fiabilitat implica un major retard en la disponibilitat de les estimacions.

Com a objectiu prioritari en aquesta investigació s'ha plantejat el de la rapidesa en l'obtenció de primeres estimacions de l'evolució de l'activitat econòmica a Catalunya. Aquest objectiu genèric s'ha traduït en la restricció d'obtenir aquestes estimacions amb un retard màxim d'un trimestre. Un cop fixada aquest restricció, l'objectiu d'aquesta investigació és el d'obtenir, sota aquesta restricció, prediccions amb una fiabilitat màxima. És a dir, l'objectiu de rapidesa en la disponibilitat de la informació, d'altra banda indispensable en tota anàlisi de conjuntura econòmica, s'ha de supeditar a la rigorositat en l'obtenció de les estimacions de les magnituds considerades.

6. EVOLUCIÓ CÍCLICA DE CATALUNYA I ESPANYA

6.1 Introducció

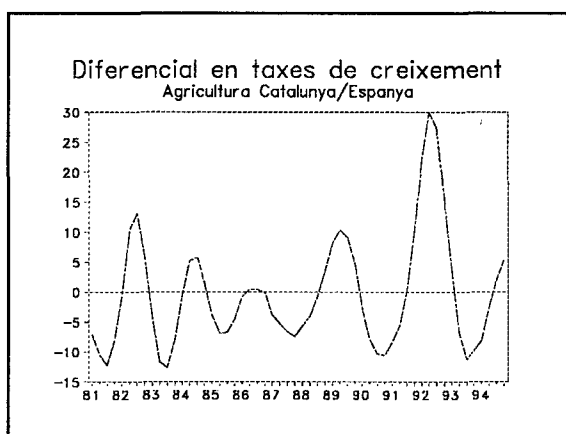
Un cop calculades les sèries històriques de comptabilitat trimestral de Catalunya pot ser interessant comparar, encara que a nivell descriptiu, l'evolució de les economies catalana i espanyola durant els últims anys. Les dades de comptabilitat anual d'ambdues economies (vegeu l'annex 6) no permeten fixar dates per als punts de gir i per tant, tampoc permeten captar les diferències entre les dues evolucions.

L'objectiu d'aquest capítol és fer una comparació de l'evolució de les economies catalana i espanyola a quatre nivells:

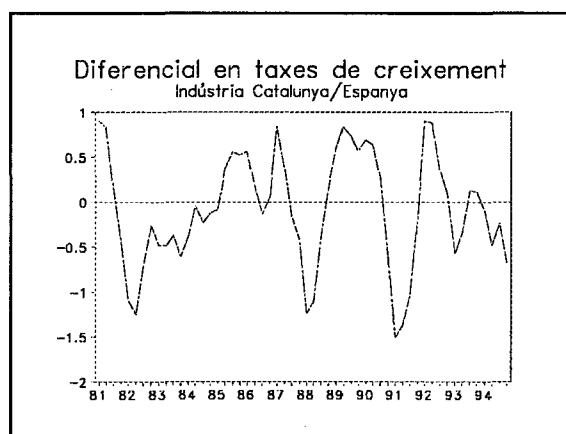
- 1) Analitzar el comportament diferencial entre aquestes dues economies.
- 2) Estudiar si es pot concloure la idea que l'economia catalana experimenta les fases cícliques amb més intensitat que l'economia espanyola.
- 3) Saber si l'economia catalana es pot considerar un indicador avançat de l'evolució del conjunt de l'Estat, o si experimenta les evolucions cícliques amb un cert retard respecte a l'economia espanyola.
- 4) Comparar els punts de gir que presenta l'evolució econòmica a Catalunya i a Espanya.

6.2 Anàlisi del creixement diferencial entre Catalunya i Espanya

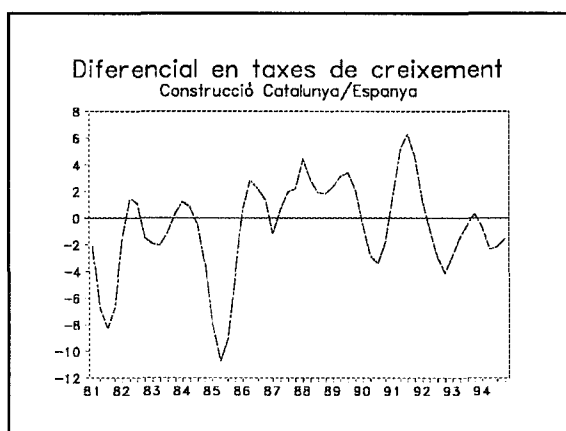
En els gràfics 6.1 al 6.5 es recullen els diferencials entre Catalunya i Espanya, és a dir, la diferència entre la taxa de creixement interanual catalana i la taxa de creixement interanual espanyola.



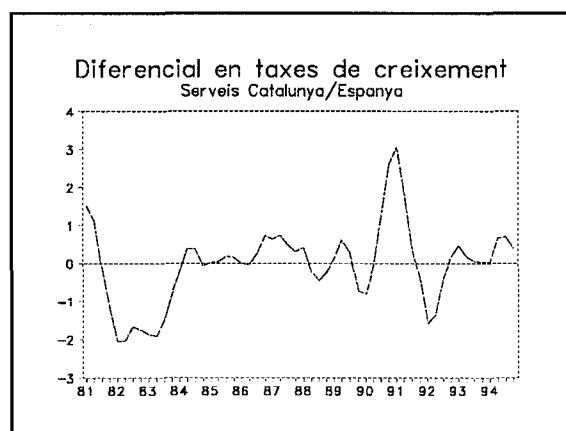
Gràfic 6.1



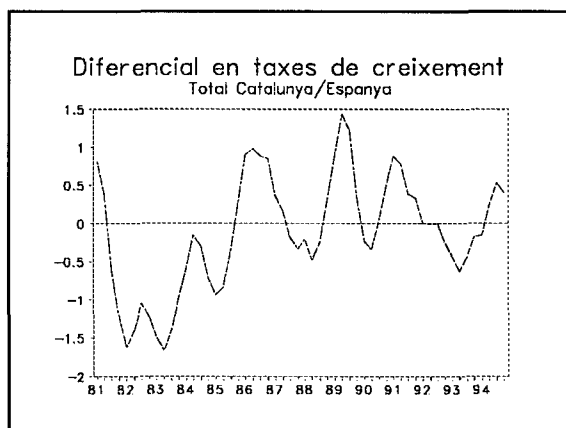
Gràfic 6.2



Gràfic 6.3



Gràfic 6.4



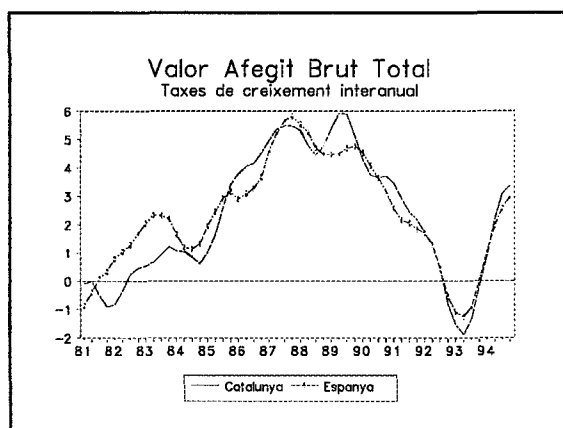
Gràfic 6.5

En els apartats següents es pretén valorar si hi ha una explicació a aquest

comportament diferencial i si aquest és modelitzable.

6.3 Intensitat de les oscil.lacions cícliques

Hi ha la idea, molt estesa entre els analistes de la conjuntura econòmica, que l'economia catalana experimenta les fases cícliques amb més intensitat que l'economia espanyola. El gràfic 6.6 no mostra cap evidència clara d'aquesta major intensitat.

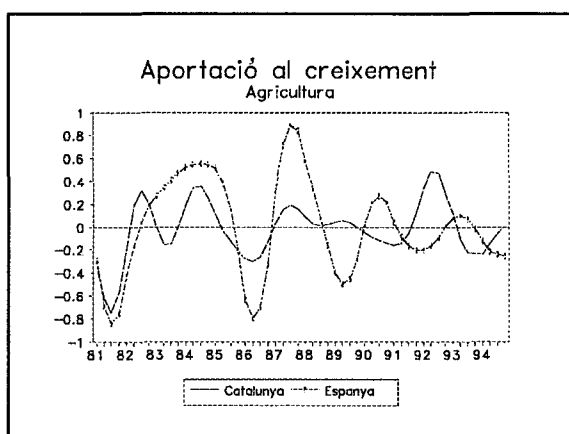


Gràfic 6.6

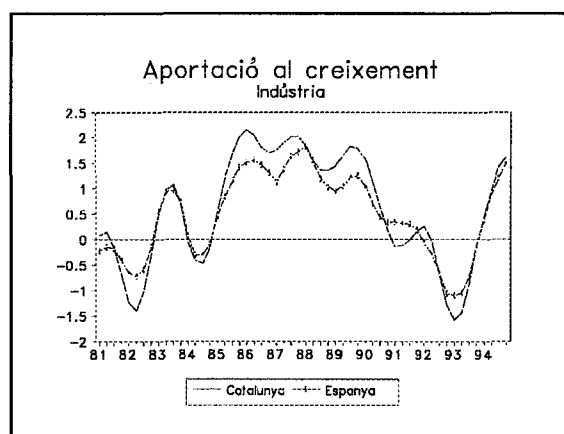
A continuació es presenten dues tècniques que permeten mesurar el grau de semblança que hi ha entre l'evolució econòmica catalana i l'evolució econòmica espanyola.

D'una banda, a nivell descriptiu és possible comparar l'evolució de les taxes de creixement de cada sector entre Catalunya i Espanya. En els gràfics A10.6 al A10.10 de l'annex 10 es pot veure aquesta comparació.

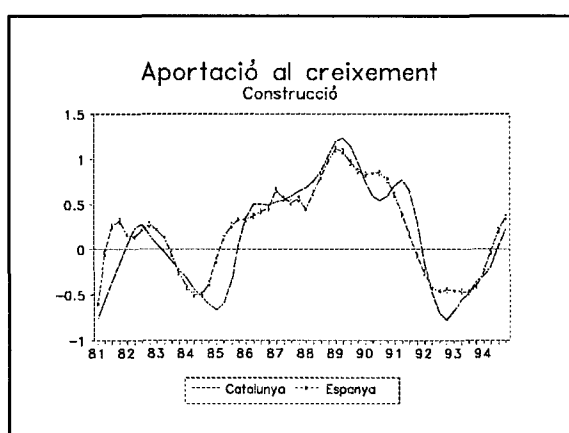
Aquesta comparació està condicionada pel fet que el pes de cada un dels sectors és diferent i a més també és diferent en cada una de les dues economies. Una possibilitat interessant és la de comparar l'evolució de cada un dels sectors tenint en compte aquests diferents pesos. Per això, s'ha calculat, per a cada trimestre del període 1980-1994, l'aportació de cada un dels quatre sectors (agricultura, indústria, construcció i serveis) a la taxa de creixement global. El resultat és recull en els gràfics 6.7 al 6.10.



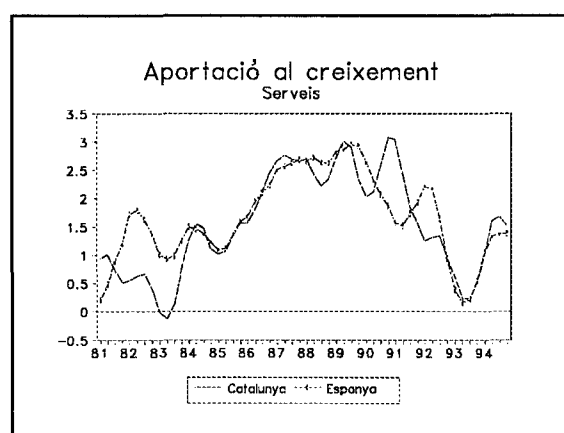
Gràfic 6.7



Gràfic 6.8



Gràfic 6.9



Gràfic 6.10

Els sectors que presenten més diferències són l'agrari i el de serveis. En el cas de l'agrari aquestes diferències s'expliquen per dues raons: en primer lloc, perquè el pes del sector primari és molt més gran a nivell estatal que a nivell regional; i, en segon lloc, perquè l'evolució cíclica d'aquest sector en cada un dels àmbits territorials no presenta cap relació.

En el cas del sector serveis no hi ha una explicació tan clara per a les diferències que s'observen en el gràfic 6.10. Aquestes diferències afecten principalment el període 1980-1984 i els anys 1990 i 1991.

En canvi, el cas dels sectors indústria i construcció les diferències en les aportacions

al creixement són mínimes.

Fins aquí s'han comparat ambdues evolucions amb eines purament descriptives. El problema d'aquestes comparacions és que són molt sensibles a possibles desfasaments entre les dues sèries. És molt estesa entre els economistes de la nostra comunitat la idea que l'evolució cíclica de l'economia catalana s'avança a l'evolució cíclica de l'economia espanyola. Si això és veritat complica molt la comparació de les dues sèries, ja que no és coneix quin és el valor d'aquest desfasament.

Hi ha, però, una eina estadística que permet analitzar el grau de semblança de dues sèries temporals i que no es veu afectada pel fet que les dues sèries estiguin desplaçades una respecte de l'altra. Es tracta de la funció de coherència⁵⁰.

En aquest context, treballar amb aquest concepte de manera intuïtiva és suficient. Per a un desenvolupament més formal del concepte de funció de coherència es pot veure Priestley (1981).

Donades dues sèries temporals, la funció de coherència determina per cada freqüència de l'interval $[0, \pi]$ un valor entre 0 i 1. Aquest valor mesura el grau de semblança de les dues sèries en cada una de les freqüències de la següent manera:

- a) Si una sèrie es pot obtenir com una transformació lineal de l'altra, aleshores la coherència és constant i igual a 1 per a totes les freqüències.
- b) Si ambdues sèries són totalment independents, aleshores la coherència és constant i igual a 0 per a totes les freqüències.

Com que la funció de coherència assigna un valor diferent a cada freqüència, ens permet detectar relacions entre dues sèries diferents segons les freqüències que es considerin. Per exemple, dues sèries poden tenir una evolució molt semblant a llarg

⁵⁰ Vegeu l'annex 1.

termini però presentar diferències importants a curt termini. En aquest cas, la funció de coherència assignaria valors propers a la unitat a les baixes freqüències, i valors propers a zero a les altes freqüències.

A la pràctica, com que les dades a analitzar no han estat generades per cap procés estocàstic conegut, cal estimar aquesta coherència. Els gràfics 6.11 al 6.15 mostren el resultat d'aquesta estimació utilitzant les sèries de VAB trimestral de Catalunya i Espanya de cada un dels sectors analitzats.

La coherència, tal com es justifica en l'annex 1, es pot interpretar com una generalització del coeficient de correlació, de manera que el valor de la coherència és el percentatge de variació d'una variable que pot ser explicat pel comportament de l'altra variable.

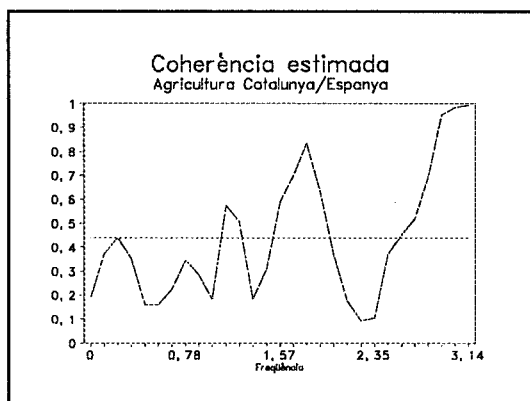
	COHERÈNCIA MITJANA
Agricultura	0.439
Indústria	0.909
Construcció	0.805
Serveis	0.431
Total	0.865

Quadre 6.1

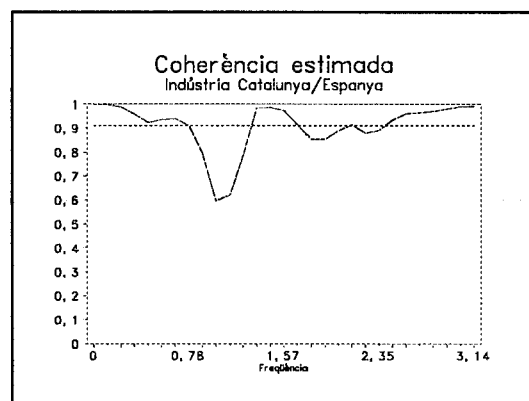
Com a mesura de síntesi de la informació continguda en aquestes funcions de coherència estimades, és útil calcular la coherència mitjana de totes les freqüències. El quadre 6.1 recull aquesta informació per a cada una de les funcions de coherència estimades. Aquests resultats corroboren els obtinguts amb la comparació descriptiva de les sèries catalanes i espanyoles.

En la indústria, el 90% de la variació del VAB trimestral a Catalunya està relacionat amb l'evolució del VAB trimestral d'Espanya. En el cas de la construcció aquest

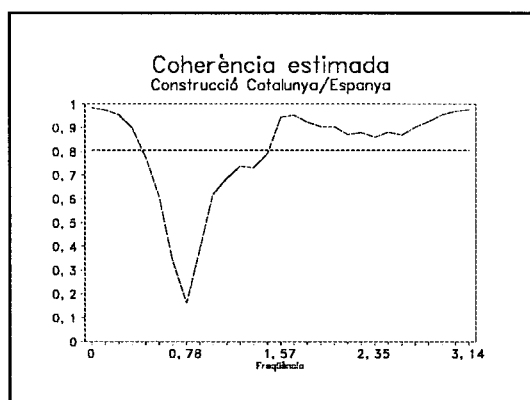
percentatge es redueix lleugerament fins al 80%. Els percentatges del 43% i del 44% dels serveis i l'agricultura mostren com la major part de la variació del VAB en aquests sectors a Catalunya és independent de l'evolució dels mateixos sectors a Espanya.



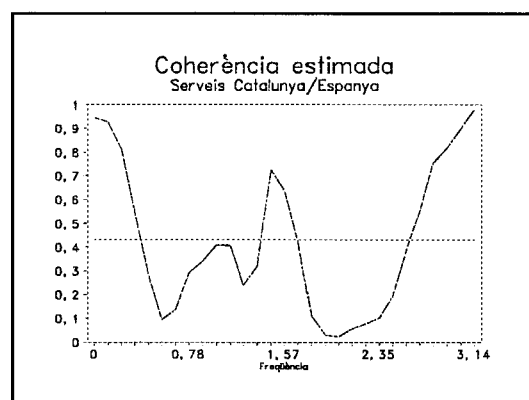
Gràfic 6.11



Gràfic 6.12



Gràfic 6.13



Gràfic 6.14

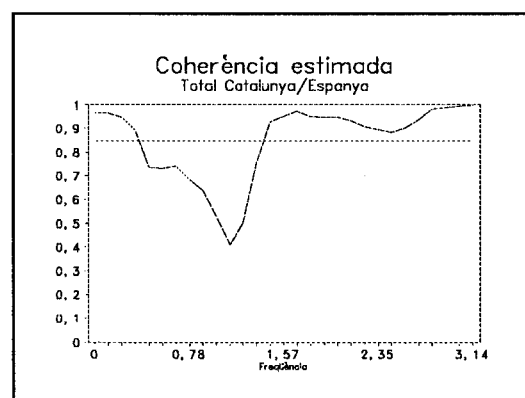
En el cas del sector agrari, aquest resultat era d'esperar, ja que és un sector amb un comportament molt erràtic on tenen molta influència variables externes a l'economia. Per tant, aquest percentatge de variació no explicat pot ser atribuït a aquestes variables externes i als diferents tipus de productes conreats.

Més sorprenent és el resultat obtingut en el cas dels serveis. En el gràfic 6.14 s'observa com les sèries presenten comportaments molt diferents. Aquest és un resultat especialment important perquè es tracta d'un sector amb un gran pes

econòmic, sobretot a Catalunya si es té en compte que Catalunya representa aproximadament el 20% del sector serveis a Espanya.

Tot i que els percentatges de variació explicats en el cas dels sectors agrari i del serveis són similars, la distribució d'aquests percentatges entre les diferents freqüències és molt diferent en cadascun dels sectors. Mentre que en l'agrari la coherència estimada (gràfic 6.11) mostra que hi ha poca relació entre l'evolució catalana i l'espanyola en totes les freqüències, en el cas dels serveis hi ha una forta relació entre les dues sèries pel que fa a les baixes freqüències, és a dir, en el llarg termini.

En el cas dels serveis destaca la baixa coherència en les freqüències compreses en l'interval $[\pi/9, \pi/2]$. Això implica que l'evolució d'aquest sector a Catalunya és diferent de la d'Espanya quant a les oscil·lacions d'1 a 6 anys. Aquesta és precisament la banda de freqüències que és correspon amb el concepte de cicle econòmic.



Gràfic 6.15

De les funcions de coherència estimades, en resulta a més una altra conclusió interessant. Tot i que la coherència mitjana de la indústria i la construcció és molt alta, dels gràfics 6.12 i 6.13 destaca el fet que aquesta coherència es redueix molt al voltant de la freqüència $\pi/4$. Aquesta freqüència correspon a un cicle de període 8 trimestres, és a dir, 2 anys. A causa d'això, el comportament al voltant de les oscil·lacions bianuals és diferent per a tots els sectors.

En el gràfic 6.15 es presenta la funció de coherència estimada per a les sèries trimestrals de VAB total. Tot i que la coherència mitjana és d'un 86%, és al voltant de la freqüència $\pi/4$ on aquest percentatge és menor.

6.4 Anàlisi del desfasament entre les economies catalana i espanyola

En el punt anterior s'ha definit de manera intuïtiva la funció de coherència entre dues sèries temporals. També és possible definir una funció de fase⁵¹ que mesura si les dues sèries estan desplaçades en el temps una respecte de l'altra. Òbviament per dir que una sèrie està desplaçada respecte d'una altra cal que ambdues sèries tinguin un comportament similar, sinó és impossible definir el concepte de desplaçament.

Per a l'anàlisi que segueix n'hi ha prou amb conèixer les següents propietats sobre la funció de fase:

- 1) Si dues sèries no estan relacionades entre elles, la funció de fase és idènticament igual a zero.
- 2) Si dues sèries estan relacionades contemporàniament, la funció de fase és també constant i igual a zero.
- 3) Si dues sèries estan relacionades amb un retard d , aleshores, la funció de fase és una línia recta amb pendent igual a d .

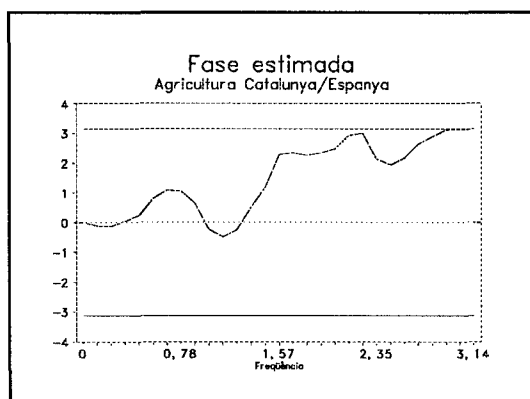
⁵¹ Vegeu l'annex 1 d'aquest treball per a una introducció més formal a aquest concepte.

- 4) La funció de fase pren valors a l'interval $[-\pi, \pi]$. Això és degut al fet que cada valor de la funció de fase es correspon amb un angle, i per tant, és equivalent treballar amb l'interval $[-\pi, \pi]$, on l'angle està mesurat en radians o amb l'interval $[-180, 180]$ on l'angle està mesurat en graus.

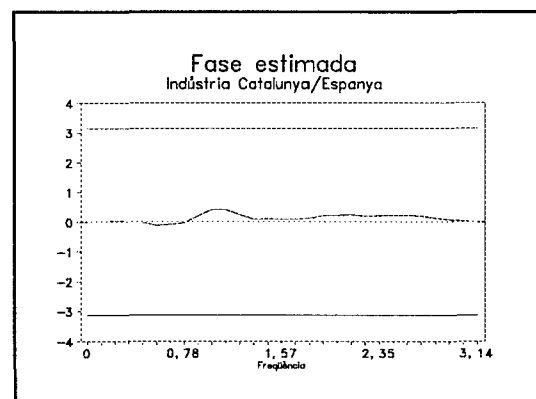
A la pràctica, tal com passava amb la coherència, com els processos estocàstics generadors de cada variable són desconeguts, cal estimar la funció de fase a partir de les dades. A continuació, en els gràfics 6.16 al 6.20 es presenten els resultats d'estimar la funció de fase de les sèries de creixement interanual de VAB de Catalunya i Espanya per als sectors agricultura, indústria, construcció i serveis, i total.

D'aquests gràfics s'obtenen les següents conclusions:

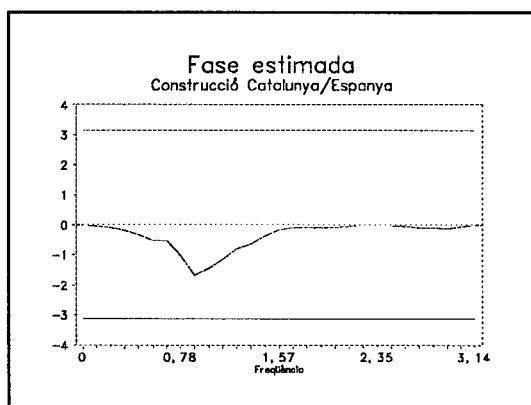
- a) Quant als sectors indústria i construcció, la funció de desfasament estimada és pràcticament igual a zero. Això fa pensar que l'evolució cíclica de l'economia catalana i la de l'economia espanyola en aquests sectors són paral·leles. Segons aquests resultats es pot descartar que en aquests dos sectors, l'evolució catalana sigui un indicador avançat de l'evolució espanyola.



