

Qüestió

Quaderns d'Estadística
i Investigació Operativa

Any 2001, volum 25, núm. 1
Segona època

Entitats patrocinadores:

Universitat Politècnica de Catalunya
Universitat de Barcelona
Universitat de Girona
Universitat Autònoma de Barcelona
Institut d'Estadística de Catalunya

Entitat col·laboradora:

International Biometric Society



Generalitat de Catalunya
**Institut d'Estadística
de Catalunya**

Any 2001, volum 25, núm. 1

SUMARI

Editorial

Estadística

- Contribuciones al muestreo sucesivo: estimador producto multivariante 3
E. M. Artés Rodríguez
- Comportamiento de los contrastes ADF, PP y KPSS al trabajar con series ajustadas de estacionalidad 19
T. del Barrio, A. del Sur y J. Suriñach
- Concatenación temporal de modelos espaciales y su aplicación al estudio de la meningitis en España 47
J. Ferrándiz, F. Martínez y P. Sanmartín

Investigació Operativa

- El índice de poder de Banzhaf en la Unión Europea ampliada 71
E. Algaba, J. M. Bilbao, J. R. Fernández y J. J. López

Estadística Oficial

- Product expenditure patterns in the ECPF survey: an analysis using multiple group latent-variables models 93
E. Ventura and A. Satorra

Biometria

- Mesa redonda: La Estadística en la Investigación Médica 121
V. Abraira, C. Cadarso, G. Gómez, A. Martín y S. Pita

- Secció docent i problemes* 157

Comentaris de llibres

Ressenyes d'activitats institucionals

Informació per als autors i lectors



EDITORIAL

Aquest primer número del volum 25, corresponent a l'any 2001, recull la publicació de sis articles, repartits entre les quatre seccions temàtiques de la revista, així com una altra recensió a l'apartat dedicat al comentari de llibres. D'altra banda, a més de la recopilació de les novetats editorials en matèria estadística publicades per la Generalitat de Catalunya, que ja es va iniciar en el volum anterior, el lector advertirà que s'ha reprès la redifusió d'activitats del *Training for European Statisticians Institute*, una vegada superat el parèntesi reorganitzatiu que, durant l'any 2000, Eurostat va impulsar per als seus programes formatius adreçats al personal estadístic comunitari.

També des d'un punt de vista operatiu, *Qüestió* pretén refermar la seva capacitat editorial i de gestió logística mitjançant l'ampliació dels seus òrgans executius. En aquest sentit, la commemoració dels primers 25 anys-volums dels *Quaderns d'Estadística i Investigació Operativa (Qüestió)* que s'esdevé enguany coincideix amb la creació del Comitè Permanent del Consell Editor, integrat per Carles M. Cuadras, en qualitat de director executiu, i per Tomàs Aluja, Francisco Ramón Fernández, Guadalupe Gómez i Enric Ripoll com editors executius.

D'aquesta manera, la tasca desenvolupada fins ara pels dos editors executius en la selecció d'originals, la coordinació de l'avaluació dels mateixos i la composició dels números/volums es veurà significativament reforçada amb la incorporació de tres dels editors associats de *Qüestió* més reconeguts i actius en les respectives especialitats científiques, amb la intenció de millorar el màxim possible els compromisos de la revista envers la qualitat del servei als nostres lectors. Una bona mostra d'això pot il·lustrar-ho l'augment continuat de les consultes al website de l'Idescat sobre *Qüestió* en els tres primers mesos de l'any, on els accessos ja han superat les 24.000 peticions http, es a dir, més del 40% de les enregistrades en el decurs de l'any anterior (el qual va experimentar, a la vegada, un increment de consultes del 200% respecte el 1999).