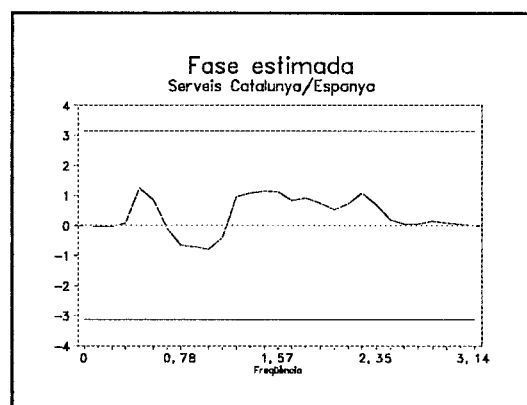
Gràfic 6.16



Gràfic 6.17

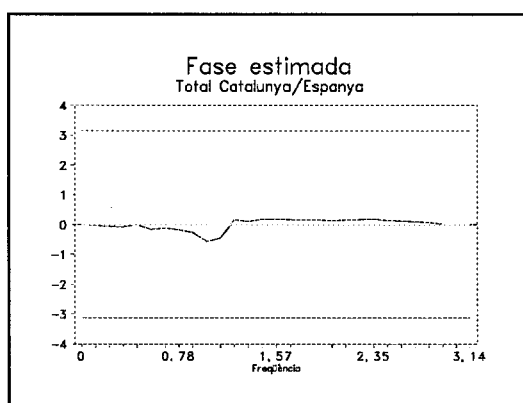


Gràfic 6.18



Gràfic 6.19

- b) En el cas del sector agrari, la funció de fase estimada és molt diferent de zero. Com veurem després, la forma de la funció estimada no és deguda al fet que realment hi hagi un retard entre les dues sèries, sinó al comportament erràtic de les dues sèries agràries.
- c) Més sorprenent és el resultat del sector serveis, ja que en aquest cas la funció de fase també és bastant diferent de zero.
- d) De la comparació de les sèries de VAB total es dedueix que en conjunt no hi ha cap evidència sobre la qüestió que l'economia catalana s'avanci a l'economia espanyola, ja que la funció de fase estimada és pràcticament nul·la.



Gràfic 6.20

La dificultat en la interpretació de les funcions de fase estimades radica en el fet que l'estimació de la fase de dues sèries depèn de la coherència entre les dues sèries, de manera que, a major coherència, més precises són les estimacions de la fase. Una manera d'interpretar aquesta propietat és recordar que una funció de fase nul·la pot correspondre a dues situacions ben diferents:

- a) Dues sèries independents.
- b) Dues sèries dependents contemporàniament.

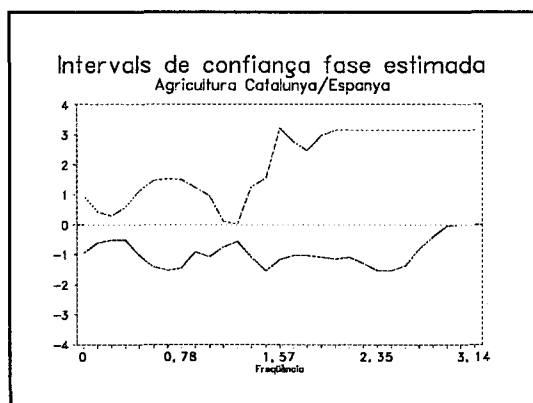
Abans de fer conclusions definitives de les estimacions anteriors és millor analitzar el grau de precisió d'aquestes estimacions. A continuació s'han calculat intervals de confiança per a cada una de les funcions de fase estimades. En els gràfics 6.21 al 6.25 es pot observar com, efectivament, l'amplada dels intervals estimats augmenta quan la coherència és menor.

En el cas del sector agrari això és molt clar ja que, degut a la baixa coherència entre la sèrie catalana i la sèrie espanyola, l'interval de confiança abasta pràcticament tots els valors possibles de la fase i, per tant, no és possible fer-ne cap inferència. La conclusió per tant, en el cas del sector primari, és que no hi ha cap relació significativa entre l'evolució cíclica catalana i l'espanyola i, per consegüent, no té sentit parlar de si una sèrie s'avança o no a l'altra.

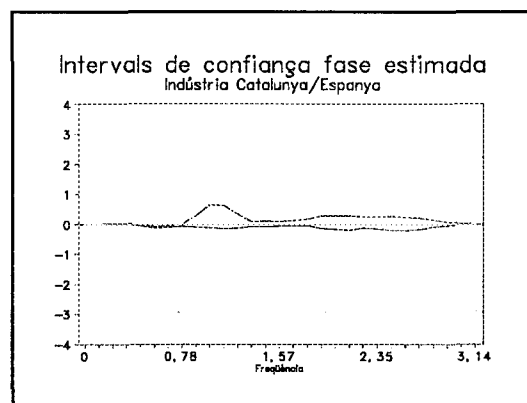
Els intervals de confiança construïts per a cada una de les funcions de fase permeten contrastar si entre l'evolució cíclica de les economies catalana i espanyola hi ha algun retardament o si són paral·leles, ja que sota la hipòtesi nul·la del no desfasament, la funció de fase ha de ser igual a zero. En tots els casos el nivell de confiança utilitzat és del 95%.

Com que els intervals de confiança en el cas de la indústria i del total contenen en el seu interior el valor zero, no és possible rebutjar al 95% de significació que aquestes dues sèries no estan desfasades. A més, a causa de la gran coherència que aquestes sèries presenten, els intervals de confiança són reduïts i, per tant, la potència del test

és gran.

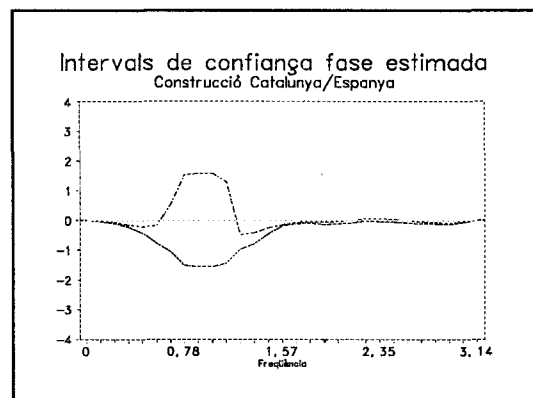


Gràfic 6.21

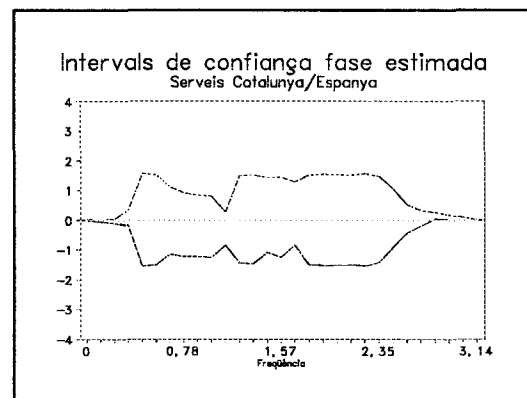


Gràfic 6.22

En canvi en el cas dels serveis, tot i que l'interval de confiança conté en el seu interior el valor zero, l'amplitud d'aquests intervals és molt gran. Això és degut a la baixa coherència que hi ha entre aquestes sèries. Per tant, tot i que no es pot rebutjar que el desfasament en el cas dels serveis sigui nul, el test aplicat té poca potència com per poder acceptar la hipòtesi de no desfasament.

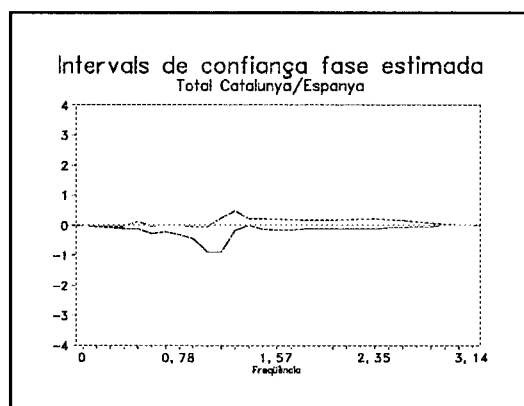


Gràfic 6.23



Gràfic 6.24

Quant al sector de la construcció, els intervals de confiança permeten acceptar la no existència de desfasament entre les dues sèries, tot i que al voltant de la freqüència $\pi/4$, i degut als problemes ja comentats de la funció de coherència, l'amplitud de l'interval redueix la potència del test.



Gràfic 6.25

Atenent als resultats anteriors, l'anàlisi d'abans es pot resumir en les tres conclusions següents:

- a) En general l'evolució econòmica a Catalunya i Espanya és molt similar, llevat del sector agrari i, en alguns anys concrets, el sector serveis. Tot i així, es constata que aquesta similitud desapareix quan s'analitzen les oscil·lacions de periodicitat bianual o similar. La interpretació d'aquest fet queda fora de l'àmbit d'aquest treball però ha de ser objecte de futures investigacions.
- b) Es constata també que les diferències en el sector serveis són més grans del que era previsible. Al marge d'una anàlisi de les possibles causes d'aquestes diferències, s'ha de recordar que algunes de les dades utilitzades experimentaran posteriors revisions i aquestes revisions poden modificar els resultats presentats.
- c) L'evolució cíclica de les economies catalana i espanyola és paral·lela, de manera que s'ha de rebutjar la hipòtesi de l'avançament d'una respecte de l'altra. Tot i aquesta consideració general, cal tenir certes reserves en el cas del sector serveis per la poca potència del test utilitzat.

7. CONSIDERACIONS FINALS

La importància del coneixement de l'evolució de l'activitat econòmica en un termini curt, per a la presa de decisions per part dels agents públics i privats, ha impulsat que l'Institut d'Estadística de Catalunya i l'Equip d'Anàlisi Quantitativa Regional de la Universitat de Barcelona efectuassin una trimestralització de les principals macromagnituds de l'economia catalana pel costat de l'oferta.

La finalitat d'aquesta investigació és, per tant, doble. En primer lloc, s'ha elaborat una sèrie històrica dels components del VAB pel costat de l'oferta des de l'any 1980, que permetés efectuar un seguiment de l'economia catalana a curt termini i, a la vegada, comparar la seva evolució amb la del conjunt de l'Estat espanyol. En segon lloc, s'ha presentat una metodologia que en el futur permetrà estimar, amb un retard mínim, l'evolució de l'economia catalana, el que sens dubte serà una eina d'un gran valor per efectuar un seguiment de les fluctuacions cícliques de la nostra economia.

Aquest document conté una informació de gran rellevància que pot ser d'una gran utilitat per efectuar un seguiment de l'economia catalana a curt termini. Tot i així, ens agradaria destacar algunes característiques, ja analitzades al llarg del treball, de la investigació que han de portar-nos a tractar els resultats amb certa cautela:

- a) Les sèries trimestrals obtingudes estan condicionades per les dades anuals de referència.
- b) L'escassetat d'indicadors d'activitat de què es disposa per a Catalunya en el període 1980-1994 i que s'han emprat per trimestralitzar les magnituds anuals.
- c) El mètode de trimestralització escollit, el de Chow-Lin, presenta el problema que, en desconèixer la matriu de variàncies i covariàncies del terme de pertorbació del model lineal dels valors trimestrals, sigui indispensable efectuar certs supòsits sobre el comportament d'aquesta matriu, que poden afectar els resultats obtinguts en el procés de trimestralització.

- d) Les sèries dels indicadors parcials emprats per al procés de trimestralització han estat filtrades per obtenir els senyals cicle-tendència de cada una de les sèries. L'intent d'obtenir senyals que no presentin oscil·lacions irrelevantes pot provocar que en alguna ocasió s'obtingui un senyal excessivament suau.
- e) Els models de regressió proposats es poden veure afectats pel nombre escàs d'observacions disponibles a nivell anual.
- f) Les dificultats derivades del fet que és molt difícil avaluar la capacitat predictiva de les sèries trimestrals elaborades (ja que per efectuar les prediccions pràcticament s'utilitzen els mateixos indicadors que prèviament han estat emprats per construir la sèrie trimestral).
- g) L'anàlisi proposada i les conclusions presentades en el capítol s'han de considerar una primera aproximació a l'estudi de l'evolució cíclica de les economies catalana i espanyola.

Malgrat aquestes limitacions, aquest document pot constituir una eina fonamental per al desenvolupament de l'anàlisi de la conjuntura; tal com comenta el professor Fuentes Quintana en el pròleg del llibre d'Espasa i Cancelo (1993), referència obligada quan es tracta de l'anàlisi de la conjuntura econòmica en el nostre país: *Pocas obligaciones -si alguna- superan en importancia a la que los economistas profesionales tienen de conocer y valorar la situación por la que atraviesa la coyuntura del país.*

En aquest sentit, aquest treball constitueix, al nostre entendre, un dels instruments fonamentals per efectuar un seguiment de l'evolució econòmica a curt termini, és a dir, disposar de sèries trimestrals històriques de les principals macromagnituds i, a la vegada, disposar de prediccions sobre la seva evolució futura amb un retard reduït entre la seva publicació i el moment a què fan referència.

8. BIBLIOGRAFIA

Álvarez, L.J.: Ballabriga, F.C. i Jareño, J. (1995): Un modelo macroeconómico trimestral para la economía española. Documento de Trabajo 9524. Servicio de Estudios del Banco de España.

Banco de España (1975): Una estimación de la Contabilidad nacional trimestral de España: 1962-1972. Banco de España. Madrid.

Bassie, V. L. (1939): Interpolation Formulae for the Adjustment of Index Numbers. Comunicació presentada al *Annual Meetings of the American Statistical Association*.

Bassie, V.L. (1958): *Economic Forecasting*. New York. Mc Graw-Hill.

Bell, W.R. i Hillmer, S.C. (1984): Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series. *Journal of Bussines and Economic Statistics*. Volum 2, pàg. 291-349.

Boot, J.C.G., Feibes, W. i Lisman, J.H.C. (1967): Further Methods of Derivation of Quarterly Figures from Annual Data. *Applied Statistics*. Volum 16 (1), pàg. 67-75.

Box, G.E.P.; Hillmer, S. i Tiao, G.C. (1978): Analysis and Modelling of Seasonal Time Series, a A. Zellner: *Seasonal Analysis of Time Series*, Bureau of the Census, Washington.

Box, G.E.P i Jenkins, G.M. (1970): *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden Day, San Francisco, USA.

- Box, G.E.P.; Pierce, D.A. i Newbold, P. (1987): Estimating Trend and Growth Rates in Seasonal Time Series. *Journal of American Statistical Association*. Volum 82, pàg. 276-282.
- Burman, J.P. (1980): Seasonal Adjustment by Signal Extraction. *Journal of the Royal Statistical Society, sèries A*. Volum 143, pàg. 321-337.
- Chow, G. i Lin, A.L. (1971): Best Linear Unbiased Distribution and Extrapolation of Economic Time Series by Related Series. *The Review of Economics and Statistics*. Volum 53, pàg. 471-476.
- Dagum, E.B. (1980): The X11ARIMA Seasonal Adjustment Method. Statistics Canada. Ottawa
- Dagum, E.B. (1988): The X11ARIMA/88 Seasonal Adjustment Method. Statistics Canada. Ottawa
- Denton, F.T. (1971): Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization. *Journal of American Statistical Association*. Volum 66, pàg. 99-102.
- Di Fonzo, T. (1987): Procedure ottimali per la stima di serie trimestrali: modelli alternativi ed evidenze empiriche. Comunicació presentada a les *Jornadas de Estudio sobre las Cuentas Económicas Trimestrales*, Roma, 29 de gener de 1987.
- Di Fonzo, T. i Filosa (1987): Methods of estimation of Quarterly National Account Series: A Comparison. Comunicació presentada a la *Journée franco-italienne de Comptabilité nationale (Journée de Statistique)*. Lausana, 18-20 de maig de 1987.
- Engle, R.F. (1978): Estimating Structural Models for Seasonality, a A. Zellner:

Seasonal Analysis of Time Series, Bureau of the Census, Washington.

Espasa, A. (1990): Metodologia para realizar el análisis de la coyuntura de un fenómeno económico. Documento de trabajo 9003, Servicio de Estudios del ~~Banco~~ de España.

Espasa, A. i Cancelo, J.R. ed. (1993): *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*. Alianza Editorial. Madrid

Espasa, A. i Cancelo, J.R. (1994): El cálculo del crecimiento de variables económicas a partir de modelos cuantitativos. *Boletín trimestral de Coyuntura*. Volum 52, pàg. 73-95.

Fernández, F.J. (1988): Modelos estructurales de series temporales: una aplicación al análisis y predicción de agregados monetarios y fiscales. *Revista de Economía Pública*. Volum 1, pàg. 47-65.

Ginsburg, V.A. (1973): A Further Note on the Derivation of Quarterly Figures Consistent with Annual Data. *Applied Statistics*. Volum 22 (3), pàg. 368-374.

Granger, C.W.J. i Newbold, P. (1974): Spurious regression in Econometrics. *Journal of Econometrics*. Volum 2, pàg. 111-120.

Greco, C. (1979): Alcune considerazione sui criteri di calcolo di valori trimestrali di tendenza di serie storiche annuali. *Annali della Facoltà di Economia e Commercio*, Università di Palermo. Volum 4, pàg. 134-155.

Harvey, A. C. i Todd, P. (1983): Forecasting Economic Time Series with Structural and Box-Jenkins Models: a Case Study. *Journal of Bussines and Economic Statistics*. Volum 1, pàg. 299-315.

Hillmer, S.C. i Tiao, G.C. (1982): An ARIMA-Model-Based Approach to Seasonal

Adjustment. *Journal of the American Statistical Association*. Volum 77, pàgs. 63-70.

Institut d'Estadística de Catalunya (1994): Evolució de les principals macromagnituds de l'economia catalana 1988-1993. Barcelona.

Instituto Nacional de Estadística (1993): *Contabilidad nacional trimestral de España. Metodología y serie trimestral 1970-1992*. Madrid.

Instituto Nacional de Estadística. *Boletín trimestral de coyuntura*. Diversos volums. Madrid.

Lisman, J.H.C. i Sandee, J. (1964): Derivation of Quarterly Figures from Annual Data. *Applied Statistics*. Volum 13, pàg. 87-90.

Maravall, A. (1985): On Structural Time Series Models and the Characterization of Components. *Journal of Business and Economic Statistics*. Volum 3, pàg. 350-355.

Maravall, A. (1987): Descomposición de series temporales, especificación, estimación e inferencia. *Estadística Española*. Volum 29, pàg. 11-106.

Maravall, A. (1990): La extracción de señales y el análisis de coyuntura. *Revista Española de Economía*. Volum 6 (1-2), pàg. 109-132.

Maravall, A. i Pierce, D. (1986): The Transmission of Data Noise into Policy Noise in U.S. Monetary Control. *Econometrica*. Volum 54, pàg. 961-979.

Matea, M.L. i A.V. Regil (1994): Métodos para la extracción de señales y para la trimestralización. Documentos de trabajo 9415. Servicio de Estudios del Banco de España.

Melis, F. (1989): Sobre la hipótesis de componentes y la extracción de la señal de coyuntura sin previa desestacionalización. *Revista Española de Economía*. Volum 6 (1-2), pàg. 133-1166.

Melis, F. (1991): La estimación del ritmo de variación en series económicas. *Estadística Española*. Volum 33, pàg. 7-56.

Nerlove, M.; Grether, D. i Carvalho, J.L. (1979): *Analysis of Economic Time Series*. Academic Press, Nueva York.

Priestley, M.B.(1991): *Spectral Analysis of Time Series*. Academic Press. London.

Salazar, E.; Smith, R.; Weale, M. i Wright, S. (1994): Indicators of Monthly National Accounts. Comunicació presentada al Quarterly National Accounts Workshop, París, 5 i 6 de desembre de 1994.

Sanz, R. (1981): Métodos de desagregación temporal de series económicas. Documento de trabajo 22. Servicio de Estudios del Banco de España.

Shiskin, J.; Young, A. i Musgrave, J.C. (1967): The X11 variant of the census method II Seasonal Adjustment Program. Technical Paper 15. Bureau of the Census, Washington.

Vangrevelinghe, G. (1966): L'evolution à court terme de la consommation des ménages: connaissance, analyse et prévision. *Études et Conjoncture*. Volum 9 , pàgs 54-102.

Wallis, K.F. (1974): Seasonal Adjustment and Relation between Variables. *Journal of the American Statistical Association*. Volum 69, pàg. 18-32.

Zani, S. (1970): Sui criteri di calcolo dei valori trimestrali di tendenza degli aggregati di contabilità nazionale. *Studi e Ricerche, Facoltà di Economia e Commercio, Università degli Studi di Parma*. Volum 7, pàg. 285-349.

ANNEX 1. CONCEPTES BÀSICS DE L'ANÀLISI ESPECTRAL

L'objectiu d'aquest annex és introduir els conceptes bàsics de l'anàlisi espectral de sèries temporals de manera que faciliti la comprensió del mètode d'extracció de senyals presentat en el tercer capítol.

Es considera en primer lloc un procés de la forma:

$$Y_t = \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j} \quad (1.1)$$

on $\{\varepsilon_t\}$ és una successió de variables aleatòries independents.

La successió de coeficients $\{\psi_j\}$ constitueix un filtre, i es diu que el procés $\{Y_t\}$ és la sortida d'aplicar el filtre $\{\psi_j\}$ a l'entrada $\{\varepsilon_t\}$. Moltes de les operacions que s'acostumen a fer amb sèries temporals poden estudiar-se com a filtres. Per veure la utilitat d'aquest enfocament cal introduir abans la noció d'espectre.

Per un procés del tipus (1.1) es defineix l'espectre com la funció contínua que ve determinada per:

$$f_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left[\gamma(0) + 2 \sum_{t=1}^{\infty} \gamma(t) \cos(\omega t) \right]$$

on $\gamma(h)$ és la funció d'autocovariància de $\{Y_t\}$ per al retard h , és a dir:

$$\gamma(h) = E \left[(Y_t - \bar{Y})(Y_{t+h} - \bar{Y}) \right]$$

Per tant, l'espectre és una funció que assigna a cada freqüència ω una determinada ponderació. Sempre es consideren freqüències amb valors compresos entre $-\pi$ i π , on el concepte de freqüència prové de l'anàlisi de processos periòdics.

Els processos següents són periòdics de freqüència ω ,

$$C_t = \cos(\omega t)$$

$$S_t = \sin(\omega t)$$

on la freqüència indica el nombre de cicles que completen aquests processos en una unitat de temps. El concepte invers de la freqüència és el període, és a dir, el temps que triga el procés a completar un cicle sencer. Si la freqüència és ω , el període és $P=2\pi/\omega$.

Atès que

$$\int_{-\pi}^{\pi} f_y(\omega) d\omega = \gamma(0) = \sigma_y^2$$

es pot interpretar l'espectre com una descomposició de la variància de $\{Y_t\}$ entre les diferents freqüències.

Si el procés $\{X_t\}$ pren valors reals, l'espectre és sempre simètric i per tant n'hi ha prou amb treballar amb les freqüències compreses entre 0 i π (és a dir, períodes majors o iguals a 2).

L'exemple més senzill d'espectre és el d'un procés soroll blanc $\{e_t\}$. En aquest cas la funció és constant per a totes les freqüències:

$$f_e(\omega) = \frac{\sigma^2}{2\pi}$$

La descomposició de la variància del procés entre les diferents freqüències permet pensar en un procés qualsevol com si estigués format per diferents components cíclics. Aquesta composició ve determinada per l'espectre del procés. En particular, un soroll blanc (com que el seu espectre és constant) és un procés format per tot tipus

d'oscil·lacions, sense que cap d'aquestes tingui més importància que les altres.

Per tant, si es vol estudiar quin efecte té un determinat filtre sobre la sèrie original n'hi ha prou amb analitzar de quina manera aquest filtre afecta cada un dels possibles cicles (freqüències) en què es pot descompondre qualsevol procés.

De fet hi ha una propietat molt important que permet afirmar que si es coneix l'espectre de la sèrie original, el filtre aplicat determina completament l'espectre de la sèrie obtinguda. Efectivament, si:

$$Y_t = \sum_{j=r}^s \psi_j X_{t-j}$$

aleshores es pot comprovar que:

$$f_y(\omega) = |H(e^{-i\omega})|^2 f_x(\omega) \quad (1.2)$$

on:

$$H(e^{-i\omega}) = \sum_{j=r}^s \psi_j e^{-i\omega j}$$

Normalment, i per simplificar, se sol utilitzar la següent notació:

$$H(\omega) \doteq H(e^{-i\omega})$$

Per tant, n'hi ha prou amb conèixer la funció $H(\cdot)$ per saber els efectes de l'aplicació del filtre $\{\psi_j\}$.

Per aprofundir en aquesta interpretació, es pot considerar un procés periòdic del tipus

$$X_t = Ae^{i\omega t}$$

S'ha de recordar que s'anomena freqüència a ω , i A és l'amplitud del procés.

L'expressió anterior es pot escriure com:

$$X_t = A \cos(\omega t) + i A \sin(\omega t)$$

Es pot comprovar que si a un procés periòdic $X_t = e^{i\omega t}$ (per tant d'amplitud unitària i freqüència ω) s'aplica un filtre, s'obté com a sortida un procés Y_t que també és periòdic amb freqüència ω , i amplitud $A(\omega)$, és a dir:

$$Y_t = A(\omega) e^{i\omega t}$$

El resultat anterior palesa dos fets importants. D'una banda que si l'entrada és un procés periòdic, la sortida també ho és; i d'altra banda, que la freqüència de la sortida és la mateixa que la d'entrada, no així l'amplitud. A més, aquesta amplitud no és la mateixa per a totes les freqüències.

L'amplitud de la sortida $A(\omega)$ depèn del filtre aplicat, però es pot comprovar que si el filtre aplicat és $\{\psi_k\}$, es compleix la següent relació:

$$A(\omega) = \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k e^{-i\omega k} \right|$$

La relació entre aquest resultat i el resultat (2) és immediata.

En general, per a qualsevol filtre $\{\psi_k\}$, es defineix la seva **funció de resposta freqüencial** com:

$$H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k e^{-i\omega k}$$

S'observa que la **funció de resposta freqüencial** és una funció que assigna un valor complex a cada freqüència. Aquest valor complex ens indica com el filtre afecta una determinada oscil·lació. En concret, s'ha vist que el mòdul d'aquest nombre complex

no és més que l'amplitud de la sortida si l'entrada és un procés periòdic d'amplitud unitària.

Qualsevol sèrie temporal es pot interpretar com composta per diferents processos periòdics, si es coneix com afecta un determinat filtre cada tipus d'oscil·lació, aleshores és immediat conèixer com afecta aquest filtre la sèrie considerada globalment. Concretament, si es calcula el mòdul de la funció de resposta freqüencial s'obté una nova funció, la funció de guany:

$$G(\omega) = |H(\omega)| = \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k e^{-ik\omega} \right|$$

Cal recordar que si $c=a+ib$ és un nombre complex el seu mòdul és:

$$|c| = \sqrt{a^2 + b^2} = (a + ib)(a - ib)$$

La funció de guany indica de quina manera el filtre afecta cada una de les freqüències.

Si se suposa que per a una determinada freqüència el guany és superior a la unitat, aleshores la sèrie filtrada tindrà en aquesta freqüència una amplitud major a la sèrie original, per tant el filtre amplifica aquesta freqüència.

Si, per contra, el guany és més petit que la unitat, el filtre disminueix la importància de la freqüència estudiada.

El següent exemple és útil per aclarir això. Es considera filtre l'operació de prendre diferències a una sèrie. És a dir, que a una entrada X_t , en aplicar el filtre diferenciador, li correspon una sortida Y_t , on:

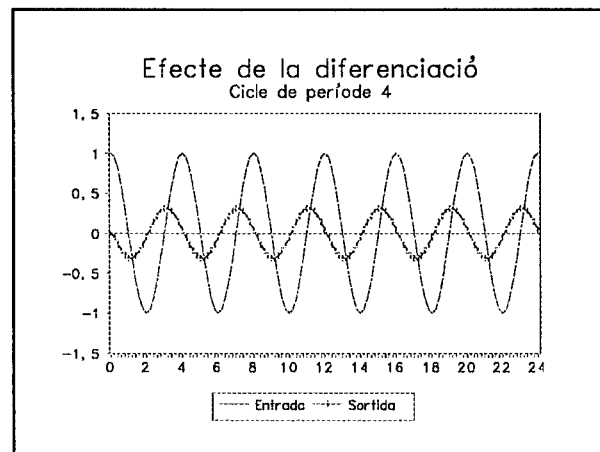
$$Y_t = X_t - X_{t-1}$$

En aquest cas els pesos del filtre $\{\psi_k\}$ són

$$\psi_0 = 1, \quad \psi_1 = -1$$

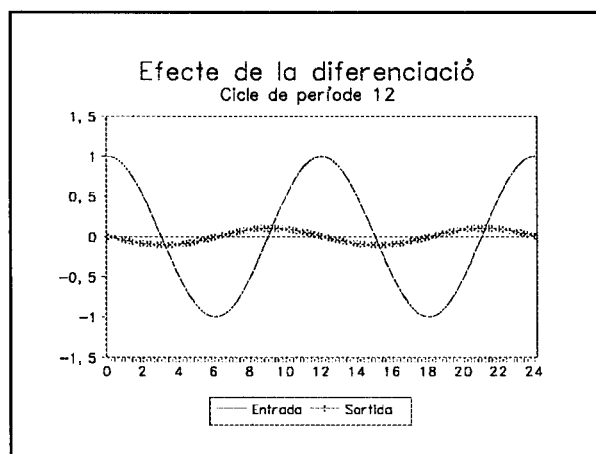
i tots els altres són zero.

A continuació s'analitza de quina manera la diferenciació afecta els diferents tipus d'oscil·lacions. El gràfic A1.1 mostra el resultat d'aplicar aquest filtre a una oscil·lació de període 4 unitats de temps. Concretament en aquest gràfic es representen dues sèries. La primera (entrada) consisteix en 24 observacions periòdiques de període 4. La segona sèrie (sortida) és el resultat de prendre diferències a la primera. En aquest cas, la sortida té una amplitud lleugerament menor que l'entrada.



Gràfic A1.1

En canvi si s'aplica la diferenciació a una oscil·lació de període 12 unitats de temps, aleshores aquesta disminució de l'amplitud és molt més important. Això queda clar en el gràfic A1.2.

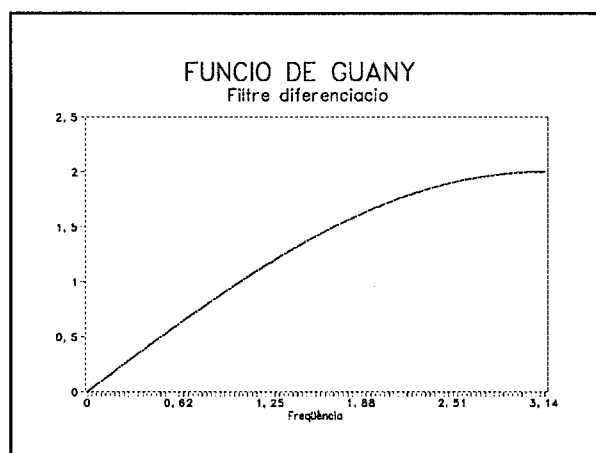


Gràfic A1.2

L'efecte que té el filtre diferenciador sobre l'amplitud de diferents oscil·lacions queda resumit en la funció de guany. En aquest cas concret la funció de guany és:

$$G(\omega) = \left| 2 \sin \frac{\omega}{2} \right|$$

El gràfic A1.3 presenta la funció de guany per a totes les freqüències entre $-\pi$ i π .



Gràfic A1.3

Per tal d'interpretar millor la funció de guany és possible també representar el guany en funció del període en lloc de la freqüència:

$$P = \frac{2\pi}{\omega}$$

on P i ω són respectivament el període i la freqüència. Es pot escriure (en aquest cas concret) la funció de guany de la següent manera:

$$G(P) = \left| 2 \operatorname{sen} \frac{\pi}{P} \right|$$

Queda clara la importància d'aquest tipus d'anàlisi ja que la funció de guany de la diferenciació ha permès deduir que aquesta amplifica totes les oscil.lacions de període baix (és a dir freqüència gran) i disminueix les oscil.lacions de període gran (és a dir, freqüència baixa).

Els gràfics A1.1 i A1.2 permeten observar que l'aplicació d'un filtre té dos efectes sobre cada possible oscil.lació. D'una banda, l'efecte que ja s'ha considerat d'augmentar o disminuir l'amplitud de les oscil.lacions. Però a més, el filtratge d'una sèrie pot desplaçar l'oscil.lació, en uns casos cap endavant i en altres cap endarrere. A aquest segon efecte se l'anomena efecte de desfasament del filtre.

De fet la funció de resposta freqüencial d'un filtre no sols determina l'efecte amplitud sobre cada freqüència, sinó també l'efecte desfasament. Es pot comprovar que aquest desfasament ve determinat per l'argument de la funció de resposta (que recordem que prenia valors complexos).

Si $G(\omega)$ és la funció de guany d'un filtre, la funció de resposta $H(\omega)$ es pot escriure com:

$$H(\omega) = G(\omega) e^{i\phi(\omega)}$$

Per tant, per conèixer completament les característiques del filtre no n'hi ha prou amb conèixer la funció de guany i és per això que es defineix el terme $\phi(\omega)$ com la **funció de fase** del filtre. Si els coeficients del filtre són $\{\psi_k\}$ es pot calcular la funció de fase segons:

$$\Phi(\omega) = \frac{Im[H(\omega)]}{Re[H(\omega)]} = \frac{Im \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k e^{-ik\omega} \right]}{Re \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k e^{-ik\omega} \right]}$$

Cal recordar que si $c=a+ib$ és un nombre complex, aleshores

$$Im [c] = b , \quad Re [c] = a$$

El valor de la funció de fase del filtre correspon al desfasament angular que hi ha entre l'entrada i la sortida del filtre per a cada freqüència. Més que això, interessa conèixer el desfasament temporal, en comptes del desfasament angular. Caldria dividir, per tant, el desfasament angular entre la freqüència. Per això es defineix la **funció de desfasament del filtre** com:

$$d(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{\omega}$$

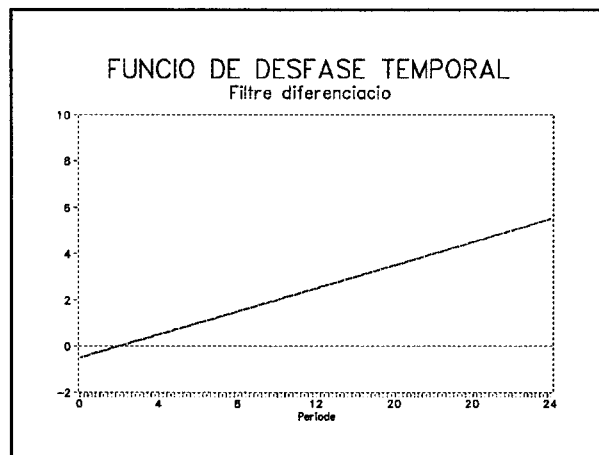
Com que normalment interessa conèixer quin és el desfasament temporal en funció del període més que en funció de la freqüència de l'oscil·lació s'acostuma a posar la funció de desfasament com a dependent del període, és a dir:

$$D(P) = d\left(\frac{2\pi}{P}\right) = \frac{\Phi\left(\frac{2\pi}{P}\right)}{\frac{2\pi}{P}}$$

En el cas de l'exemple anterior (el de la diferència d'un valor respecte a l'anterior), els càlculs de la funció de desfasament porten a:

$$d(P) = \frac{P-2}{4}$$

El gràfic A1.4 representa aquesta funció.



Gràfic A1.4

L'anàlisi de la funció de desfasament permet deduir que el filtre diferenciació avança tots els cicles excepte els de període 2 que no els desplaça. Això significa per exemple, que un cicle anual de 12 mesos en una sèrie mensual es veu avançat 2.5 mesos per l'aplicació del filtre diferenciació.

S'ha de recordar que la relació dels espectres de la sèrie original i els de la sèrie filtrada, no és més que el quadrat de la funció de guany. Per això es defineix la **funció de potència** d'un filtre $\{\psi_k\}$ com:

$$P(\omega) = |H(\omega)|^2 = \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k e^{-ik\omega} \right|^2$$

En resum, els conceptes importants que cal retenir de l'anàlisi anterior són els següents:

- 1) Si s'aplica a una oscil·lació de freqüència ω un filtre lineal i invariant en el temps, la sortida manté la mateixa freqüència però es modifiquen la intensitat i la fase.
- 2) La funció de resposta freqüencial resumeix aquesta modificació de la intensitat

i la fase.

- 3) El mòdul de la funció de resposta del filtre mostra el guany (ampliació o disminució) que suposa l'aplicació del filtre per a cada una de les freqüències, és a dir l'efecte sobre l'amplitud de l'oscil·lació.
- 4) L'argument de la funció de resposta, que s'anomena funció de fase del filtre, mostra quin és el desfasament angular que presenta la sortida respecte a l'entrada per a cada una de les freqüències.
- 5) Si es divideix el desfasament angular, calculat com s'indica al punt 4, entre la freqüència de l'oscil·lació, s'obté la funció de desfasament temporal del filtre, que mostra el desplaçament temporal que presenta la sortida respecte a l'entrada. Aquesta funció s'acostuma a posar en funció del període i no segons la freqüència.

Fins aquí s'han presentat els conceptes bàsics de l'anàlisi espectral de sèries temporals en el cas univariant. Tots els conceptes definits en aquest context estan basats en la funció d'autocovariància $\gamma(h)$ de la sèrie. És possible ampliar aquesta anàlisi al cas univariant utilitzant, com a punt de partida, les funcions de covariància entre les diferents sèries.

En el cas bivariant, donats un parell de processos estacionaris $\{X_t^1\}$ i $\{X_t^2\}$, les funcions de covariància creuades són:

$$\gamma_{12}(h) = E [(X_t^1 - \bar{X}^1)(X_{t+h}^2 - \bar{X}^2)]$$

$$\gamma_{21}(h) = E [(X_t^2 - \bar{X}^2)(X_{t+h}^1 - \bar{X}^1)]$$

A partir d'aquestes funcions es defineix l'**espectre creuat** com:

$$f_{12}(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{t=1}^{\infty} [Y_{12}(t) + Y_{21}(t)] \cos(t\omega) + \frac{j}{\pi} \sum_{t=1}^{\infty} [Y_{12}(t) - Y_{21}(t)] \sin(t\omega)$$

Per comoditat s'acostuma a separar la part real i la part imaginària d'aquesta funció.

A la part real se la denomina **coespectre**:

$$C_{12}(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{t=1}^{\infty} [Y_{12}(t) + Y_{21}(t)] \cos(t\omega)$$

i a la part imaginària **espectre de quadratura**:

$$Q_{12}(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{t=1}^{\infty} [Y_{12}(t) - Y_{21}(t)] \sin(t\omega)$$

La diferència més important entre l'espectre univariant i l'espectre creuat és la dualitat que presenta aquest espectre creuat entre la part real i la part imaginària. A causa d'això és útil treballar amb el seu mòdul. A aquest mòdul elevat al quadrat se'l denomina **amplitud** de l'espectre creuat:

$$A_{12}(\omega) = C_{12}^2(\omega) + Q_{12}^2(\omega)$$

Aquesta amplitud compleix una molt interessant propietat que permetrà interpretar millor l'espectre creuat:

$$0 \leq A(\omega) \leq f_1(\omega)f_2(\omega)$$

per totes les freqüències ω , on f_1 i f_2 són els espectres univariants de cada sèrie.

A partir d'això es defineix la funció de **coherència** com:

$$K_{12}(\omega) = \frac{C_{12}^2(\omega) + Q_{12}^2(\omega)}{f_1(\omega)f_2(\omega)}$$

que compleix:

$$0 \leq K_{12}(\omega) \leq 1$$

La interpretació de la coherència és equivalent a la del coeficient de determinació en una regressió i mesura el grau de relació entre les dues sèries. La diferència radica en el fet que la funció de coherència assigna un valor diferent a cada freqüència i per tant proporciona major informació.

Aquesta relació és molt clara si s'utilitza la teoria de la informació. Si en el cas bivariant ρ és el coeficient de correlació entre les dues sèries, aleshores, quan n es fa gran la informació sobre X^1 continguda en X^2 és:

$$I_{12} = -\frac{1}{2} \log(1-\rho^2)$$

Ara bé, aquesta informació es pot calcular també a través de la funció de coherència, mitjançant la següent expressió:

$$I_{12} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log(1-K_{12}(\omega)) d\omega$$

per tant, la relació entre els dos conceptes és prou clara.

A la pràctica els valors de la funció de coherència es poden interpretar com percentatges de la variació d'un sèrie que estan relacionats amb la variació de l'altra sèrie per cada freqüència.

L'espectre creuat, com a nombre complex que és, es pot representar com:

$$f_{12}(\omega) = |f_{12}(\omega)| e^{B(\omega)}$$

L'angle $\theta(\omega)$ es denomina fase de f_{12} de la freqüència ω . Això permet definir la **funció de fase** entre les sèries $\{X_t^1\}$ i $\{X_t^2\}$ com la funció que assigna a cada freqüència la seva fase. Aquesta funció de fase es pot calcular a través de la següent expressió:

$$\theta_{12}(\omega) = \tan^{-1} \left[\frac{Q_{12}(\omega)}{C_{12}(\omega)} \right]$$

Mentre que la **coherència** mesura el grau de relació entre les dues sèries, la **fase** mesura el grau de desfasament temporal que hi ha entre aquestes. Els següents exemples serviran per il·lustrar això.

1) Si les dues sèries són independents, aleshores tant la funció de fase com la funció de coherència són idènticament iguals a zero. Que la coherència sigui zero indica que no hi ha cap relació entre les dues sèries, i que la fase sigui zero indica que no hi ha cap desfasament entre elles.

2) Suposem ara que les dues sèries estan relacionades de manera lineal:

$$X_t^1 = a X_t^2 + \varepsilon_t$$

on $\{\varepsilon_t\}$ és soroll blanc. En aquest cas les funcions de coherència i de fase són:

$$K_{12}(\omega) = \left[1 + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{a^2 f_2(\omega)} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\theta_{12}(\omega) = 0$$

on $f_2(\omega)$ és l'espectre univariant de la sèrie $\{X_t^2\}$.

En aquest cas la funció de coherència no serà mai zero però, com més gran sigui la variància del soroll en relació a la variància de la sèrie $\{X_t^2\}$, menor serà la coherència. En el cas extrem en què no hi ha soroll ($\sigma_\varepsilon^2 = 0$) la coherència és igual a 1.

Pel que fa a la funció de fase, en aquest cas és també igual a zero ja que la relació entre les dues sèries s'estableix de manera contemporània.

3) Si se suposa entre les dues sèries una relació lineal una mica més general:

$$X_t^1 = a X_{t-d}^2 + \varepsilon_t$$

aleshores les funcions de coherència i de fase són:

$$K_{12}(\omega) = \left[1 + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{a^2 f_2(\omega)} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\theta_{12}(\omega) = d\omega$$

Si es comparen aquestes funcions amb les obtingudes en l'exemple 2 es dedueixen les següents propietats:

- a) La coherència és la mateixa en els exemples 2 i 3, de manera que la coherència mesura de manera estricta el grau de relació entre dues sèries sense que estigui influïda per desfasaments entre les variables.
- b) Si la relació entre les dues sèries està desfasada en d unitats de temps, aleshores la funció de fase és una línia recta amb pendent precisament igual a d .

ANNEX 2. FUNCIO DE DESFASAMENT DEL FILTRE LAM

L'objectiu d'aquest annex és calcular el desfasament dels filtres aplicats en aquest treball per estimar el senyal cicle-tendència. Aquests filtres són:

$$\frac{K (1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2) (1 + L + L^2 + \dots + L^{11})}{(1 - \theta_1 L) (1 - \theta_{12} L^{12})}$$

i

$$\frac{a_0}{1 + a_1 L + a_2 L^2}$$

Per facilitar els càlculs, aquests dos filtres es poden descompondre en cinc filtres més senzills:

$$H_1(L) = 1 + L + L^2 + \dots + L^{11}$$

$$H_2(L) = K(1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2)$$

$$H_3(L) = \frac{1}{(1 - \theta_1 L)}$$

$$H_4(L) = \frac{1}{(1 - \theta_{12} L^{12})}$$

$$H_5(L) = \frac{a_0}{1 + a_1 L + a_2 L^2}$$

El desfasament compleix dues propietats interessants:

- i) El desfasament d'un filtre compost és igual a la suma dels desfasaments dels filtres simples.

ii) El desfasament d'una constant és sempre nul.

Segons (i) n'hi ha prou amb calcular els desfasaments dels cinc filtres anteriors, i per (ii) no cal tenir en compte les constants K i a_0 . A continuació es calculen els desfasaments de cada un dels cicles.

(1) En el cas de H_1 es té:

$$\begin{aligned} H_1(\omega) &= 1 + e^{-j\omega} + e^{-2j\omega} + \dots + e^{-11j\omega} = \\ &= 1 + \sum_{j=1}^{11} \cos(j\omega) - j \sum_{j=1}^{11} \sin(j\omega) \end{aligned}$$

per tant:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} [H_1(\omega)] &= 1 + \sum_{j=1}^{11} \cos(j\omega) \\ \operatorname{Im} [H_1(\omega)] &= - \sum_{j=1}^{11} \sin(j\omega) \end{aligned}$$

D'acord amb les definicions donades en l'annex 1, el desfasament d'aquest filtre (en funció de la freqüència) és:

$$d_1(\omega) = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \left[\frac{- \sum_{j=1}^{11} \sin(j\omega)}{1 + \sum_{j=1}^{11} \cos(j\omega)} \right]$$

(2) En el cas de H_2 :

$$\begin{aligned}
H_2(\omega) &= 1 - \alpha_1 e^{-j\omega} - \alpha_2 e^{-2j\omega} = \\
&= 1 - \alpha_1 [\cos\omega - j \sin\omega] - \alpha_2 [\cos(2\omega) - j \sin(2\omega)] = \\
&= [1 - \cos\omega - \cos(2\omega)] + j [\sin\omega + \sin(2\omega)]
\end{aligned}$$

per tant:

$$d_2(\omega) = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \left[\frac{\alpha_1 \sin\omega + \alpha_2 \sin(2\omega)}{1 - \alpha_1 \cos\omega - \alpha_2 \cos(2\omega)} \right]$$

(3) En el cas de H_3 :

$$\begin{aligned}
H_3(\omega) &= \frac{1}{1 - \theta_1 e^{-j\omega}} = \frac{1 - \theta_1 e^{j\omega}}{(1 - \theta_1 e^{-j\omega})(1 - \theta_1 e^{j\omega})} = \\
&= \frac{1 - \theta_1 e^{j\omega}}{1 + \theta_1^2 - 2\theta_1 \cos\omega} = \frac{1 - \theta_1 \cos\omega - j \theta_1 \sin\omega}{1 + \theta_1^2 - 2\theta_1 \cos\omega} = \\
&= \frac{1 - \theta_1 \cos\omega}{1 + \theta_1^2 - 2\theta_1 \cos\omega} + j \frac{-\theta_1 \sin\omega}{1 + \theta_1^2 - 2\theta_1 \cos\omega}
\end{aligned}$$

per tant:

$$d_3(\omega) = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \left[\frac{\frac{-\theta_1 \sin\omega}{1 + \theta_1^2 - 2\theta_1 \cos\omega}}{\frac{1 - \theta_1 \cos\omega}{1 + \theta_1^2 - 2\theta_1 \cos\omega}} \right] =$$

$$= \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \left[\frac{-\theta_1 \sin \omega}{1 - \theta_1 \cos \omega} \right]$$

(4) En el cas de H_4 :

$$\begin{aligned} H_4(\omega) &= \frac{1}{1 - \theta_{12} e^{-12j\omega}} = \frac{1 - \theta_{12} e^{12j\omega}}{(1 - \theta_{12} e^{-12j\omega})(1 - \theta_{12} e^{12j\omega})} = \\ &= \frac{1 - \theta_{12} e^{12j\omega}}{1 + \theta_{12}^2 - 2\theta_{12} \cos(12\omega)} = \frac{1 - \theta_{12} \cos(12\omega) - j \theta_{12} \sin(12\omega)}{1 + \theta_{12}^2 - 2\theta_{12} \cos(12\omega)} = \\ &= \frac{1 - \theta_{12} \cos(12\omega)}{1 + \theta_{12}^2 - 2\theta_{12} \cos(12\omega)} + j \frac{-\theta_{12} \sin(12\omega)}{1 + \theta_{12}^2 - 2\theta_{12} \cos(12\omega)} \end{aligned}$$

per tant:

$$d_4(\omega) = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \left[\frac{-\theta_{12} \sin(12\omega)}{1 - \theta_{12} \cos(12\omega)} \right]$$

(5) En el cas de H_5 :

$$\begin{aligned} H_5(\omega) &= \frac{1}{1 + a_1 e^{-j\omega} + a_2 e^{-2j\omega}} = \frac{1 + a_1 e^{j\omega} + a_2 e^{2j\omega}}{(1 + a_1 e^{-j\omega} + a_2 e^{-2j\omega})(1 + a_1 e^{j\omega} + a_2 e^{2j\omega})} = \\ &= \frac{1 + a_1 e^{j\omega} + a_2 e^{2j\omega}}{1 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 + a_1 e^{-j\omega} + a_2 e^{-2j\omega} + a_1 e^{j\omega} + a_2 e^{2j\omega}} = \\ &= \frac{1 + a_1 \cos \omega + a_2 i \sin \omega + a_2 \cos(2\omega) + a_2 i \sin(2\omega)}{1 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 + 2a_1 \cos \omega + 2a_2 \cos(2\omega)} \end{aligned}$$

$$\operatorname{Re} [H_5(\omega)] = \frac{1 + a_1 \cos \omega + a_2 \cos(2\omega)}{1 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 + 2a_1 \cos \omega + 2a_2 \cos(2\omega)}$$

$$\operatorname{Im} [H_5(\omega)] = \frac{a_1 \sin \omega + a_2 \sin(2\omega)}{1 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \omega + 2a_2 \cos(2\omega)}$$

per tant:

$$d_4(\omega) = \frac{1}{\omega} \tan^{-1} \left[\frac{a_1 \sin \omega + a_2 \sin(2\omega)}{1 + a_1 \cos \omega + a_2 \cos(2\omega)} \right]$$

ANNEX 3. AGREGACIÓ DE SÈRIES TEMPORALS

El punt de partida és una sèrie temporal formada per dades trimestrals y_{ij} , on t indica l'any i j indica el trimestre. A més es disposa d'una altra sèrie temporal Y_t que recull la mateixa informació però a nivell anual, és a dir:

$$Y_t = \sum_{j=1}^4 y_{tj}$$

Interessa analitzar la relació que hi ha entre la primera i la segona sèrie.

El problema anterior es pot plantejar de manera més general. Sigui una sèrie temporal y_t (sèrie desagregada) que diferenciada d cops és estacionària. És a dir:

$$z_t = (1-L)^d y_t$$

amb funció d'autocovariància $\gamma_z(k)$. Si s'agreguen les dades y_t s'obté la sèrie Y_T :

$$\begin{aligned} Y_T &= \sum_{t=m(T-1)+1}^{mT} y_t = \\ &= (1 + L + \dots + L^{m-1}) y_{mT} \end{aligned}$$

on m és l'ordre d'agregació (per exemple en el cas de passar de sèrie trimestral a sèrie anual $m=4$). Si es defineix ara la sèrie W_t com:

$$W_t = \sum_{j=0}^{m-1} y_{t-j} = (1 + L + \dots + L^{m-1}) y_t$$

es té que:

$$Y_T = W_{mT}$$

Cal considerar ara un nou operador L^* que actua com l'operador retard L però sobre la sèrie anual, és a dir:

$$L^* Y_T = Y_{T-1}$$

Es té que:

$$\begin{aligned} (1-L^*) Y_T &= Y_T - Y_{T-1} = \\ &= W_{mT} - W_{m(T-1)} = (1-L^m) W_{mT} \end{aligned}$$

Com que la sèrie desagregada y_t no era estacionària (s'ha suposat en general, que era integrada d'ordre d), la sèrie agregada Y_T tampoc és estacionària, cal diferenciar-la. Si ara es defineix una nova variable X_T com la diferenciació d'ordre d (ara en termes de l'operador diferenciador anual L^*) de la sèrie agregada:

$$X_T = (1-L^*)^d Y_T$$

es pot escriure aquesta en funció de la z_t com:

$$\begin{aligned} X_T &= (1-L^*)^d Y_T = (1-L^m)^d W_{mT} = \\ &= [(1+L+..+L^{m-1})(1-L)]^d (1+L+..+L^{m-1}) y_{mT} = \\ &= (1+L+..+L^{m-1})^{d+1} (1-L)^d y_{mT} = \\ &= (1+L+..+L^{m-1})^{d+1} z_{mT} \end{aligned}$$

per tant, la sèrie agregada Y_T és integrada d'ordre d :

$$X_T = (1+L+..+L^{m-1})^{d+1} z_{mT}$$

i a partir d'aquí es pot establir quina és la relació entre les funcions d'autocovariància de la sèrie X_T i la sèrie z_t :

$$\gamma_x(k) = (1 + L + \dots + L_{m-1})^{2(d+1)} \gamma_z[mk + (d+1)(m-1)]$$

on s'entén que:

$$L \gamma_z[k] = \gamma_z[k-1]$$

Si es torna al problema concret que s'està analitzant, aquest no és més que un cas particular on $m=4$. Si se suposa a més que la sèrie trimestral y_t és estacionària ($d=0$) amb funció d'autocovariància $\gamma(k)$, aleshores la sèrie anual Y_T també és estacionària amb funció d'autocovariància:

$$\begin{aligned} \gamma(k) &= (1 + L + L^2 + L^3)^2 \lambda[4K + 3] = \\ &= \lambda[4K+3] + 2\lambda[4K+2] + 3\lambda[4K+1] + 4\lambda[4K] + 3\lambda[4K-1] + 2\lambda[4K-2] + \lambda[4K-3] \end{aligned}$$

És convenient utilitzar notació matricial, de manera que la fórmula anterior es transforma, tenint en compte la simetria de les funcions d'autocovariància, en:

$$(\gamma(0), \dots, \gamma(n), \dots) = M \begin{pmatrix} \lambda(0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda(n) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$

on la matriu de dimensió infinita M és:

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

En el cas de sèries integrades, també s'obté una relació matricial entre el vector de covariàncies del terme de pertorbació trimestral i el vector de covariàncies del terme de pertorbació anual, encara que amb una matriu diferent.