Comentari de les seccions «Estadística», «Investigació Operativa», «Estadística Oficial» i «Biometria»

En aquest número del volum 25 s'hi publiquen tres articles d'Estadística, un d'Investigació Operativa, un d'Estadística Oficial i un de Biometria. Dins de la secció «Estadística», l'article *Contribuciones al muestreo sucesivo*, d'E. Artés, estudia com combinar dues fonts d'informació a fi d'estimar la mitjana d'una variable quan s'enre-

gistren canvis en la població finita. En el segon article, *Comportamiento de los contrastes ADF, PP y KPSS al trabajar con series ajustadas de estacionalidad*, de T. del Barrio, A. del Sur i J. Surriñach, s'analitza el comportament de contrastos d'arrel unitària en una sèrie temporal, partint de procediments d'extracció de senyals, obtenint una certa millora en l'ordre d'integrabilitat, provada via simulació. El tercer article, *Concatenación temporal de modelos espaciales y su aplicación al estudio de la meningitis en España*, de J. Ferrándiz, F. Martínez y P. Sanmartín, és una aplicació a l'estudi de la distribució de la meningitis que lliga els models autorregressius amb l'estadística espacial.

L'únic article a la secció «Investigació Operativa», *El índice de poder de Banzhaf en la Unión Europea Ampliada*, de E. Algaba, J.M. Bilbao, J. R. Fernández i J.J. López, aplica les funcions generatrius a la teoria de jocs amb votació ponderada a fi d'analitzar estudiar les coalicions de la Unió Europea ampliada a 27 països, on els autors proven l'equivalència entre diferents estratègies.

Pel que fa a la secció «Estadística Oficial», es presenta l'article d'E. Ventura i A. Satorra, *Product expenditures patterns in the ECPF survey: an analysis using multiple group latent-variables models*, on s'evidencia la potencialitat d'una generalització robusta del model amb variables latents per a l'anàlisi de l'heterogeneïtat de la composició de les famílies en el comportament de la despesa i els ingressos; en el marc d'una enquesta oficial basada en dades de panell com l'Enquesta Contínua de Pressupostos Familiars, els resultats obtinguts pels autors permeten aventurar una més gran utilització de l'anàlisi de grups múltiples, inclús en presència de no normalitat de les dades.

Finalment, l'article de la secció dedicada a la Biometria, *La Estadística en la Investigación Médica*, recull les ponències i les conclusions de la taula rodona moderada per G. Gómez en el marc del 4^o Congreso Galego de Estatística y Investigación de Operacions, celebrat a Santiago de Compostela, en la qual varen intervenir destacats professionals i investigadors que analitzen les característiques pròpies de l'estadística mèdica o bioestadística, el paper del bioestadístic i la seva consideració, l'ús inadequat de la bioestadística i les dificultats en la seva aplicació, la conveniència dels contactes previs amb els bioestadístics, l'autoria dels treballs publicats en aquest àmbit i molts altres aspectes interessants per aquesta especialitat.

Comentari d'altres seccions i apartats

A continuació, la «Secció docent i problemes» inclou la presentació successiva de nous enunciats i la resolució dels problemes publicats en el número 2 del volum anterior. Seguidament, la secció «Comentari de llibres» acull una detallada ressenya d'E. Bonet del llibre *Aprender de los Datos: El análisis de los componentes principales*. Una

aproximación desde el Data Mining, de Tomàs Aluja i Alain Morineau, en la qual es posa de manifest l'originalitat del fil conductor de la seva exposició sobre la pràctica de l'anàlisi de les components principals, així com l'encert en l'exposició i rendiment dels exemples que s'hi inclouen.