ANNEX 4. DESCRIPCIÓ DELS INDICADORS DISPONIBLES

CATALUNYA

Indicadors de freqüència mensual

Nom: ACO
Sèrie: Atur registrat a la construcció
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: AIN
Sèrie: Atur registrat a la indústria
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: ASE
Sèrie: Atur registrat als serveis
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: ATOT
Sèrie: Atur registrat total
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: CCIM
Sèrie: Consum de ciment
Font: OFICEMEN
Unitats: Tones

Nom: CELAB
Sèrie: Consum d'electricitat. Alta i baixa tensió
Font: FECSA, Empresa Nacional Hidroelèctrica del Ribagorzana, S.A.,
Hidroelèctrica de Catalunya, S.A.
Unitats: Megawats/hora

Nom: CELEC
Sèrie: Consum d'electricitat. Total
Font: FECSA, Empresa Nacional Hidroelèctrica del Ribagorzana, S.A.,
Hidroelèctrica de Catalunya, S.A.
Unitats: Megawats/hora

Nom: COLO
Sèrie: Col.locacions registrades
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: IPPIC
Sèrie: Índex de producció de productes industrials. Béns de consum
Font: Institut d'Estadística de Catalunya
Unitats: Nombre índex base 1990=100

Nom: IPPIE
Sèrie: Índex de producció de productes industrials. Béns d'equipament
Font: Institut d'Estadística de Catalunya
Unitats: Nombre índex base 1990=100

Nom: IPPIG
Sèrie: Índex de producció de productes industrials. General
Font: Institut d'Estadística de Catalunya
Unitats: Nombre índex base 1990=100

Nom: IPPII
Sèrie: Índex de producció de productes industrials. Béns intermedis
Font: Institut d'Estadística de Catalunya
Unitats: Nombre índex base 1990=100

Nom: MATUR
Sèrie: Matriculació de turismes
Font: Dirección General de Tráfico
Unitats: Nombre de matriculacions registrades

Nom: MAVIN
Sèrie: Matriculació de vehicles industrials
Font: Dirección General de Tráfico
Unitats: Nombre de matriculacions registrades

Nom: MVEH
Sèrie: Matriculació total de vehicles
Font: Dirección General de Tráfico
Unitats: Nombre de matriculacions registrades

Nom: PASAJ
Sèrie: Passatgers transport aeri
Font: Dirección General de Aviación Civil
Unitats: Nombre de viatgers

Nom: PCIM
Sèrie: Producció de ciment
Font: OFICEMEN i AFCC
Unitats: Tones

Nom: PELEC
Sèrie: Producció d'electricitat
Font: Xarxa Elèctrica, S.A. i Empresa Nacional Hidroelèctrica Ribagorzana, S.A.
Unitats: Gegawats/hora

Nom: PVEH
Sèrie: Producció total de vehicles
Font: Subdirección General de Estudios y Promoción Industrial del Ministerio de Industria y Energía
Unitats: Nombre de vehicles

Nom: PVIND
Sèrie: Producció de vehicles industrials
Font: Subdirección General de Estudios y Promoción Industrial del Ministerio de Industria y Energía
Unitats: Nombre de vehicles

Nom: TELEF
Sèrie: Conferències telefòniques
Font: Compañía Telefónica Nacional de España
Unitats: Milers de conferències

Nom: TRBAR
Sèrie: Tonatge de registre brut Port de Barcelona
Font: Port Autònom de Barcelona
Unitats: Tones

Nom: VILIT
Sèrie: Habitatges de promoció privada lliures acabades
Font: Direcció General d'Arquitectura i Habitatge
Unitats: Nombre d'habitatges

Nom: VIVI
Sèrie: Projectes d'habitatges visats pel Col·legi d'Arquitectes
Font: Col·legi Oficial d'Arquitectes de Catalunya
Unitats: Nombre d'habitatges

Indicadors de freqüència trimestral

Nom: POCC
Sèrie: Població ocupada. Construcció
Font: *Encuesta de Población Activa*. Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre de persones

Nom: POCI
Sèrie: Població ocupada. Indústria
Font: *Encuesta de Población Activa*. Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre de persones

Nom: POCS
Sèrie: Població ocupada. Serveis
Font: *Encuesta de Población Activa*. Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre de persones

Nom: POCT
Sèrie: Població ocupada. Total
Font: *Encuesta de Población Activa*. Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre de persones

ESPANYA

Indicadors de freqüència mensual

Nom: ACOE
Sèrie: Atur registrat a la construcció
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: AINE
Sèrie: Atur registrat a la indústria
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: ASEE
Sèrie: Atur registrat als serveis
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: ATAE
Sèrie: Atur registrat a l'agricultura
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: ATOTE
Sèrie: Atur registrat total
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: CCIME
Sèrie: Consum de ciment
Font: Ministerio de Industria, Comercio y Turismo / OFICEMEN
Unitats: Milers de tones

Nom: CELECE
Sèrie: Consum d'electricitat. Total
Font: UNESA
Unitats: Milions de KWH

Nom: CELINE
Sèrie: Consum d'electricitat. Usos industrials
Font: Banco de España
Unitats: Nombre índex base 1984=100

Nom: COLOE
Sèrie: Col.locacions registrades
Font: Instituto Nacional de Empleo
Unitats: Nombre de persones

Nom: FELE
Sèrie: Facturació d'energia elèctrica
Font: UNESA
Unitats: Milions de KWH

Nom: IPICE
Sèrie: Índex de producció industrial. Béns de consum
Font: Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre índex base 1990=100

Nom: IPIEE
Sèrie: Índex de producció industrial. Béns d'equipament
Font: Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre índex base 1990=100

Nom: IPIGE
Sèrie: Índex de producció industrial. General
Font: Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre índex base 1990=100

Nom: IPIIE
Sèrie: Índex de producció industrial. Béns intermedis
Font: Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre índex base 1990=100

Nom: MATURE
Sèrie: Matriculació de turismes
Font: Dirección General de Tráfico
Unitats: Nombre de matriculacions registrades

Nom: MAVINE
Sèrie: Matriculació de vehicles de càrrega
Font: Dirección General de Tráfico
Unitats: Nombre de matriculacions registrades

Nom: PASAJE
Sèrie: Passatgers de transport aeri
Font: Dirección General de Aviación Civil
Unitats: Milers de viatgers

Nom: PCIME
Sèrie: Producció de ciment
Font: Ministerio de Industria, Comercio y Turismo / OFICEMEN
Unitats: Tones

Nom: STOTE
Sèrie: Afiliats a la Seguretat Social
Font: Instituto Nacional de la Seguridad Social
Unitats: Nombre de persones

Nom: TELEFE
Sèrie: Conferències telefòniques
Font: Compañía Telefónica Nacional de España
Unitats: Milers de conferències

Nom: VIVIE
Sèrie: Projectes visats d'habitatges lliures
Font: Dirección General para la Vivienda y Arquitectura del Ministerio de Obras Públicas y Transportes
Unitats: Nombre d'habitatges

Indicadors de freqüència trimestral

Nom: POCAE
Sèrie: Població ocupada. Agricultura
Font: Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre de personas

Nom: POCCE
Sèrie: Població ocupada. Construcció
Font: Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre de personas

Nom: POCIE
Sèrie: Població ocupada. Indústria
Font: Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre de personas

Nom: POCSE
Sèrie: Població ocupada. Serveis
Font: Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre de personas

Nom: POCTE
Sèrie: Població ocupada. Total
Font: Instituto Nacional de Estadística
Unitats: Nombre de personas

ANNEX 5. MODELS CICLE-TENDÈNCIA DELS INDICADORS

Indicador	Desfasament	Desfas. ef.	θ_1	θ_2	α_1	α_2	K
ACO	4.973051	5	-0.37094	0.59197	-0.04420	0.955798	0.527296
AIN	4.635922	5	-0.30204	0.80194	-0.01843	0.981569	0.582978
ASE	5.075247	5	-0.34531	0.54522	-0.51340	0.948661	0.496557
ATOT	4.964336	5	0.15348	0.84598	-0.01395	0.986046	0.389311
CCIM	6.860480	7	0.70340	0.76751	-0.02207	0.977928	0.130176
CELAB	7.393401	7	0.75855	0.74146	-0.02492	0.975080	0.104377
CELEC	7.323656	7	0.73617	0.68082	-0.03206	0.967940	0.109442
CELUD	5.440372	5	0.18055	0.60153	-0.04280	0.957197	0.317854
COLO	5.954007	6	0.41472	0.57347	-0.04687	0.953126	0.221905
IPPIC	7.264910	7	0.66464	0.44785	-0.06782	0.932185	0.113771
IPPIE	6.540736	7	0.53856	0.49705	-0.05918	0.940815	0.163387
IPPIG	7.305519	7	0.70803	0.56738	-0.04741	0.952587	0.111004
IPPII	7.272184	7	0.67197	0.46543	-0.06445	0.935555	0.113375
MATUR	6.696177	7	0.64912	0.67270	-0.03316	0.966842	0.144312
MAVIN	7.073827	7	0.67198	0.57918	-0.04578	0.954223	0.125643
MVEH	6.669162	7	0.62425	0.62718	-0.03910	0.960902	0.149292
PASAJ	5.898640	6	0.49907	0.73824	-0.02537	0.974629	0.215340
PCIM	5.862449	6	0.55960	0.91716	-0.00721	0.992792	0.210898
PELEC	5.384605	5	0.16623	0.62118	-0.04005	0.959954	0.328631
PERHO	5.922982	6	0.47353	0.67462	-0.03298	0.967018	0.216410
PVEH	6.334671	6	0.57134	0.64836	-0.03632	0.963682	0.172935
PVIND	6.499712	6	0.56667	0.57483	-0.04658	0.953422	0.164811
SCO	4.652923	5	-0.086646	0.89361	-0.00938	0.990621	0.513607
SFE	5.685891	6	-0.075087	0.39652	-0.07988	0.920120	0.338421
SHO	4.481686	4	-0.19150	0.62280	-0.03900	0.961000	0.480164
TELEF	7.042027	7	0.71795	0.74655	-0.02438	0.975621	0.122178
TRBAR	4.481686	4	-0.19150	0.62280	-0.03900	0.961000	0.480164
VILIT	7.721766	8	0.77072	0.61190	-0.04084	0.959164	0.090793
VIVI	7.436646	7	0.77036	0.76948	-0.02182	0.978177	0.101072
POCC	4.839610	5	-0.63361	0.59564	-0.04367	0.956329	0.630249
POCI	4.499229	5	-0.59525	0.79728	-0.01892	0.981080	0.712174
POCS	4.415921	4	-0.63556	0.83751	-0.01480	0.985203	0.748377
POCT	4.449897	4	0.58677	0.83212	-0.01534	0.984663	0.723711

ANNEX 6. SÈRIES DE COMPTABILITAT ANUAL DE REFERÈNCIA⁵²

VAB AGRICULTURA		
	CATALUNYA	ESPANYA
1981	-21.53	-9.47
1982	8.75	-1.53
1983	-4.90	6.24
1984	13.29	8.61
1985	-2.76	3.11
1986	-10.12	-9.10
1987	6.93	11.59
1988	1.09	3.27
1989	1.78	-6.61
1990	-4.76	3.05
1991	-4.28	-1.67
1992	24.43	-2.11
1993	-6.24	2.45
1994	-4.94	-5.29

VAB INDÚSTRIA		
	CATALUNYA	ESPANYA
1981	-0.39	-0.75
1982	-2.52	-1.68
1983	2.11	2.60
1984	-0.72	-0.53
1985	3.54	3.20
1986	4.95	4.80
1987	4.90	4.74
1988	3.91	4.54
1989	4.32	3.65
1990	2.28	2.05
1991	-0.07	0.96
1992	-1.21	-1.76
1993	-2.81	-2.63
1994	3.13	3.51

⁵² En taxes de creixement interanual. Font: Institut d'Estadística de Catalunya (1994) i *Boletín trimestral de Coyuntura* (INE).

VAB CONSTRUCCIÓ

	CATALUNYA	ESPANYA
1981	-6.08	-0.20
1982	2.53	2.67
1983	-1.06	0.10
1984	-6.65	-6.16
1985	-5.86	2.25
1986	7.66	5.93
1987	9.24	8.33
1988	12.88	10.14
1989	16.23	13.53
1990	8.03	10.21
1991	7.64	3.18
1992	-6.28	-4.59
1993	-6.66	-5.47
1994	-0.74	0.96

VAB SERVEIS

	CATALUNYA	ESPANYA
1981	1.59	1.26
1982	1.09	2.96
1983	0.34	1.86
1984	2.62	2.49
1985	2.39	2.29
1986	3.78	3.54
1987	5.15	4.61
1988	4.64	4.75
1989	5.24	5.18
1990	4.72	3.96
1991	4.21	3.01
1992	2.29	3.07
1993	0.75	0.56
1994	2.63	2.19

VAB TOTAL

	CATALUNYA	ESPANYA
1981	-0.47	-0.22
1982	-0.05	1.20
1983	0.78	2.22
1984	0.92	1.32
1985	2.14	2.62
1986	4.10	3.23
1987	5.35	5.32
1988	4.80	4.97
1989	5.58	4.60
1990	3.84	3.84
1991	2.71	2.15
1992	0.70	0.71
1993	-1.27	-0.75
1994	2.40	2.07

ANNEX 7. COEFICIENTS DE CORRELACIÓ ENTRE ELS INDICADORS I EL VAB**ESPANYA (1980-1994)**
Dades anuals en diferències

	INDÚSTRIA	CONSTRUCCIÓ	SERVEIS
ACOE	-0.8726367	-0.8923544	-0.8562319
AINE	-0.5364111	-0.6439939	-0.8632033
ASEE	-0.3078472	-0.6915904	-0.7506611
ATOTE	-0.5398676	-0.5727830	-0.6994829
CCIME	0.8598088	0.9647586	0.7773746
CELECE	0.7311990	0.7169096	0.6024833
COLOE	0.6428945	0.4311469	0.2475169
POCCE	0.7456714	0.9445751	0.8646026
POCIE	0.8208186	0.8085600	0.8558347
POCSE	0.7148414	0.8936074	0.8524095
POCTE	0.6597845	0.8752487	0.8523175
IPICE	0.8612090	0.5928637	0.5358399
IPIEE	0.7397259	0.4293513	0.3377918
IPIGE	0.8098393	0.5727174	0.4633134
IPIIE	0.7474516	0.4788992	0.4008677
MATURE	0.6934023	0.3284490	0.4810996
MAVINE	0.7933094	0.5988454	0.5940469
PASAJE	0.4167491	0.1925891	0.5792492
TRBARE	0.4631782	0.5545982	0.4597316
VILITE	-0.5491754	-0.6187490	-0.6077134
VIVIE	0.4682172	0.0320349	0.2193098

ESPANYA (1980-1994)
Dades trimestrals en diferències

	INDÚSTRIA	CONSTRUCCIÓ	SERVEIS
ACOE	-0.7493659	-0.7900908	-0.6879572
AINE	-0.5186141	-0.5307098	-0.6794907
ASEE	-0.3239034	-0.5335675	-0.5214907
ATOTE	-0.5503486	-0.6549160	-0.6743268
CCIME	0.5755485	0.7218368	0.6055644
CELECE	0.4665892	0.4250454	0.4341918
COLOE	0.5646427	0.3107875	0.0789624
POCCE	0.6166278	0.7928402	0.6781901
POCIE	0.7476826	0.5685966	0.7671657
POCSE	0.5929102	0.7091091	0.7785791
POCTE	-0.0851801	0.2278399	0.4495877
IPICE	0.7892106	0.4353914	0.4831802
IPIEE	0.6944271	0.2874407	0.2529057
IPIGE	0.8258051	0.4399572	0.4393072
IPIIE	0.6968500	0.3751761	0.4135487
MATURE	0.5454667	0.2006449	0.4988572
MAVINE	0.7006518	0.4825792	0.5904782
PASAJE	0.3662489	0.2201452	0.6189733
TRBARE	0.0125379	0.0838705	0.2240430
VILITE	-0.2396837	-0.1796010	-0.3054769
VIVIE	0.4556033	0.1593124	0.2832618

CATALUNYA (1980-1994)
Dades trimestrals en diferències

	INDÚSTRIA	CONSTRUCCIÓ	SERVEIS
ACO	-0.8523623	-0.7133527	-0.6719246
AIN	-0.6346967	-0.6747335	-0.9047164
ASE	-0.4662426	-0.7011437	-0.8053082
ATOT	-0.6048696	-0.7306230	-0.9089642
CCIM	0.8064100	0.9168940	0.7470596
CELAB	0.4663465	0.5279928	0.5766566
CELEC	0.3957957	0.6554391	0.6498535
CELUD	-0.0104839	0.3670669	0.4223995
COLO	0.4205289	0.4709307	0.5221408
IPPIC	0.7922487	0.5201033	0.4841363
IPPIE	0.6891316	0.1326473	0.2870729
IPPIG	0.8720609	0.4542464	0.4601355
IPPII	0.7655957	0.4106471	0.2870729
MATUR	0.6074492	0.2160438	0.4601355
MAVIN	0.8055594	0.5286067	0.3790660
MVEH	0.7384882	0.4009053	0.3125108
PASAJ	0.4764178	0.3890040	0.5814199
PCEM	0.1300789	0.4173620	0.0444166
PELEC	0.6950069	0.3367457	0.3686139
POCC	0.5088879	0.8898564	0.749934
POCI	0.8751778	0.7080589	0.6954881
POCS	0.8083311	0.7670602	0.9218357
POCT	0.8508990	0.8690065	0.8971582
PVEH	0.6538803	0.7511583	0.5649240
PVIND	0.3480548	0.0234889	-0.1776416
TELEF	0.6143415	0.5381320	0.4148535
TRBAR	-0.2341328	0.0762825	-0.0304222
VILIT	0.5328527	0.6748841	0.3997617
VIVI	0.8064100	0.9168940	0.7470596

ANNEX 8. SÈRIE TRIMESTRAL HISTÒRICA

VAB TRIMESTRAL DE CATALUNYA (I) A preus de 1986

		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1980	I	39636	508051	100627	640655	1288969
	II	39492	506512	96761	641679	1284444
	III	39743	505724	93909	644847	1284223
	IV	38175	506689	92363	649475	1286702
1981	I	33944	509070	90888	652742	1286644
	II	30417	508381	89658	654617	1283073
	III	29083	503723	89471	654380	1276657
	IV	29788	497930	90321	655973	1274012
1982	I	32482	493091	91498	659888	1276959
	II	33886	490299	92652	662745	1279582
	III	34715	490631	92959	662880	1280645
	IV	33477	494215	92331	660736	1280759
1983	I	31871	499696	92279	659466	1283312
	II	31249	502727	92358	661079	1287413
	III	31561	504298	91343	664559	1291761
	IV	32774	503062	89552	670160	1295548
1984	I	34870	498768	88177	675660	1297475
	II	36175	497349	86783	680892	1301199
	III	36712	498244	84572	683562	1303090
	IV	36639	500954	81702	684611	1303906
1985	I	36142	505903	79563	688882	1310490
	II	35617	512835	79016	694642	1322110
	III	34890	520149	80320	701185	1336544
	IV	33764	527014	82340	705026	1348144

VAB TRIMESTRAL DE CATALUNYA (II)
A preus de 1986

		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1986	I	32180	534073	84087	709328	1359668
	II	31262	539873	85658	718449	1375242
	III	31092	544357	87089	729314	1391852
	IV	31668	549944	89011	738126	1408749
1987	I	32920	557844	91218	745493	1427475
	II	33719	565897	93176	756438	1449230
	III	34115	572357	95328	766784	1468584
	IV	34194	578316	98085	775592	1486187
1988	I	33993	584181	100983	783953	1503110
	II	33976	588374	104083	791613	1518046
	III	34097	592352	107988	799436	1533873
	IV	34350	598436	113416	810428	1556630
1989	I	34749	605636	118957	824516	1583858
	II	34902	613280	122749	837212	1608143
	III	34780	620355	125494	843779	1624408
	IV	34415	626282	128484	846964	1636145
1990	I	33905	630329	130818	856671	1651723
	II	33405	631302	132221	871233	1668161
	III	32860	630909	134300	885478	1683547
	IV	32064	629189	138130	897275	1696658
1991	I	30835	628040	142501	906857	1708233
	II	30566	629308	145097	911460	1716431
	III	31454	630671	145355	916371	1723851
	IV	33718	632047	143400	923831	1732996

VAB TRIMESTRAL DE CATALUNYA (III)
A preus de 1986

		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1992	I	37463	632393	140110	928205	1738171
	II	39786	628608	136901	934052	1739347
	III	40513	618959	133252	939426	1732150
	IV	39738	609682	129916	940467	1719803
1993	I	39008	604854	128396	938733	1710991
	II	37407	603459	127114	938058	1706038
	III	36047	603904	124873	943601	1708425
	IV	35204	607558	123816	949701	1716279
1994	I	34907	612425	123529	955873	1726734
	II	34938	619562	123767	965356	1743623
	III	35134	628286	125598	972341	1761359
	IV	35384	635285	127575	975811	1774055

VAB TRIMESTRAL DE CATALUNYA (I)
En taxes de creixement interanual

		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1981	I	-14.35	0.20	-9.68	1.89	-0.18
	II	-22.98	0.37	-7.34	2.02	-0.11
	III	-26.82	-0.40	-4.73	1.48	-0.59
	IV	-21.97	-1.73	-2.21	1.00	-0.99
1982	I	-4.31	-3.14	0.67	1.10	-0.75
	II	11.40	-3.56	3.34	1.24	-0.27
	III	17.50	-2.60	3.90	1.30	0.31
	IV	12.39	-0.75	2.23	0.73	0.53
1983	I	-1.88	1.34	0.85	-0.06	0.50
	II	-7.78	2.54	-0.32	-0.25	0.61
	III	-7.65	2.79	-1.74	0.25	0.87
	IV	-2.10	1.79	-3.01	1.43	1.15
1984	I	9.41	-0.19	-4.45	2.46	1.10
	II	15.76	-1.07	-6.04	3.00	1.07
	III	16.32	-1.20	-7.41	2.86	0.87
	IV	11.79	-0.42	-8.77	2.16	0.64
1985	I	3.65	1.43	-9.77	1.96	1.00
	II	-1.54	3.11	-8.95	2.02	1.61
	III	-4.96	4.40	-5.03	2.58	2.57
	IV	-7.84	5.20	0.78	2.98	3.40
1986	I	-10.96	5.57	5.69	2.97	3.75
	II	-12.23	5.27	8.40	3.43	4.01
	III	-10.88	4.65	8.43	4.01	4.14
	IV	-6.21	4.35	8.10	4.70	4.50

VAB TRIMESTRAL DE CATALUNYA (II)
En taxes de creixement interanual

		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1987	I	2.30	4.45	8.48	5.10	4.99
	II	7.86	4.82	8.78	5.29	5.38
	III	9.72	5.14	9.46	5.14	5.51
	IV	7.97	5.16	10.19	5.08	5.50
1988	I	3.26	4.72	10.71	5.16	5.30
	II	0.76	3.97	11.71	4.65	4.75
	III	-0.05	3.49	13.28	4.26	4.45
	IV	0.46	3.48	15.63	4.49	4.74
1989	I	2.23	3.67	17.80	5.17	5.37
	II	2.72	4.23	17.93	5.76	5.93
	III	2.00	4.73	16.21	5.55	5.90
	IV	0.19	4.65	13.29	4.51	5.11
1990	I	-2.43	4.08	9.97	3.90	4.28
	II	-4.29	2.94	7.72	4.06	3.73
	III	-5.52	1.70	7.02	4.94	3.64
	IV	-6.83	0.46	7.51	5.94	3.70
1991	I	-9.05	-0.36	8.93	5.86	3.42
	II	-8.50	-0.32	9.74	4.62	2.89
	III	-4.29	-0.04	8.23	3.49	2.39
	IV	5.16	0.45	3.82	2.96	2.14
1992	I	21.49	0.64	-1.68	2.35	1.75
	II	30.17	-0.11	-5.65	2.48	1.33
	III	28.85	-1.86	-8.33	2.52	0.48
	IV	17.85	-3.54	-9.40	1.80	-0.76

VAB TRIMESTRAL DE CATALUNYA (III)
En taxes de creixement interanual

		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1993	I	4.12	-4.36	-8.36	1.13	-1.56
	II	-5.98	-4.00	-7.15	0.43	-1.91
	III	-11.02	-2.43	-6.29	0.44	-1.37
	IV	-11.41	-0.35	-4.70	0.98	-0.20
1994	I	-10.51	1.25	-3.79	1.83	0.92
	II	-6.60	2.67	-2.63	2.91	2.20
	III	-2.53	4.04	0.58	3.05	3.10
	IV	0.51	4.56	3.04	2.75	3.37

ANNEX 9. CONTABILIDAD NACIONAL TRIMESTRAL DE ESPANYA (INE)**VAB TRIMESTRAL D'ESPANYA (I)****A preus de 1986**

		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1980	I	464800	2195600	539400	3720300	6920100
	II	476000	2191300	506000	3724300	6897600
	III	476300	2183600	488000	3727400	6875300
	IV	465700	2181400	483700	3732900	6863700
1981	I	444300	2180200	498800	3734600	6857900
	II	428400	2181200	503000	3757300	6869900
	III	418200	2171400	505600	3787100	6882300
	IV	413500	2153500	505600	3814100	6886700
1982	I	414400	2135700	509900	3852100	6912100
	II	416900	2130900	512500	3880500	6940800
	III	420800	2130700	519900	3899100	6970500
	IV	426200	2143100	524500	3908700	7002500
1983	I	433200	2174600	524200	3921400	7053400
	II	441000	2195400	521400	3944700	7102500
	III	449700	2198000	516500	3967300	7131500
	IV	459200	2194500	506800	3995000	7156200
1984	I	469700	2178800	494500	4026800	7169800
	II	479600	2173000	485800	4047800	7186200
	III	489100	2176700	481200	4065600	7212600
	IV	498100	2188000	479900	4083700	7249700
1985	I	506600	2211900	486000	4104800	7309300
	II	507000	2232800	494600	4127900	7362300
	III	499400	2260400	500500	4163200	7423500
	IV	483700	2290400	503800	4199200	7477100

VAB TRIMESTRAL D'ESPANYA (II)
A preus de 1986

		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1986	I	459900	2322700	510600	4226400	7519600
	II	447900	2347000	522200	4271100	7588200
	III	447800	2368700	531800	4319100	7667400
	IV	459500	2388700	538000	4365700	7751900
1987	I	483100	2406700	560100	4415200	7865100
	II	501800	2451000	564800	4465200	7982800
	III	515700	2494300	571700	4520100	8101800
	IV	524800	2522100	581100	4573600	8201600
1988	I	529100	2550200	595500	4624400	8299200
	II	528400	2575600	615000	4682100	8401100
	III	522500	2590500	636900	4733000	8482900
	IV	511700	2605800	661400	4788800	8567700
1989	I	495800	2628900	687600	4858300	8670600
	II	486400	2663200	706200	4923000	8778800
	III	483700	2694100	718600	4982900	8879300
	IV	487600	2712400	735800	5039300	8975100
1990	I	498000	2718100	759500	5086900	9062500
	II	504600	2724600	780700	5126900	9136800
	III	507500	2732900	793700	5167100	9201200
	IV	506500	2742300	804900	5207400	9261100
1991	I	501700	2749200	814400	5229800	9295100
	II	496900	2753400	816300	5266000	9332600
	III	492300	2760700	809200	5326300	9388500
	IV	487700	2759100	798900	5385800	9431500

VAB TRIMESTRAL D'ESPANYA (III)
A preus de 1986

		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1992	I	483300	2743600	790500	5435300	9452700
	II	481700	2726100	777300	5468000	9453100
	III	483300	2699600	765300	5480300	9428500
	IV	488000	2658900	756900	5474600	9378400
1993	I	490600	2639900	747600	5471200	9349300
	II	491600	2626700	733400	5481900	9333600
	III	490000	2630500	720900	5501500	9342900
	IV	486000	2646700	719100	5526600	9378400
1994	I	479000	2675800	724700	5569600	9449100
	II	471500	2709600	731200	5605200	9517500
	III	467800	2743000	740800	5630400	9582000
	IV	461900	2785800	752300	5656600	9656600
1995	I	454200	2824200	775700	5699600	9753700
	II	440000	2848600	797500	5739900	9826000

Font: *Boletín Trimestral de Coyuntura* (INE).

VAB TRIMESTRAL D'ESPANYA (I)
En taxes de creixement interanual

		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1981	I	-4.41	-0.70	-7.53	0.38	-0.90
	II	-10.00	-0.46	-0.59	0.89	-0.40
	III	-12.20	-0.56	3.61	1.60	0.10
	IV	-11.21	-1.28	4.53	2.17	0.33
1982	I	-6.73	-2.04	2.22	3.15	0.79
	II	-2.68	-2.31	1.89	3.28	1.03
	III	0.62	-1.87	2.83	2.96	1.28
	IV	3.07	-0.48	3.74	2.48	1.68
1983	I	4.54	1.82	2.80	1.80	2.04
	II	5.78	3.03	1.74	1.65	2.33
	III	6.87	3.16	-0.65	1.75	2.31
	IV	7.74	2.40	-3.37	2.23	2.19
1984	I	8.42	0.19	-5.67	2.69	1.65
	II	8.75	-1.02	-6.83	2.61	1.18
	III	8.76	-0.97	-6.83	2.48	1.14
	IV	8.47	-0.30	-5.31	2.20	1.31
1985	I	7.86	1.51	-1.72	1.94	1.95
	II	5.71	2.75	1.81	1.98	2.45
	III	2.11	3.84	4.01	2.40	2.92
	IV	-2.89	4.68	4.98	2.83	3.14
1986	I	-9.22	5.01	5.06	2.96	2.88
	II	-11.66	5.11	5.58	3.47	3.07
	III	-10.33	4.79	6.25	3.74	3.29
	IV	-5.00	4.29	6.79	3.96	3.67

VAB TRIMESTRAL D'ESPANYA (II)
En taxes de creixement interanual

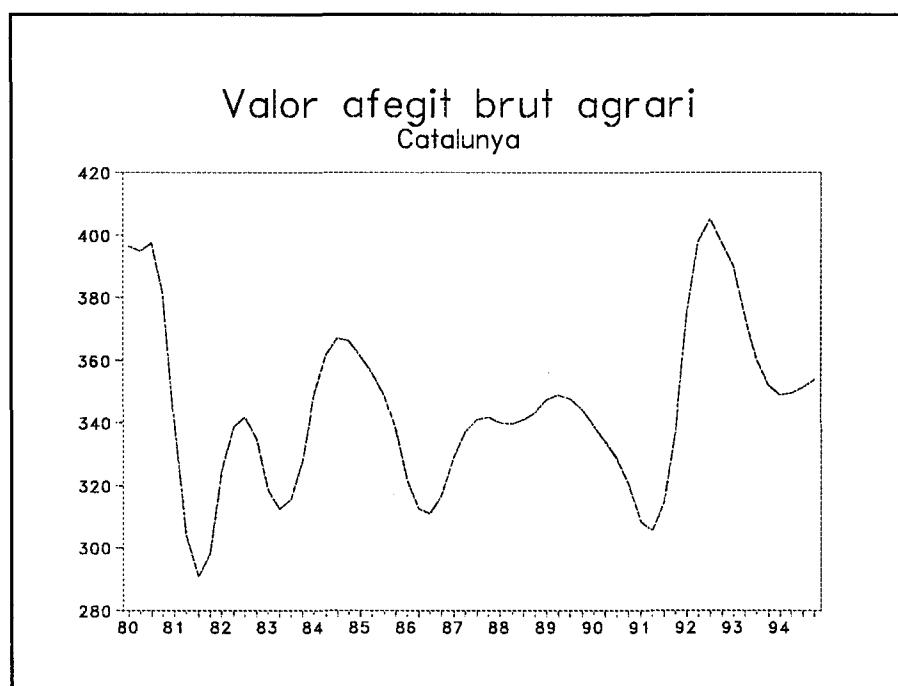
		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1987	I	5.05	3.62	9.69	4.47	4.59
	II	12.03	4.43	8.16	4.54	5.20
	III	15.16	5.30	7.50	4.65	5.67
	IV	14.21	5.59	8.01	4.76	5.80
1988	I	9.52	5.96	6.32	4.74	5.52
	II	5.30	5.08	8.89	4.86	5.24
	III	1.32	3.86	11.40	4.71	4.70
	IV	-2.50	3.32	13.82	4.70	4.46
1989	I	-6.29	3.09	15.47	5.06	4.47
	II	-7.95	3.40	14.83	5.14	4.50
	III	-7.43	4.00	12.83	5.28	4.67
	IV	-4.71	4.09	11.25	5.23	4.75
1990	I	0.44	3.39	10.46	4.70	4.52
	II	3.74	2.30	10.55	4.14	4.08
	III	4.92	1.44	10.45	3.70	3.62
	IV	3.88	1.10	9.39	3.34	3.19
1991	I	0.74	1.14	7.23	2.81	2.58
	II	-1.53	1.06	4.56	2.71	2.14
	III	-2.99	1.02	1.95	3.08	2.04
	IV	-3.71	0.61	-0.74	3.43	1.84
1992	I	-3.69	-0.20	-2.93	3.93	1.70
	II	-3.06	-0.99	-4.78	3.83	1.29
	III	-1.83	-2.22	-5.42	2.89	0.43
	IV	0.06	-3.63	-5.26	1.65	-0.56

VAB TRIMESTRAL D'ESPANYA (III)
En taxes de creixement interanual

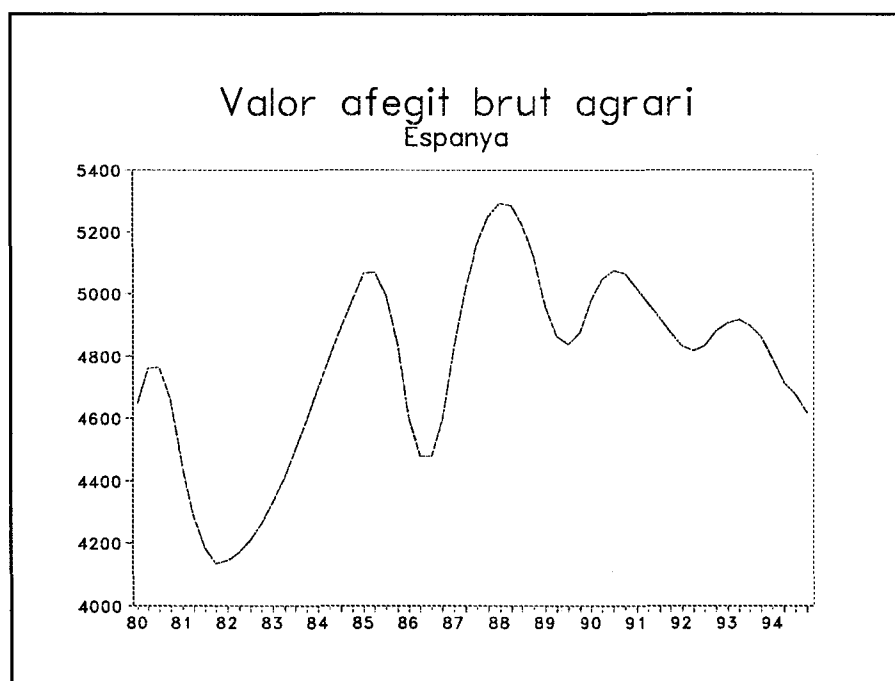
		AGRIC.	INDÚST.	CONST.	SERVEIS	TOTAL
1993	I	1.51	-3.78	-5.43	0.66	-1.10
	II	2.06	-3.65	-5.65	0.25	-1.26
	III	1.39	-2.56	-5.80	0.38	-0.91
	IV	-0.41	-0.46	-4.99	0.95	0.00
1994	I	-2.36	1.36	-3.06	1.80	1.07
	II	-4.09	3.16	-0.30	2.25	1.97
	III	-4.53	4.28	2.76	2.34	2.56
	IV	-4.96	5.26	4.62	2.35	2.97
1995	I	-5.18	5.54	7.04	2.33	3.12
	II	-6,70	5.10	9.10	2.40	3.20

Font: *Boletín trimestral de Coyuntura* (INE).