El darrer apartat, dedicat a «Ressenyes d'activitats institucionals», inclou, com ja és costum, una revisió actualitzada de les activitats que porta a terme la Sociedad Española de Biometría, amb l'anunci dels cursos monogràfics organitzats en col·laboració amb altres entitats. En segon lloc, tal com ja s'ha comentat al començament d'aquesta editorial, s'ofereix una nova recensió del «Training for European Statisticians Institute», que *Qüestió* redifon des del 1997, amb la relació dels cursos del *Programme 2000-2001* que s'impartiran fins el novembre d'enguany, adreçats principalment als membres dels instituts d'estadística oficial en l'àmbit comunitari. Seguidament, es reproduïx l'anunci d'una nova edició de l'«Applied Statistics Week» (Barcelona, 25-29 de juny de 2001) que organitza per setena vegada l'Institut d'Educació Contínua de la Universitat Pompeu Fabra, amb la col·laboració permanent de l'Idescat; el programa d'enguany, *Statistics in Finance*, inclou els tres cursos següents: *Statistical Methods in Consumer Credit*, *Neural Networks for Finance and Data Mining* i *Time Series Analysis and Forecasting: Tools for Managers*. Per últim, les darreres pàgines es dediquen a les novetats editorials en l'àmbit de l'estadística que ha publicat la Generalitat de Catalunya, informació que es renova puntualment en successius números de cada volum fins abastar la producció editorial de l'any en curs.

Carles M. Cuadras, director executiu

Enric Ripoll, editor executiu

Estadística

CONTRIBUCIONES AL MUESTREO SUCESIVO: ESTIMADOR PRODUCTO MULTIVARIANTE

EVA M. ARTÉS RODRÍGUEZ
Universidad de Almería*

Se considera el problema de estimar la media de una población finita para la ocasión actual, basándonos en las muestras seleccionadas en dos ocasiones. Se construye un estimador producto multivariante de doble muestreo para la parte solapada de la muestra, para el caso en que dos variables auxiliares se encuentran correlacionadas de forma negativa con la variable objeto de estudio. Se obtienen las expresiones para el estimador óptimo y su varianza. Se calcula la curva que nos proporciona la ganancia en eficiencia del estimador combinado sobre el estimador directo que no utiliza la información obtenida en la primera ocasión. Se obtienen las condiciones bajo las cuales nuestro estimador mejora en precisión al estimador combinado de producto univariante. Finalmente, se incluye un estudio empírico para analizar el buen funcionamiento del método propuesto.

Successive sampling using a multivariate product estimate

Palabras clave: Muestreo en ocasiones sucesivas, estimador producto bivariante, ganancia en eficiencia, fracción de solapamiento

Clasificación AMS (MSC 2000): 62D05

*Departamento de Estadística y Matemática Aplicada. Edificio Científico-Técnico III. 04120 Universidad de Almería. E-mail: eartes@ual.es. Telf.: 950 015172. Fax: 950 015167.

—Recibido en julio de 1999.

—Aceptado en febrero de 2001.

1. INTRODUCCIÓN

Un aspecto a destacar en el análisis de una muestra es el instante o período de tiempo al que hacen referencia los resultados muestrales. Existen dos razones fundamentales por las que ha de considerarse el factor tiempo: las características de los elementos de la población pueden modificarse a lo largo del tiempo, o bien la composición de la población puede verse modificada, debido a que nuevos individuos pueden entrar a formar parte de la misma (*nacimientos*) o dejar de hacerlo (*muertes*).

Si la composición y las características de los elementos permaneciesen inalterables, la realización de un muestreo en un instante dado sería suficiente, ya que la validez de los resultados se mantendría. En la práctica, los cambios anteriormente señalados impiden esta simplificación, y a su vez dan lugar a una serie de objetivos que pueden ser analizados mediante encuestas continuas, como son: la estimación transversal de parámetros poblacionales y de los cambios netos, estimaciones de los valores promedios de los parámetros a lo largo del tiempo, etc.

Las circunstancias de la encuesta y las características que se quieran estimar, son determinantes para elegir el tipo de diseño muestral más adecuado. Existen varias posibilidades:

1. Extraer una nueva muestra en cada ocasión (muestreo *repetido*)
2. Utilizar la misma muestra en todas las ocasiones (muestreo *panel*)
3. Realizar un reemplazamiento parcial de unidades de una ocasión a otra (muestreo en *ocasiones sucesivas*, o también llamado muestreo *rotativo* cuando los elementos tienen restringido el número de etapas en las que van a formar parte de la muestra, como es el caso de la EPA, de periodicidad trimestral, y de la mayoría de las encuestas familiares elaboradas por el INE).