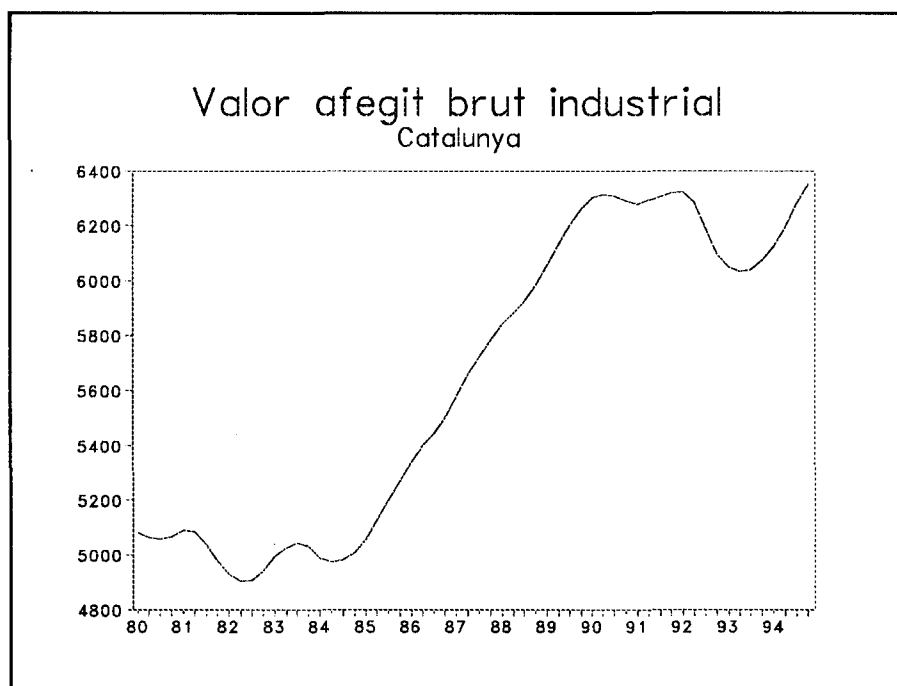
ANNEX 10. GRÀFICS



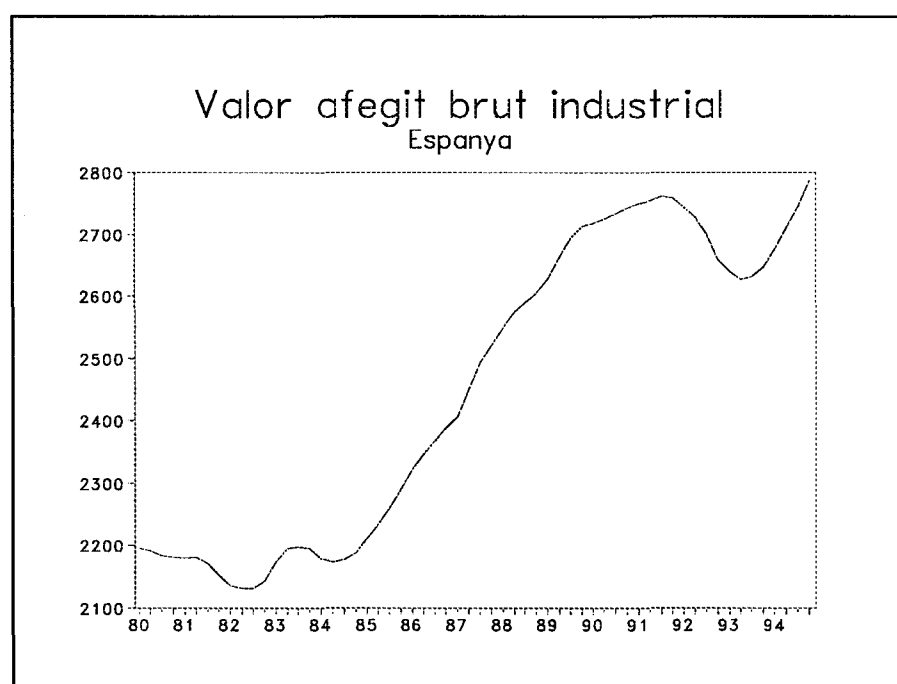
Gràfic A10.1



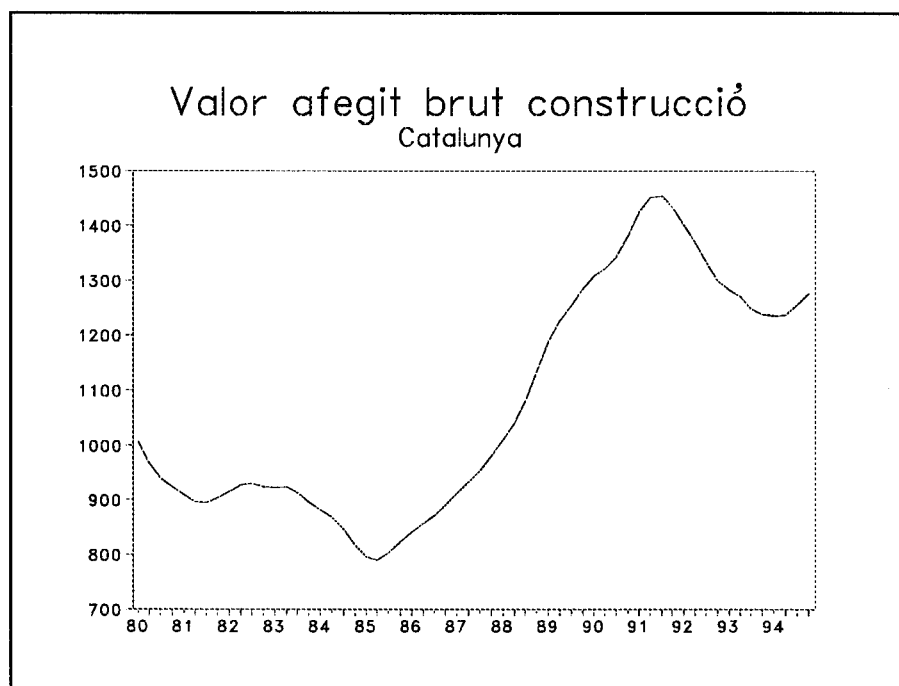
Gràfic A10.2



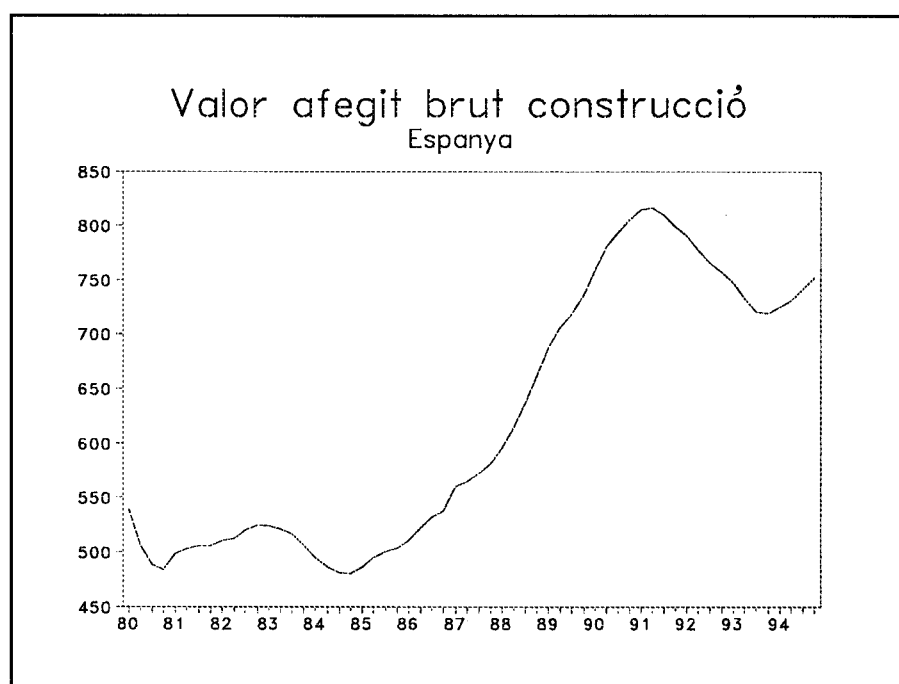
Gràfic A10.3



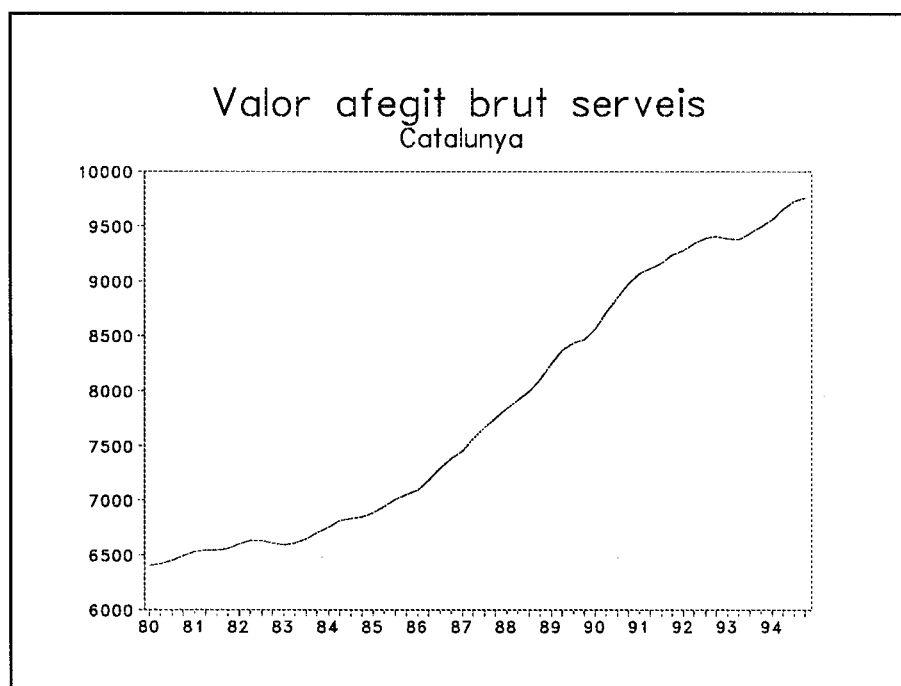
Gràfic A10.4



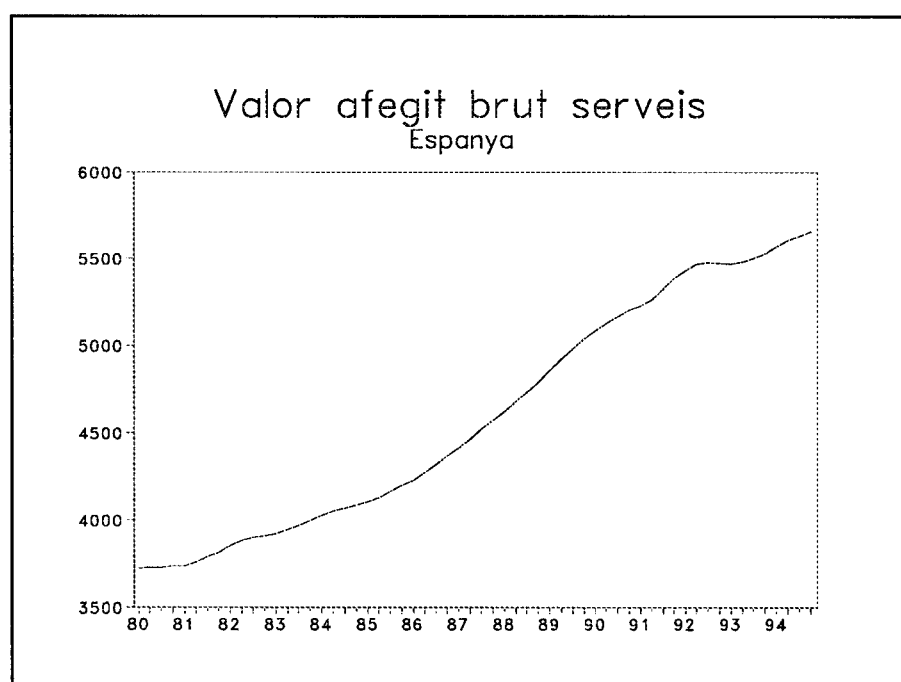
Gràfic A10.5



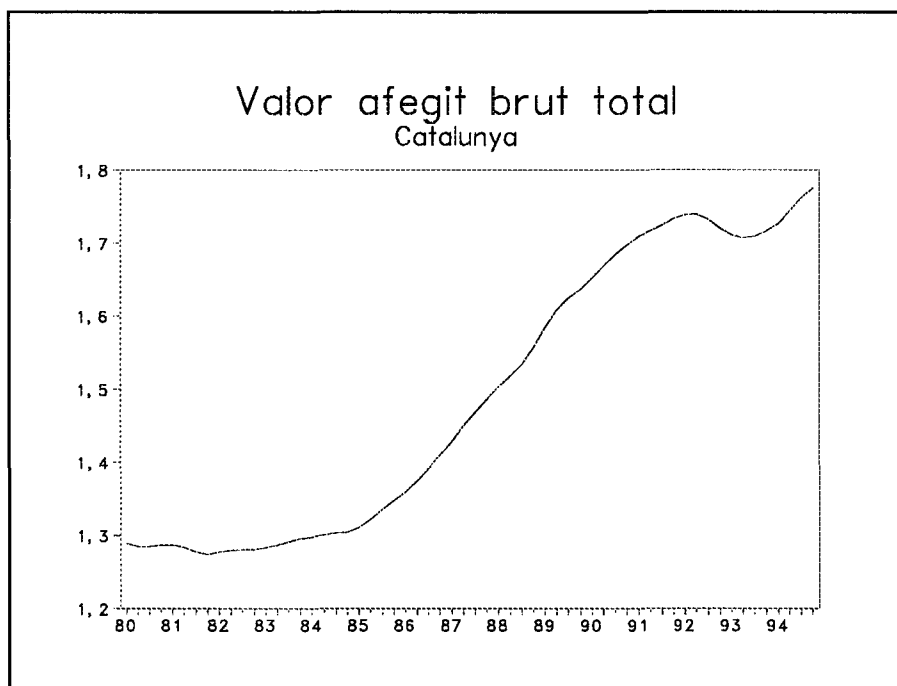
Gràfic A10.6



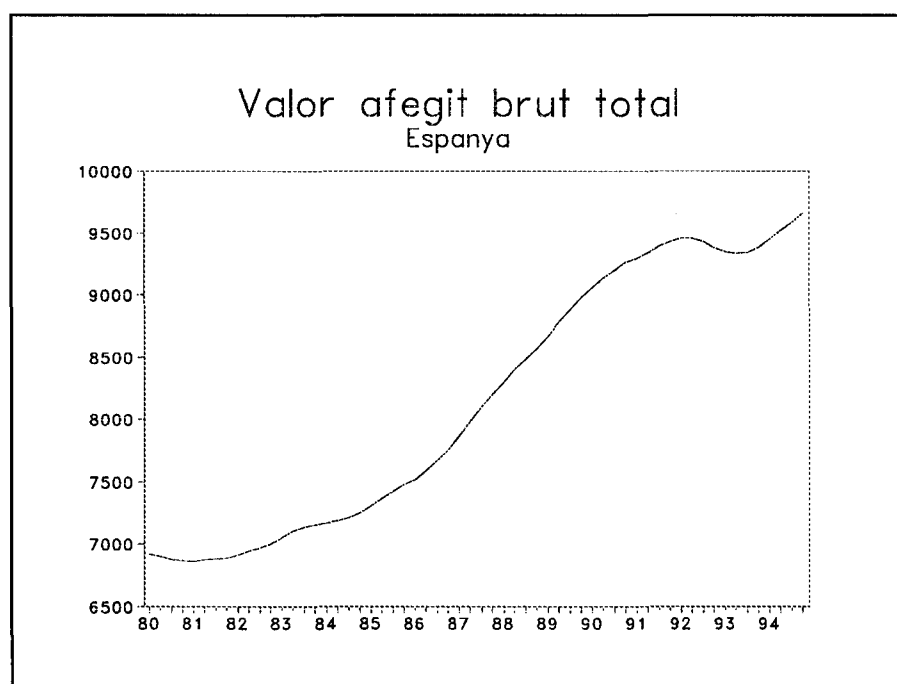
Gràfic A10.7



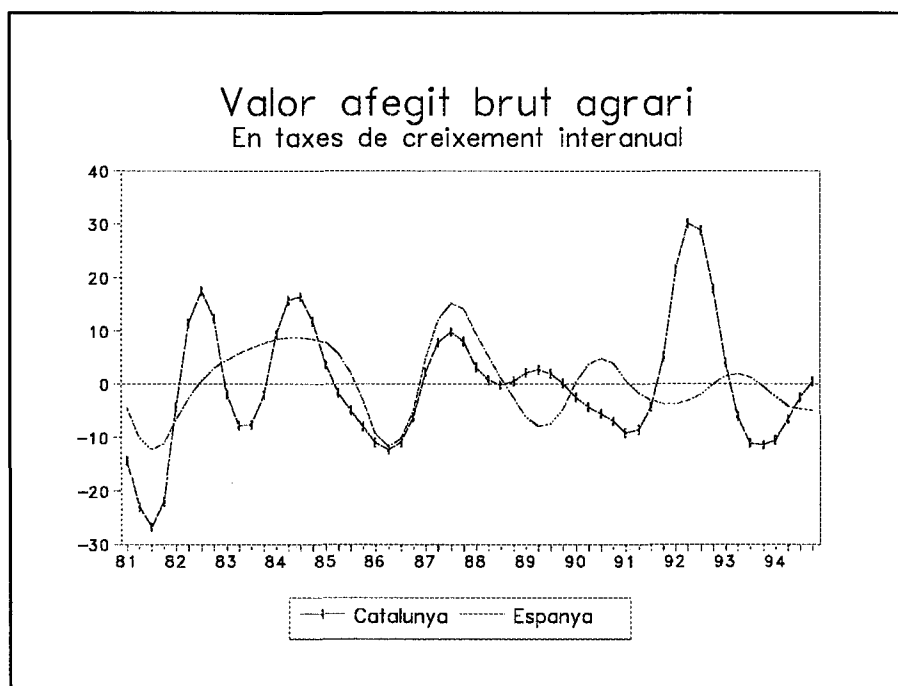
Gràfic A10.8



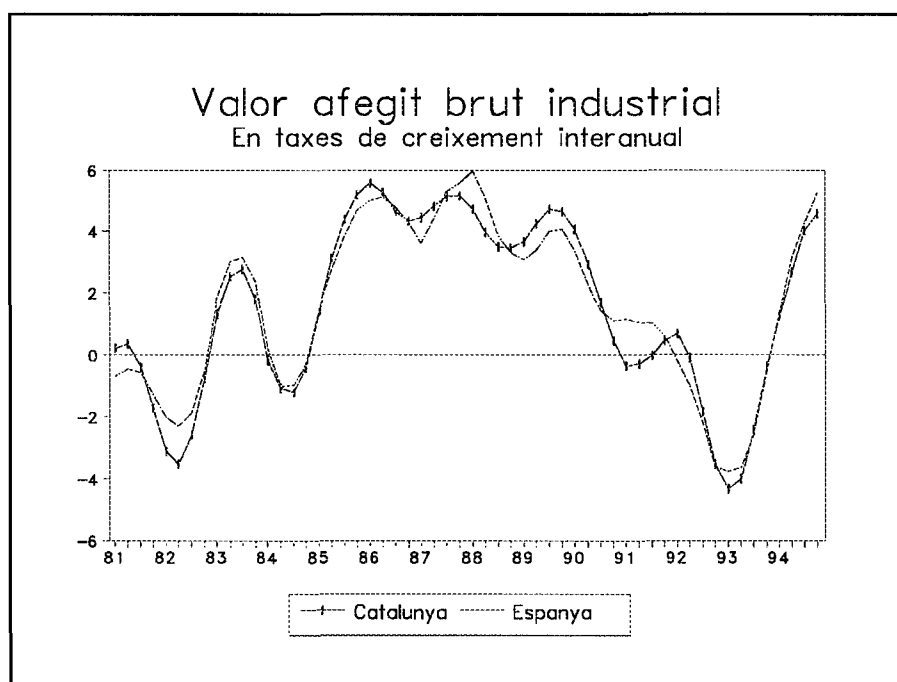
Gràfic A10.9



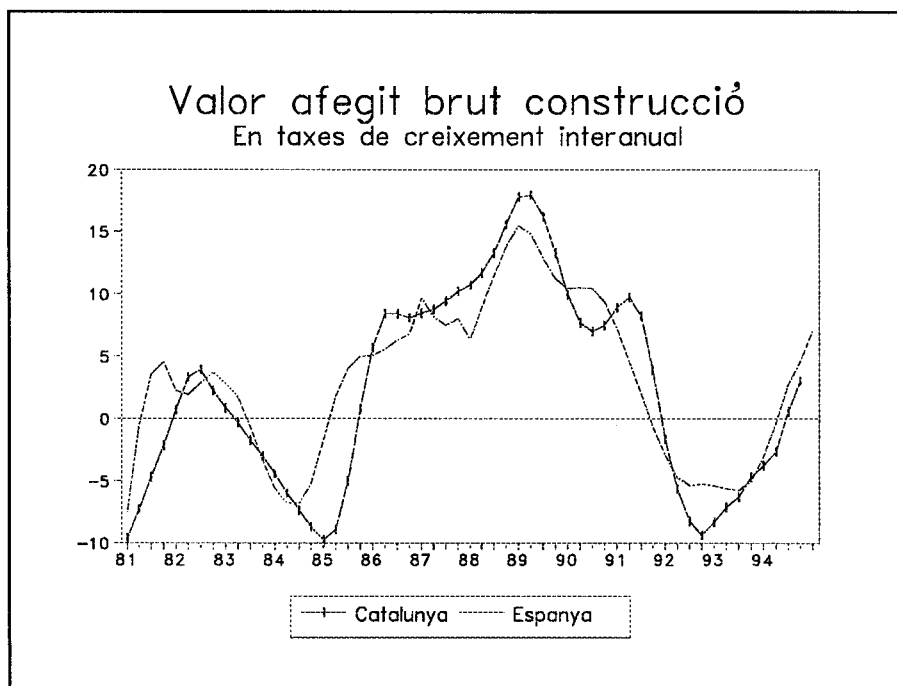
Gràfic A10.10



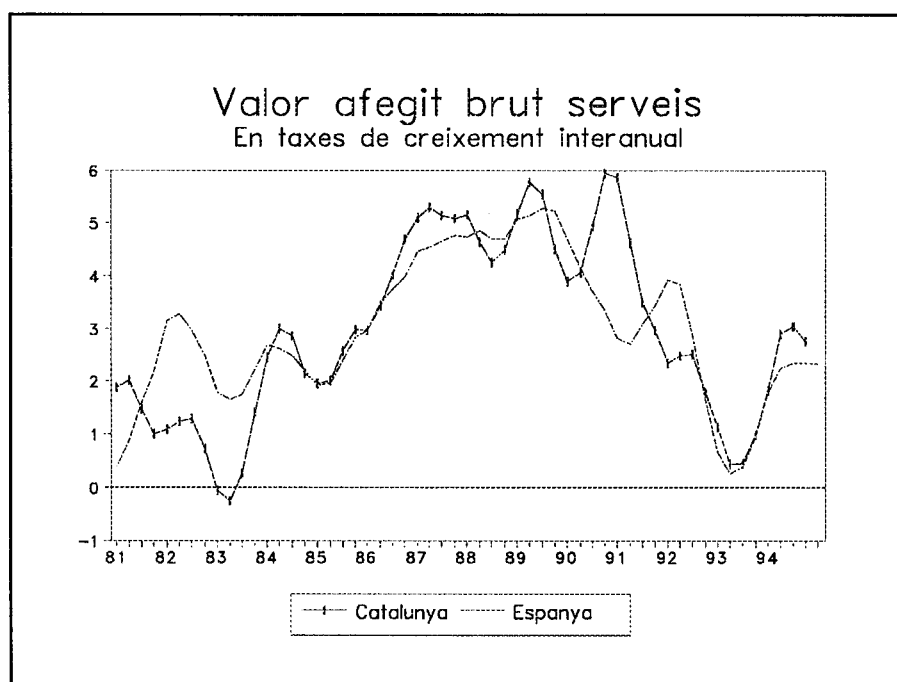
Gràfic A10.11



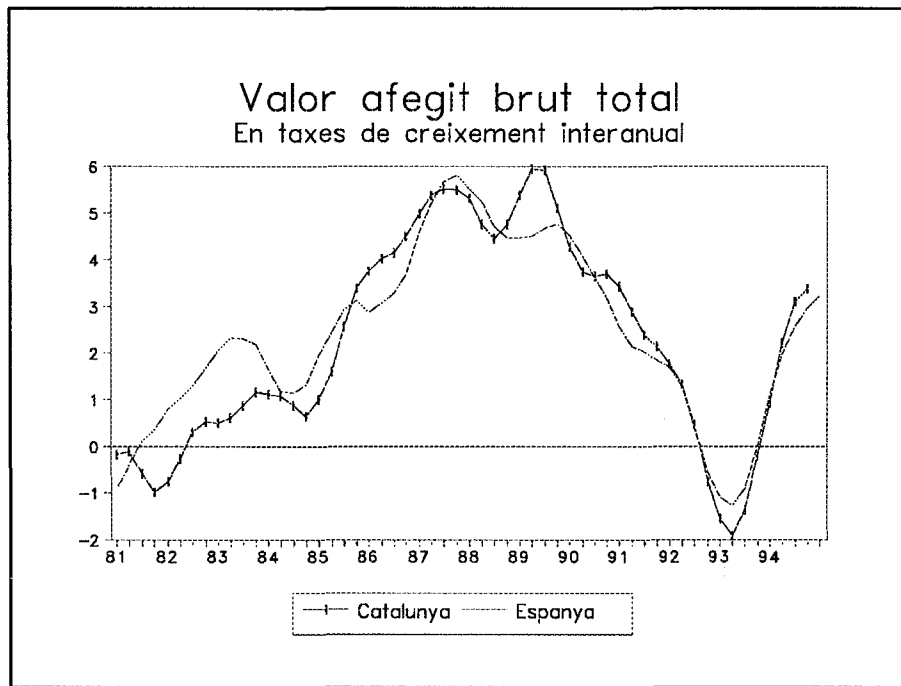
Gràfic A10.12



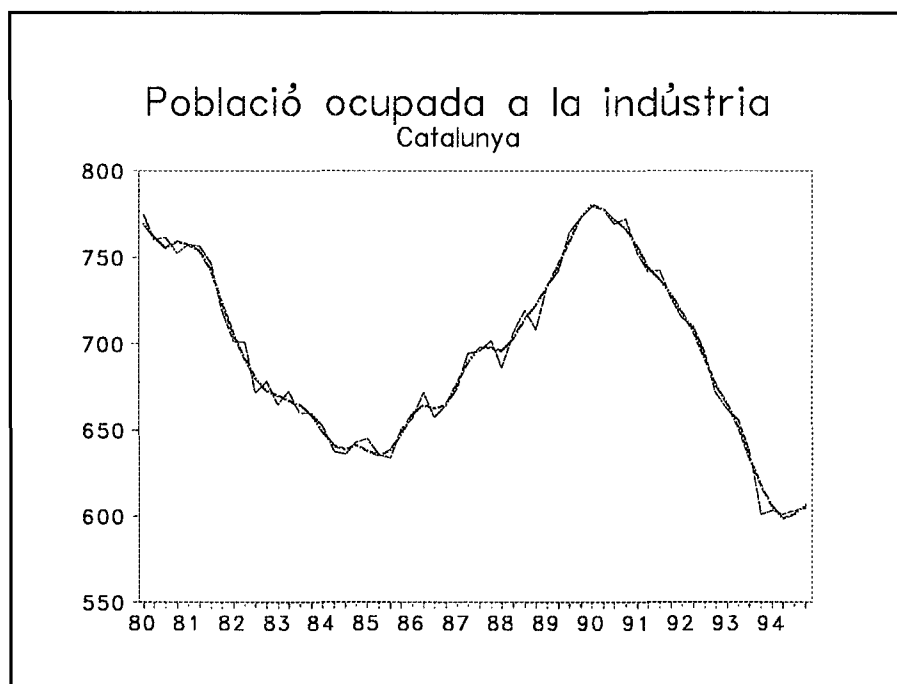
Gràfic A10.13



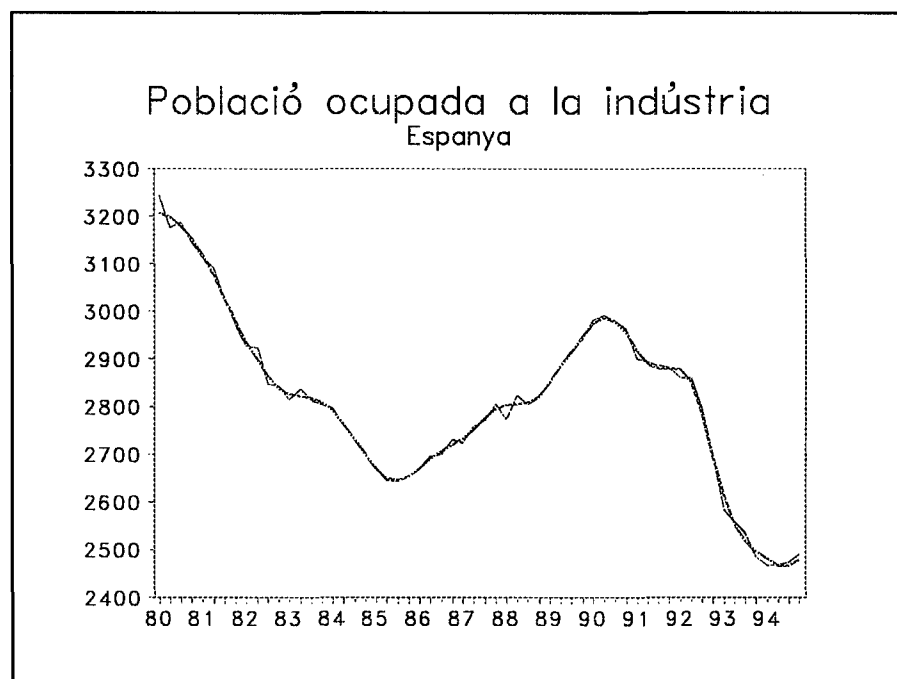
Gràfic A10.14



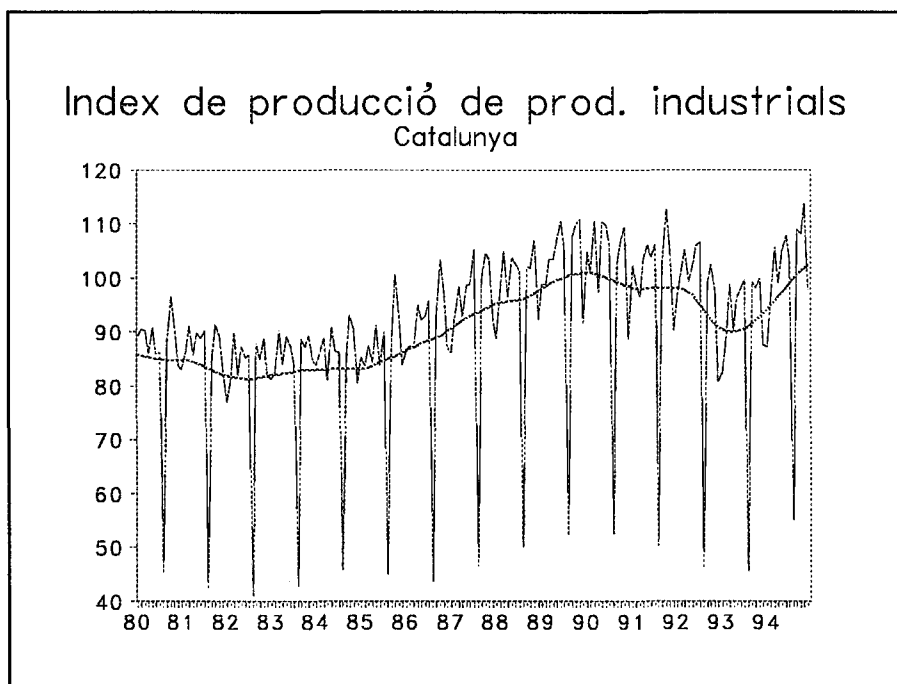
Gràfic A10.15



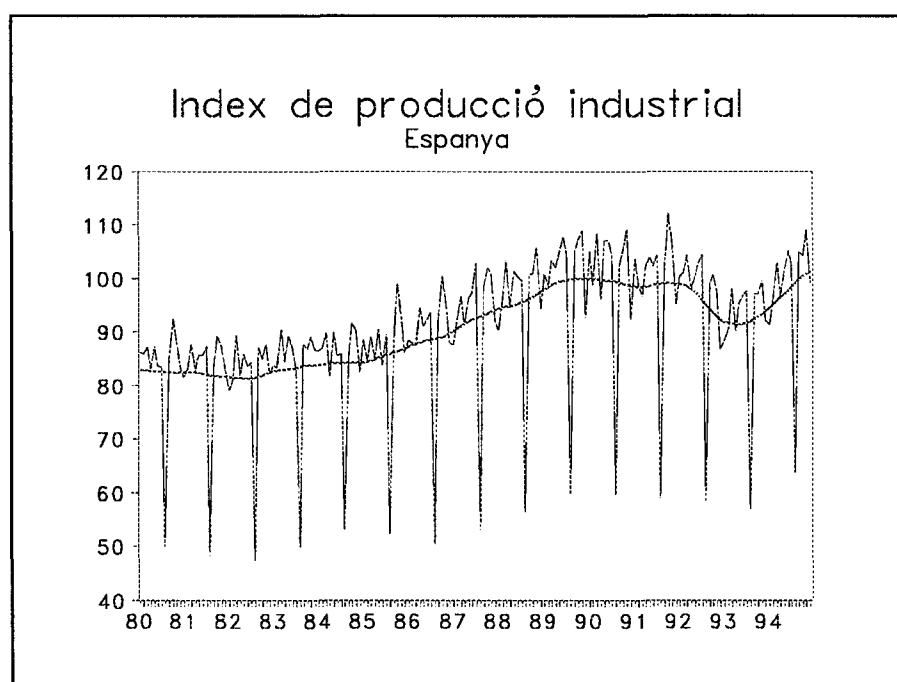
Gràfic A10.16



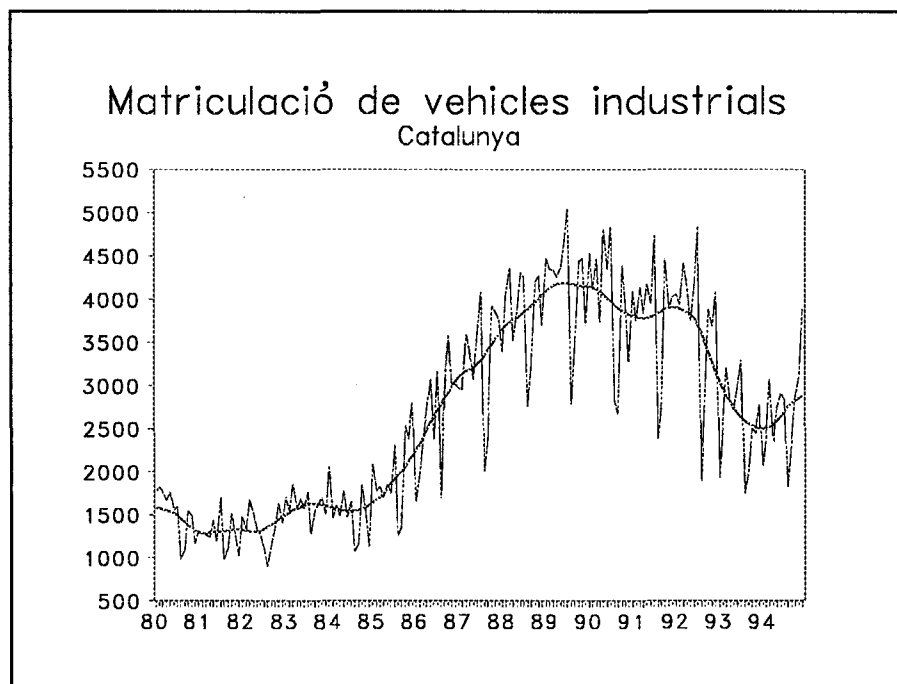
Gràfic A10.17



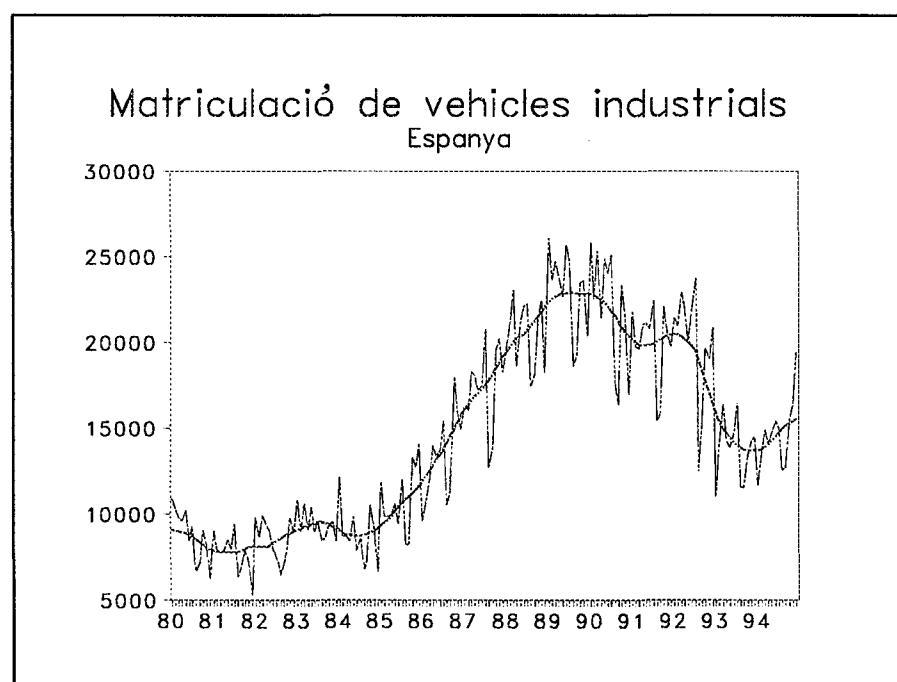
Gràfic A10.18



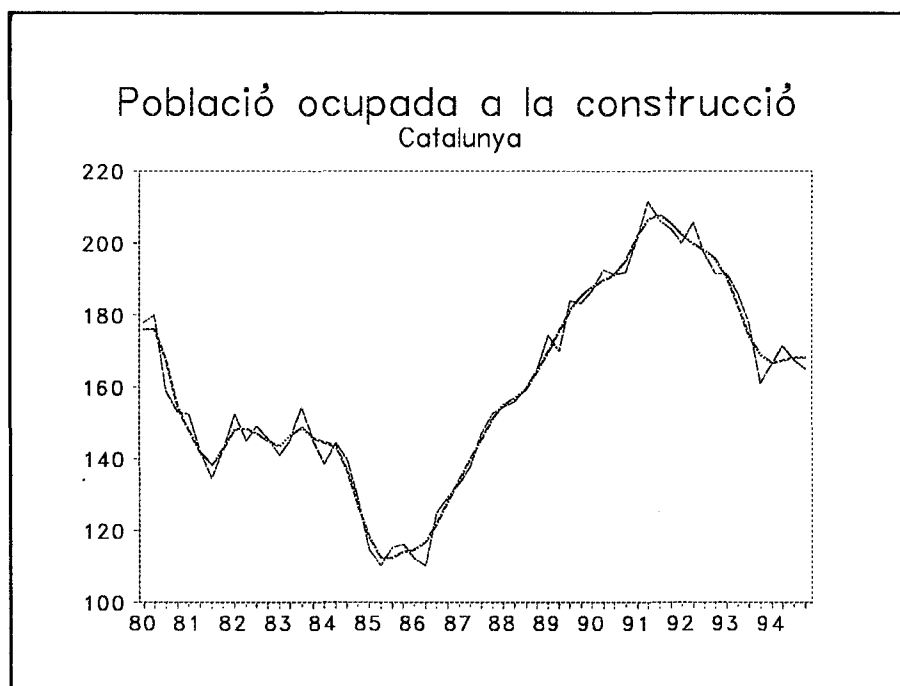
Gràfic A10.19



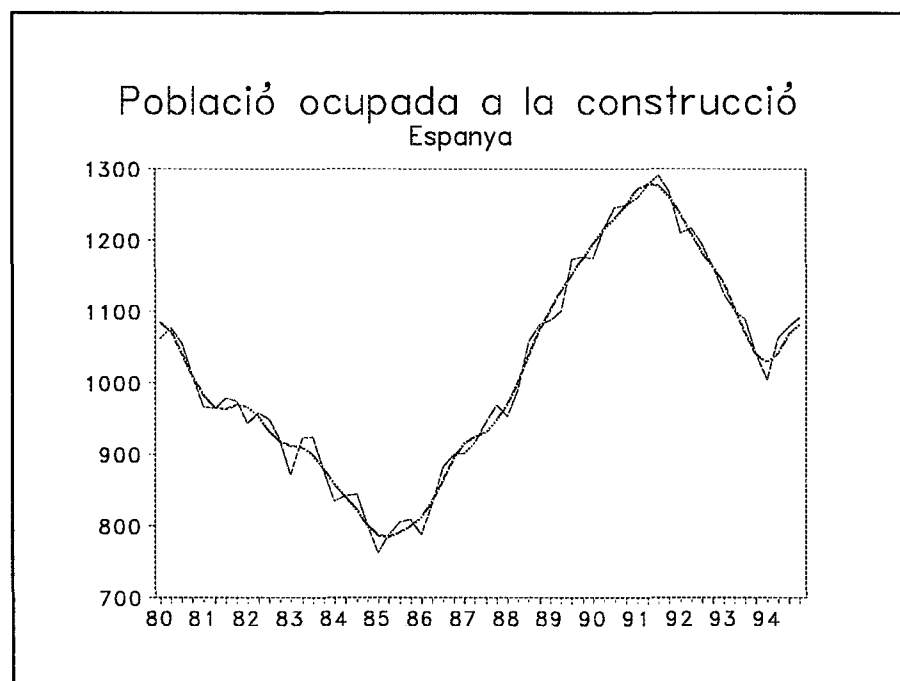
Gràfic A10.20



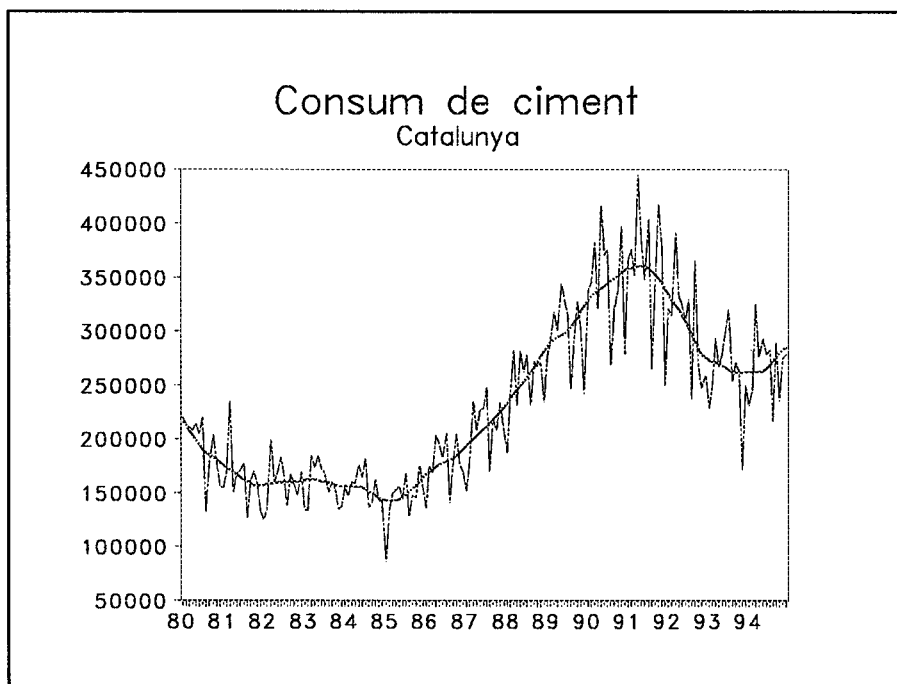
Gràfic A10.21



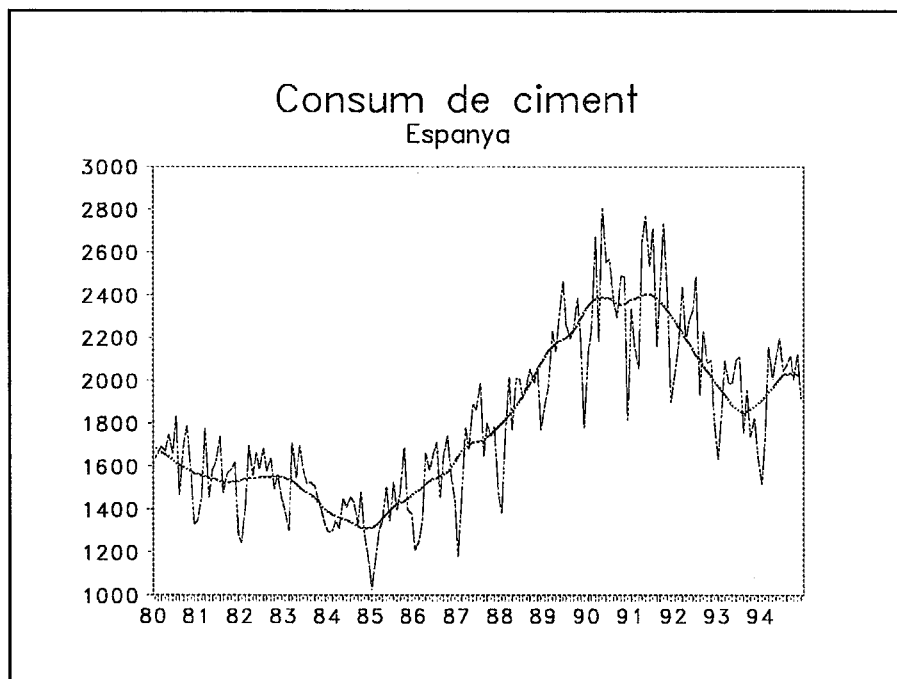
Gràfic A10.22



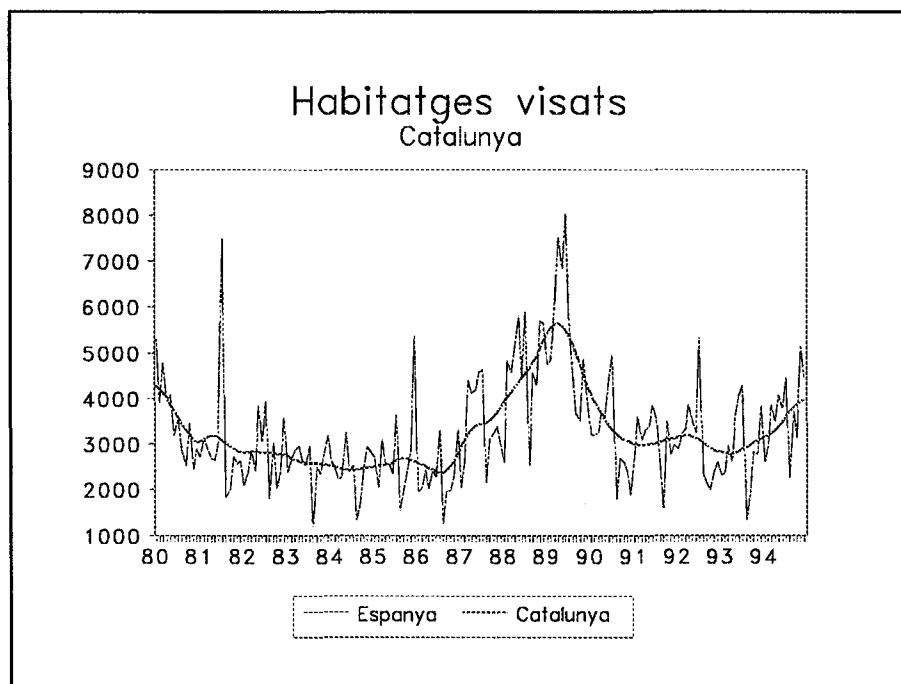
Gràfic A10.23



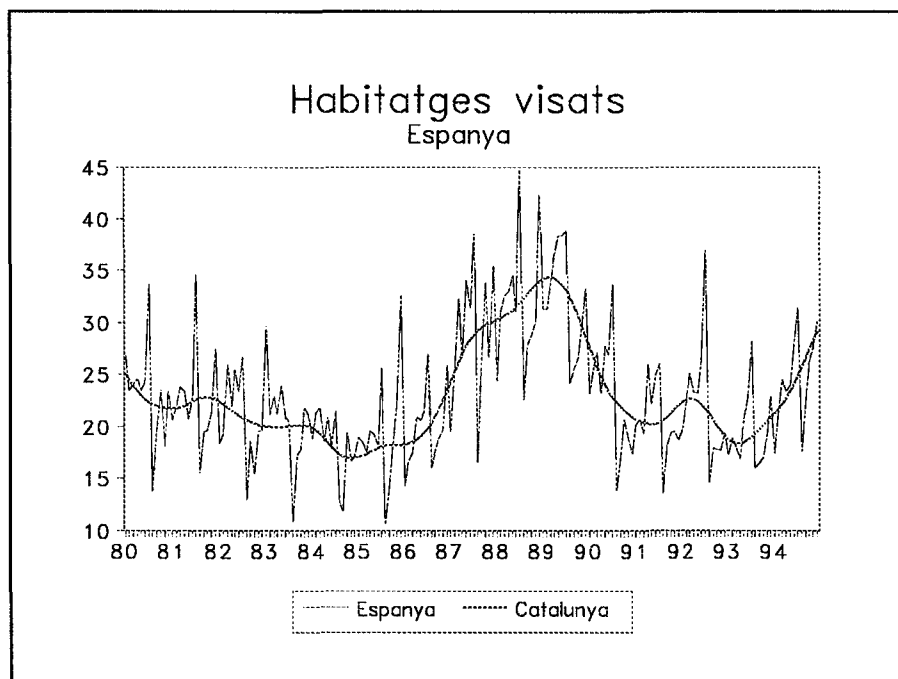
Gràfic A10.24



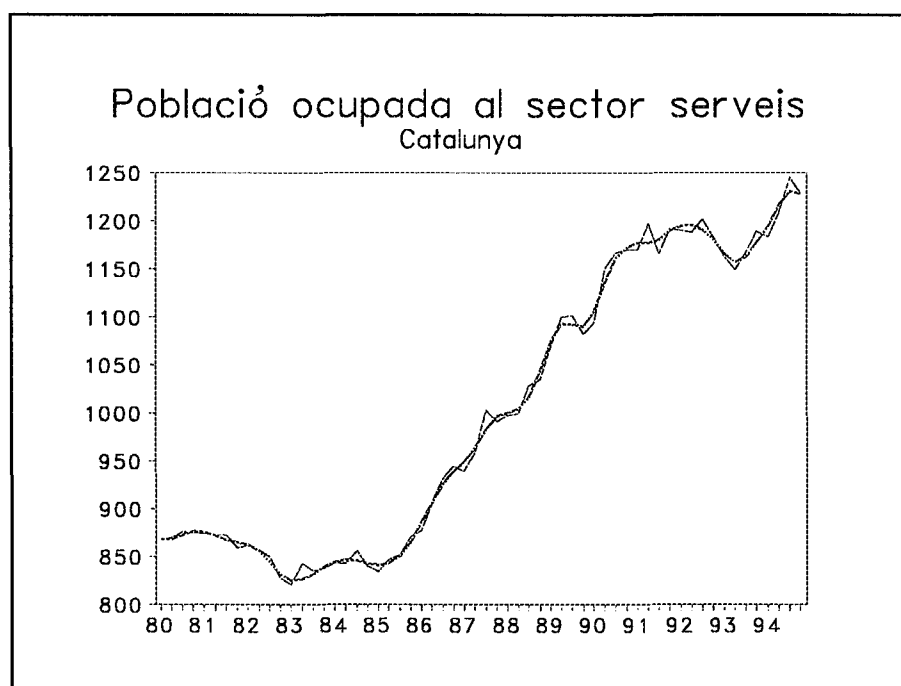
Gràfic A10.25



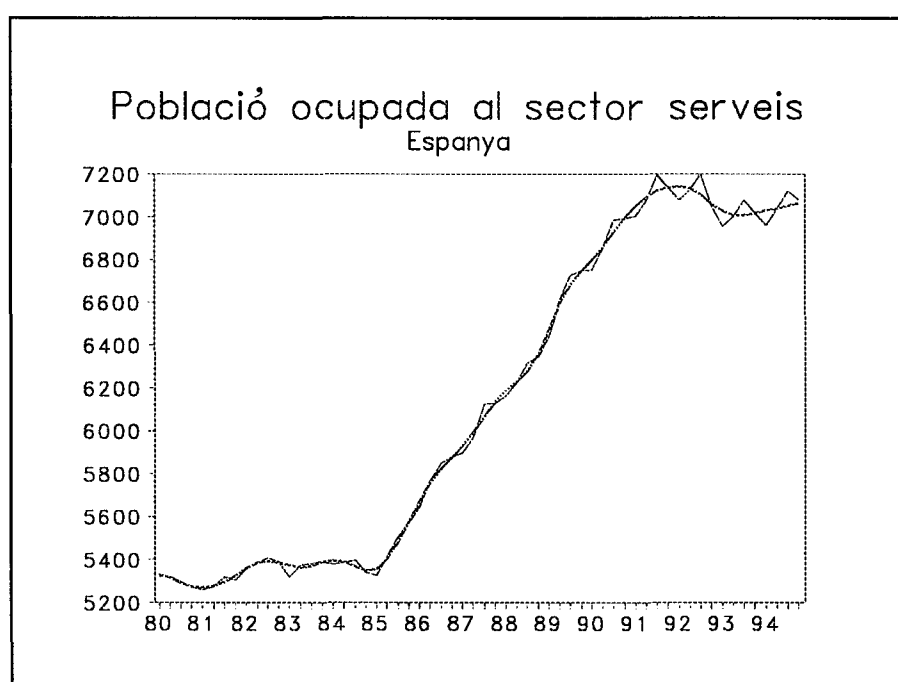
Gràfic A10.26



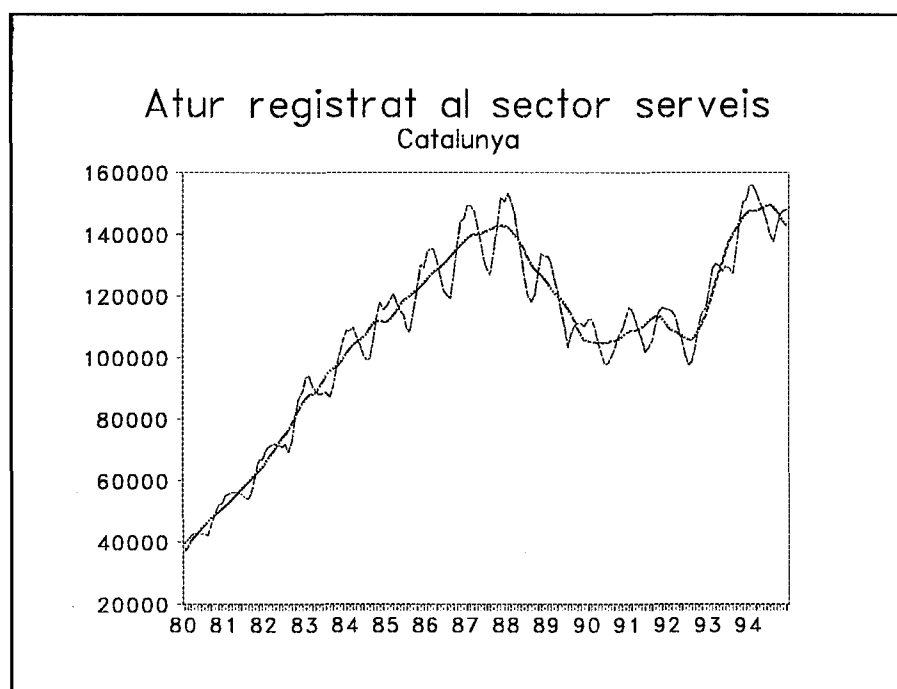
Gràfic A10.27



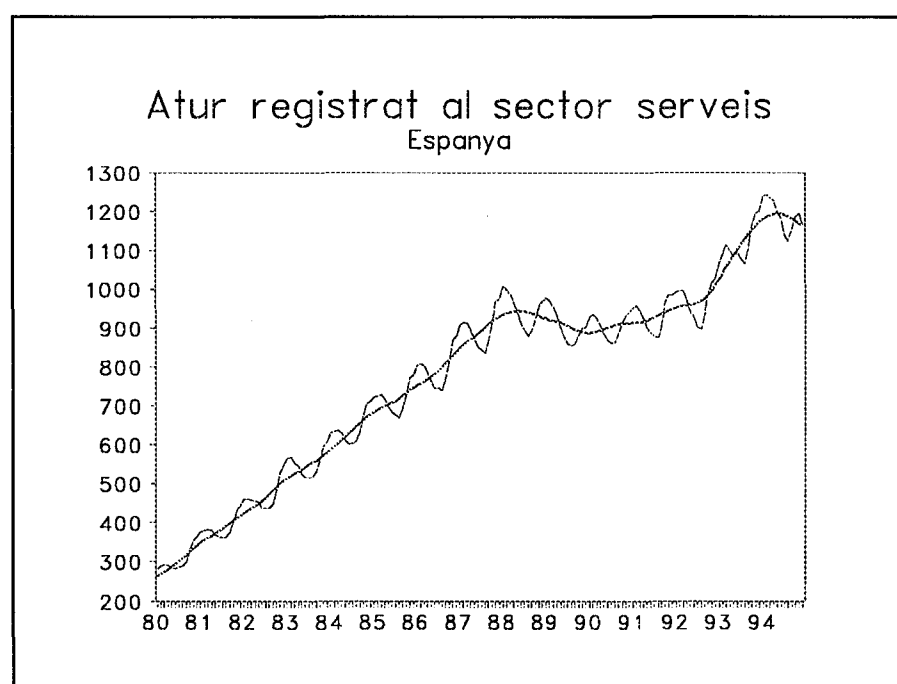
Gràfic A10.28



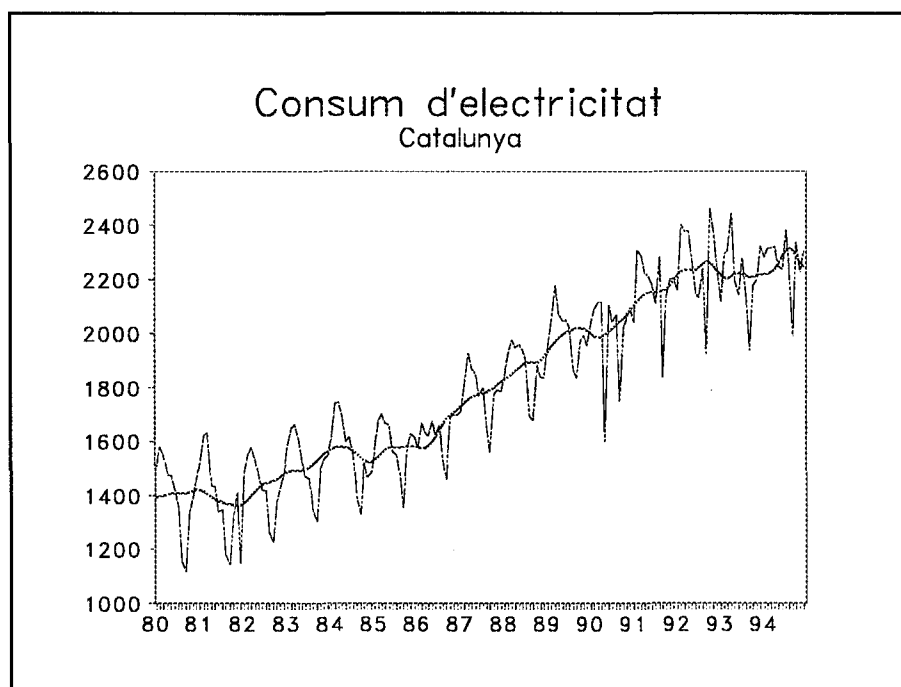
Gràfic A10.29



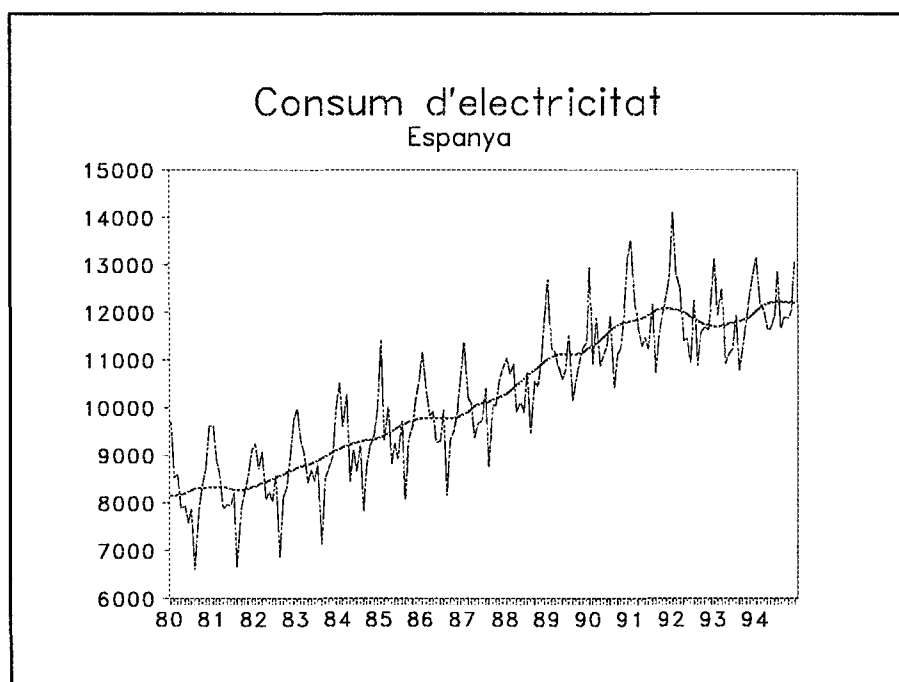
Gràfic A10.30



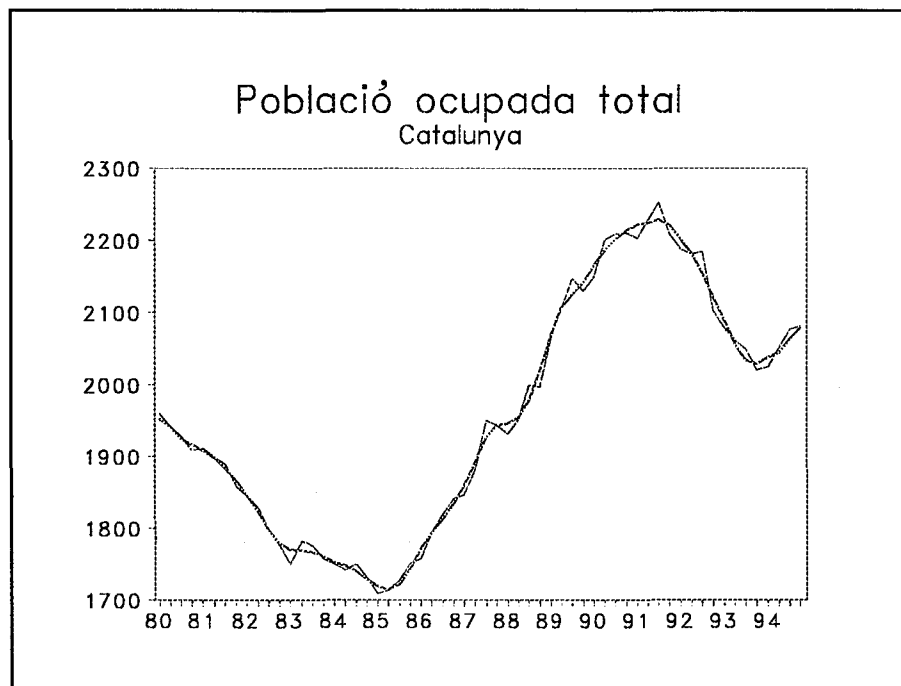
Gràfic A10.31



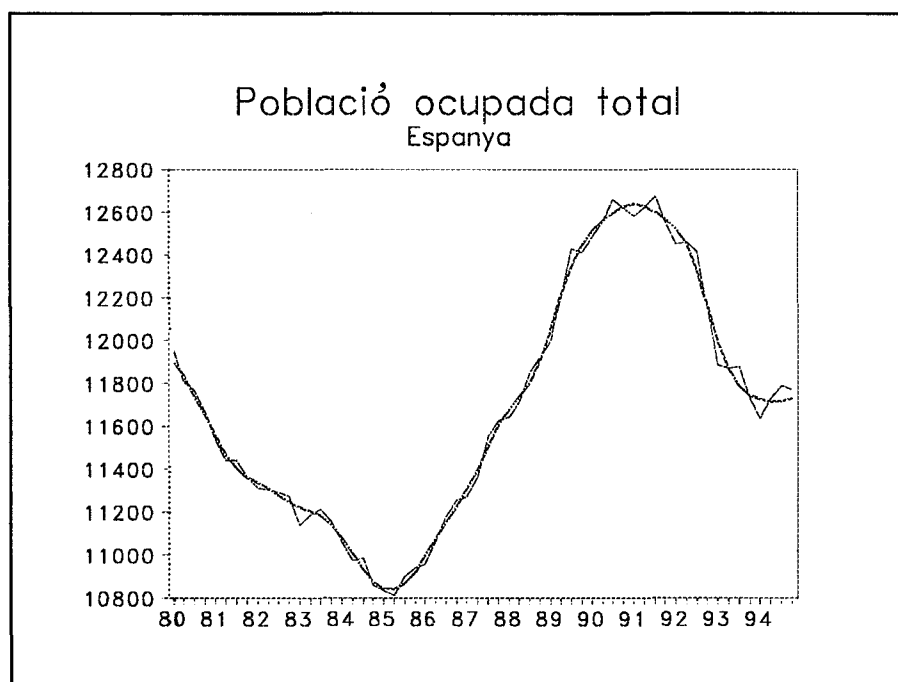
Gràfic A10.32



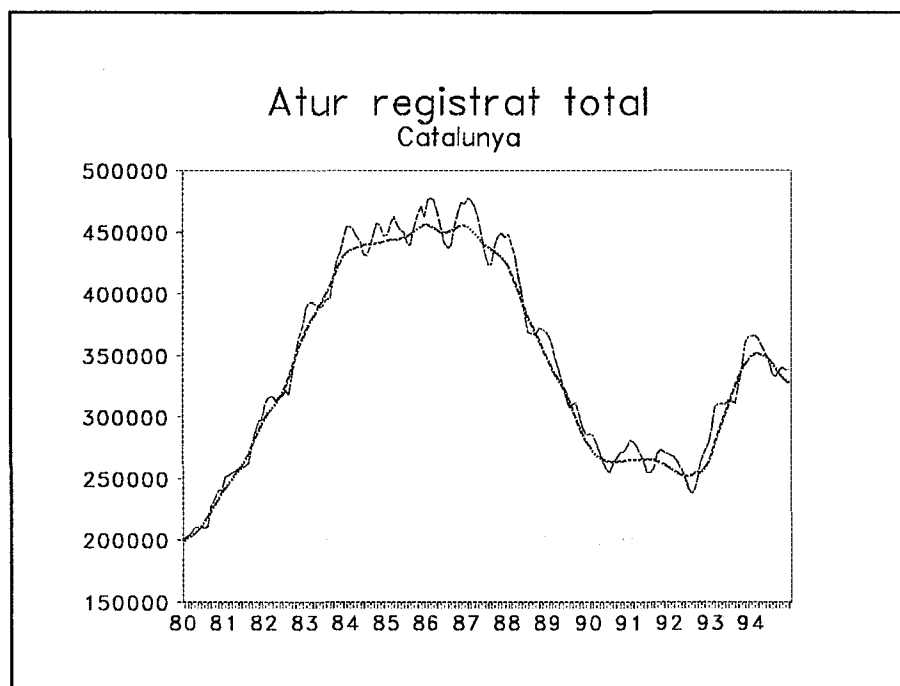
Gràfic A10.33



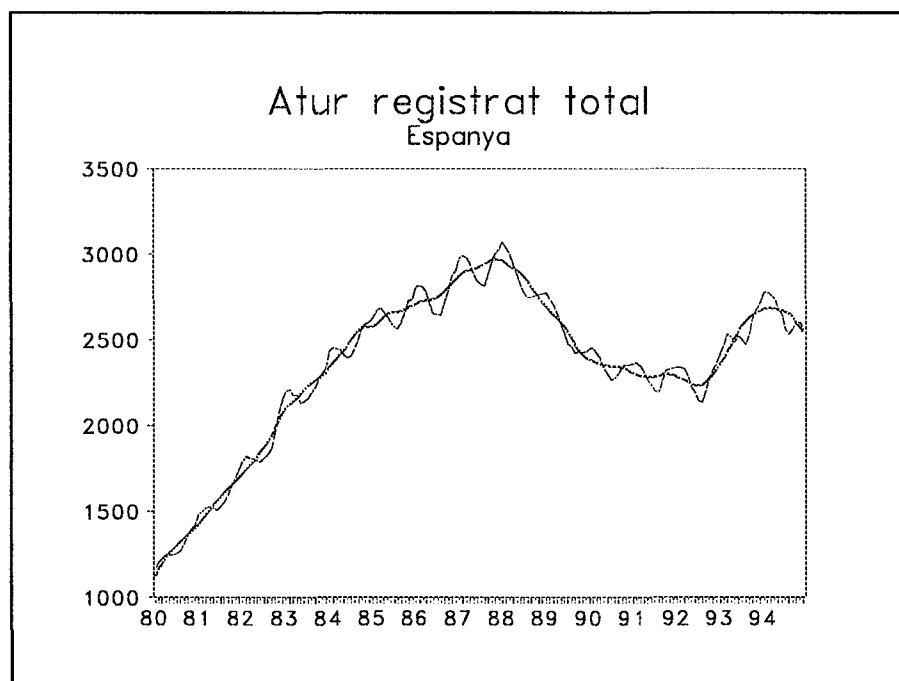
Gràfic A10.34



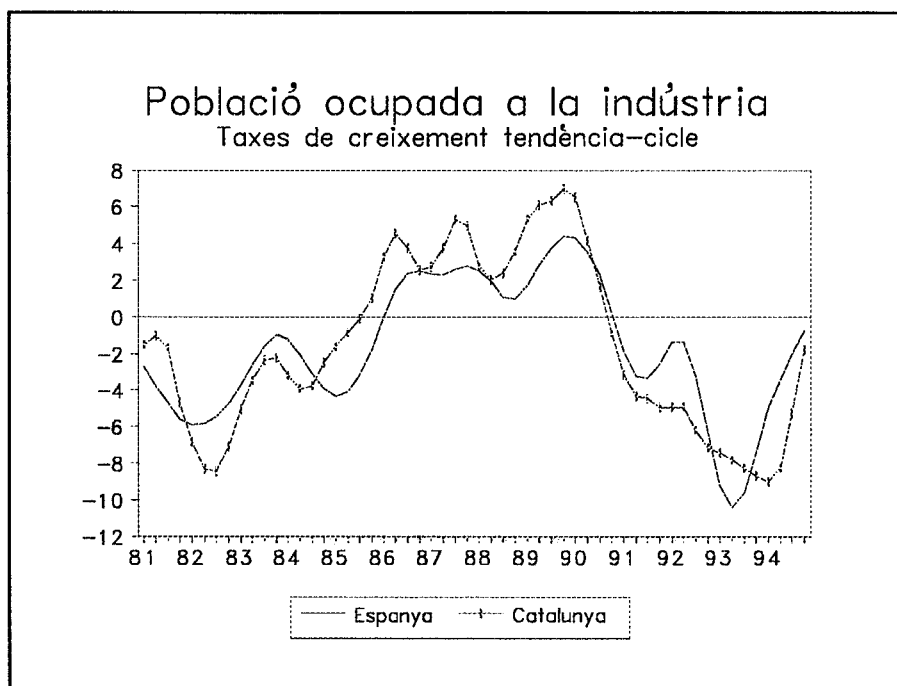
Gràfic A10.35



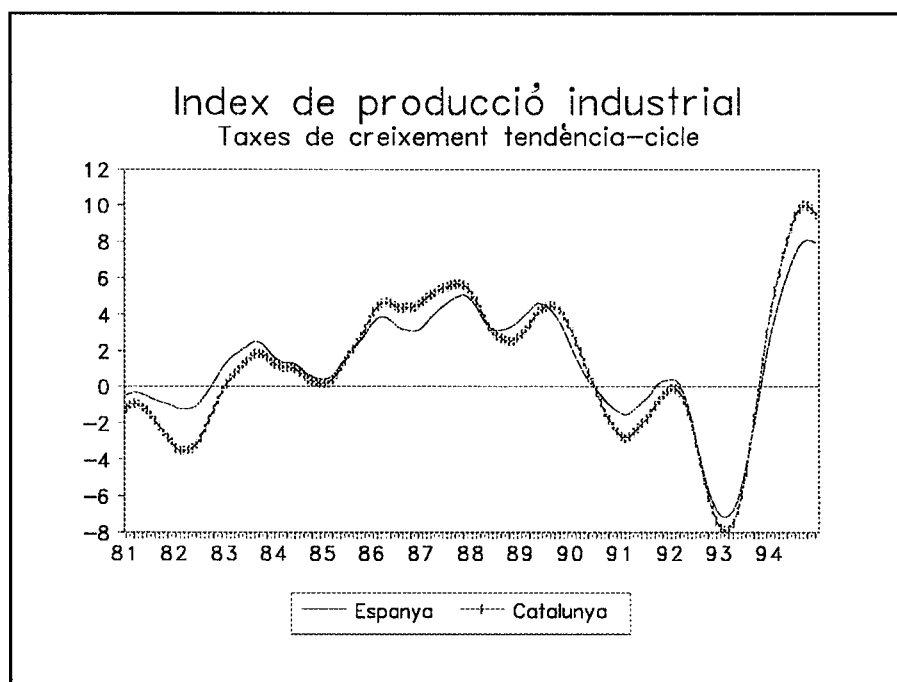
Gràfic A10.36



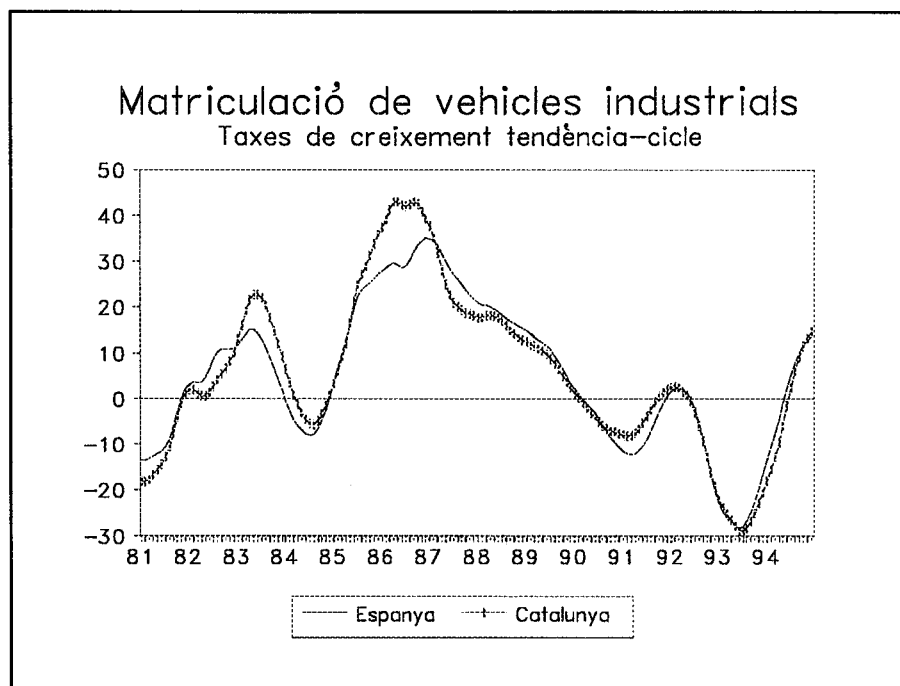
Gràfic A10.37



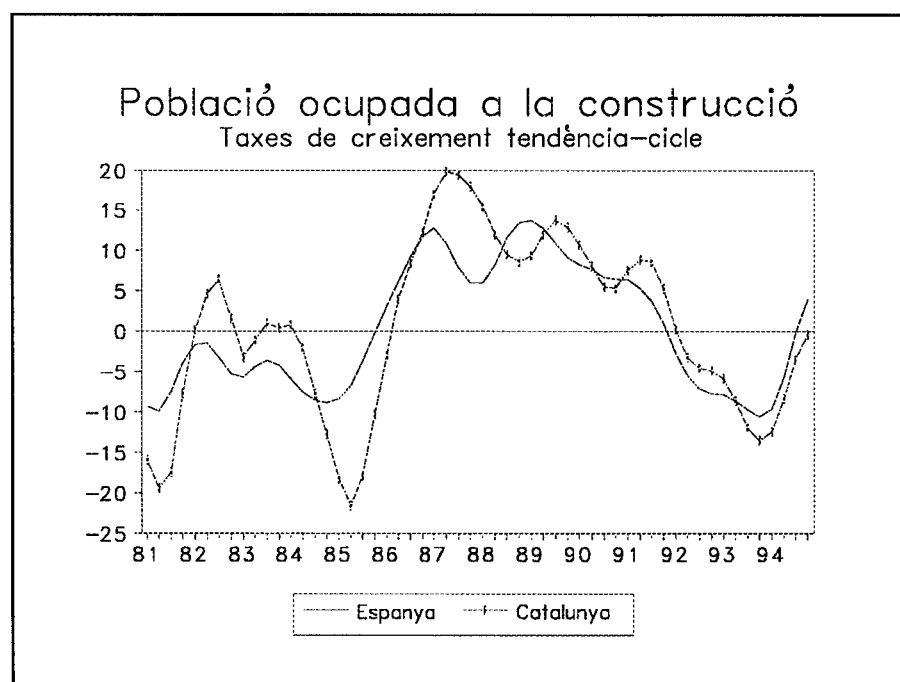
Gràfic A10.38



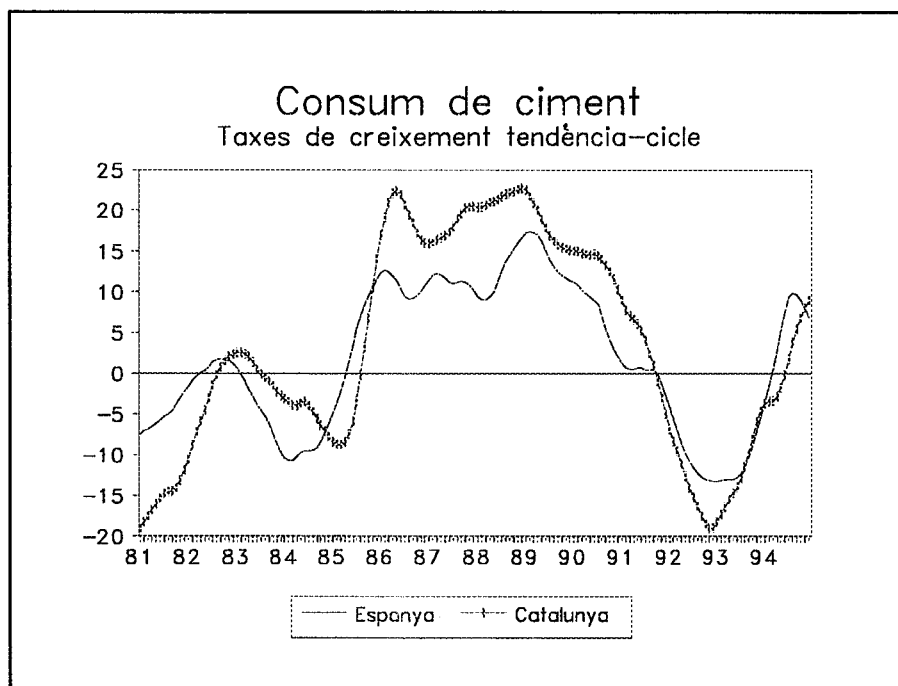
Gràfic A10.39



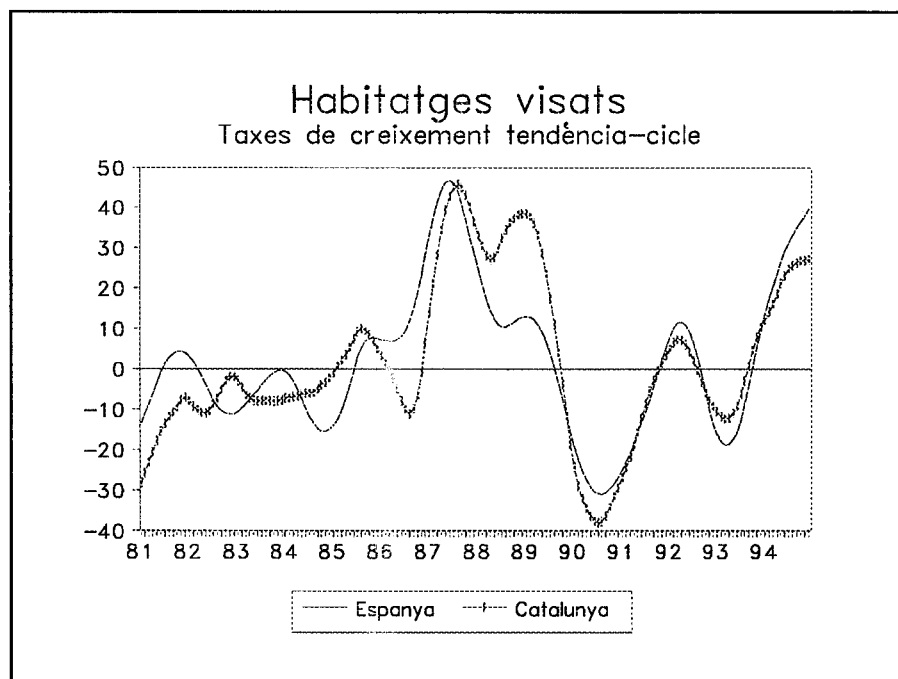
Gràfic A10.40



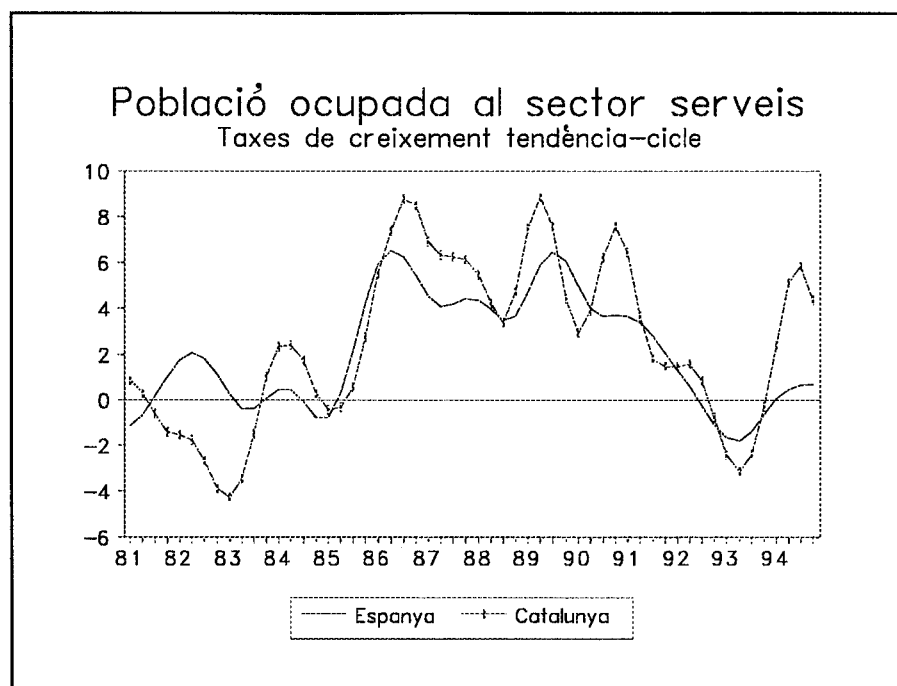
Gràfic A10.41



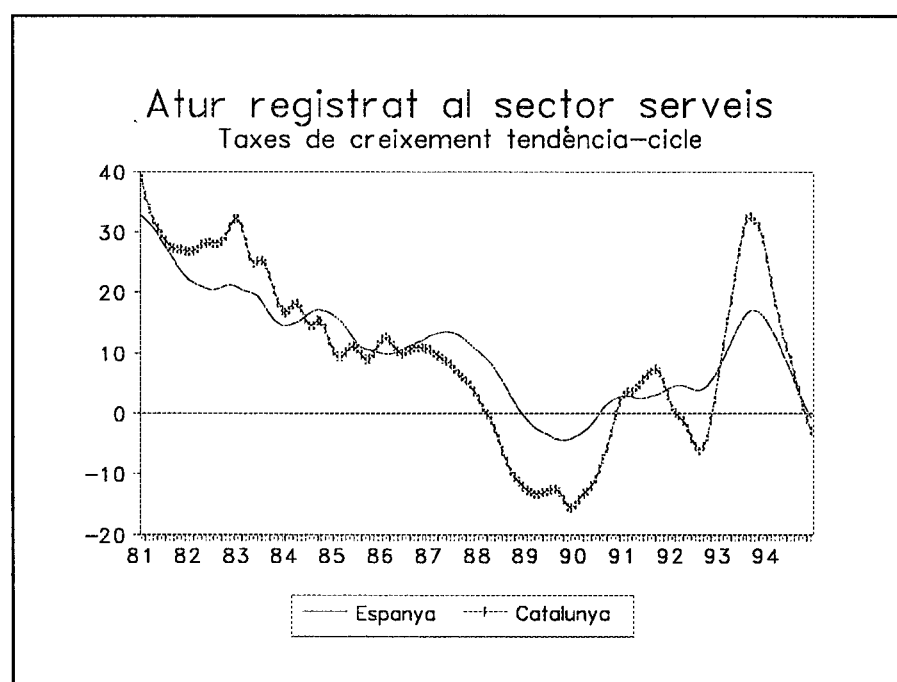
Gràfic A10.42



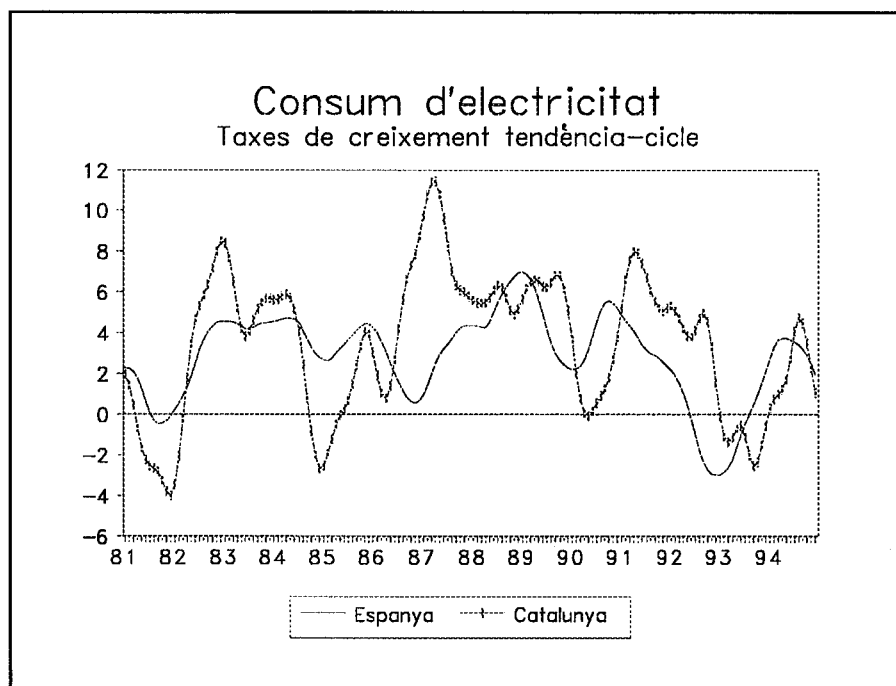
Gràfic A10.43



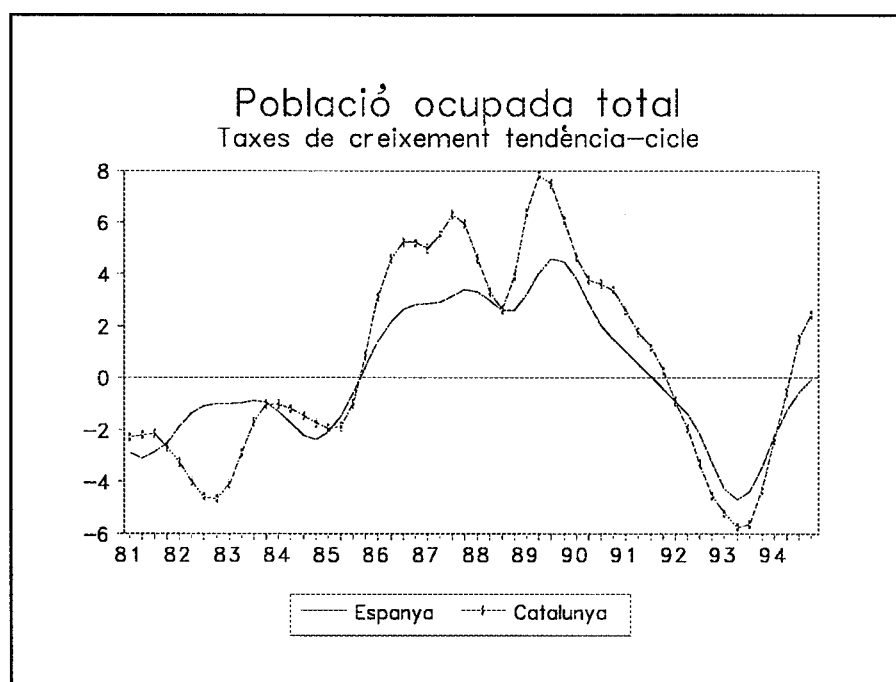
Gràfic A10.44



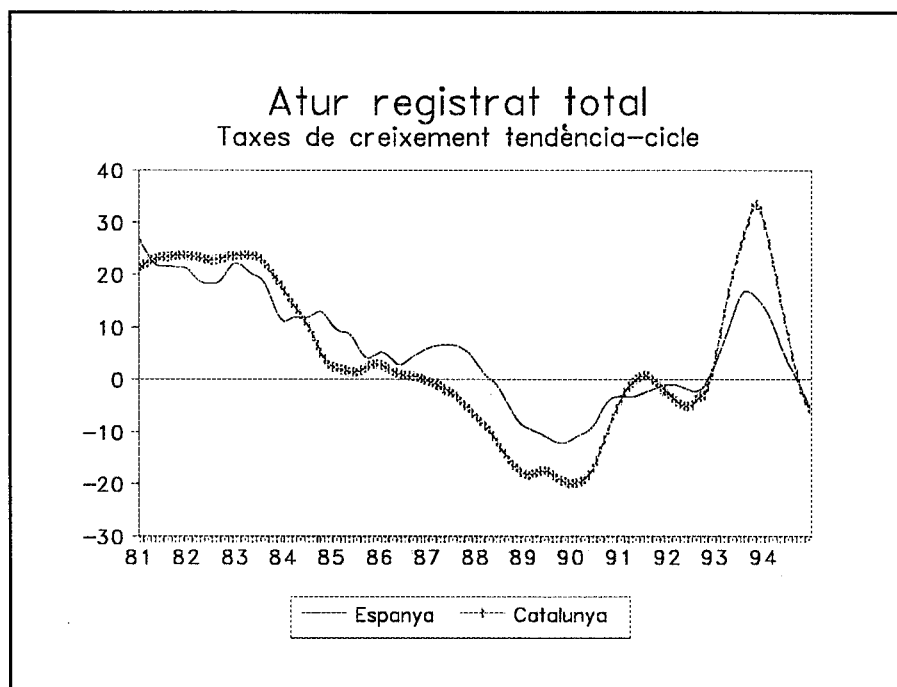
Gràfic A10.45



Gràfic A10.46



Gràfic A10.47



Gràfic A10.48