Si existe una relación entre el valor de un elemento de la población en un período de tiempo, y el valor del mismo elemento en el período siguiente, entonces es posible emplear la información contenida en la muestra del período precedente, para mejorar la estimación actual del parámetro poblacional. En este sentido, para que sea posible utilizar la información muestral precedente, se debe obtener la muestra de manera que los elementos muestrales en los dos períodos sucesivos tengan algunos elementos comunes.

Algunos motivos por los que conviene utilizar el reemplazamiento parcial de unidades de la muestra son:

1. Reduce los costes, ya que utilizar una muestra completamente nueva en cada ocasión puede resultar excesivamente costoso.

2. Aumenta la precisión de los estimadores.
3. La permanencia indefinida de las mismas unidades en la muestra puede crear problemas y reducir la eficiencia de los estimadores. Por ejemplo, en las encuestas familiares de tipo *panel* se incrementan los sesgos en las estimaciones debido a la falta de colaboración de algunas familias que pertenecen al panel de hogares.

Así, el INE utiliza principalmente encuestas de muestreo *rotativo* debido a que presenta ventajas de las dos encuestas anteriores (*repetidas* y tipo *panel*).

La teoría sobre muestreo *sucesivo* desarrollada hasta el momento va dirigida a obtener el estimador óptimo combinando dos estimadores de las medias: un estimador indirecto de doble muestreo de la parte apareada de la muestra, y un estimador simple de la media de la parte no apareada.

En este contexto se ha demostrado que el estimador combinado que utiliza un estimador de razón para la parte apareada de la muestra es más preciso que el estimador usual $\bar{y}$ cuando la variable auxiliar se encuentra positivamente correlacionada con la variable objeto de estudio y , y se verifica $\rho > \frac{C_x}{2C_y}$ (Sen, Sellers y Smith, 1975). Si la correlación entre la variable auxiliar x y la variable de interés y es negativa, también se ha demostrado que el estimador óptimo que combina un estimador producto de doble muestreo para la parte apareada de la muestra y una media muestral simple de la parte no apareada, tiene menor varianza que el estimador usual $\bar{y}$ siempre que $\rho < -\frac{C_x}{2C_y}$ (Artés, Rueda y Arcos, 1998).

Con frecuencia se dispone de información, proporcionada por la encuesta en la primera ocasión, sobre varias variables auxiliares que pueden ser utilizadas para mejorar la precisión de los estimadores. En este sentido, se ha comprobado que el estimador combinado de razón multivariante mejora en precisión al estimador simple si la correlación entre las variables auxiliares y la objeto de estudio, y , es positiva y grande. Sin embargo, cuando la información complementaria se encuentra negativamente correlacionada con la variable objeto de estudio, el método de razón no resulta ser tan eficiente.

Para cubrir un amplio rango de situaciones prácticas, en este artículo se va a desarrollar la teoría en muestreo sucesivo para construir el estimador óptimo de la media en la segunda ocasión combinando un estimador producto multivariante de doble muestreo para la parte apareada de la muestra, con una media simple basada en la parte no apareada de la muestra en la segunda ocasión. Se han empleado dos variables auxiliares x_1 y x_2 , por ser el caso de más frecuente aplicación.

La teoría ha sido aplicada para proporcionar estimaciones más precisas de las variables analizadas en un estudio sobre hábitos de salud y nivel de condición física en escolares llevado a cabo en los colegios de Almería capital.

2. TEORÍA

Supongamos que las muestras son de tamaño n en ambas ocasiones, que se utiliza muestreo aleatorio simple y que el tamaño de la población, N , es suficientemente grande como para poder ignorar el factor de corrección por finitud.

Sea una muestra de tamaño n seleccionada en la primera ocasión de una población de tamaño N . Al seleccionar la segunda muestra, suponemos que $n - u = m$ de las unidades de la muestra seleccionada en la primera ocasión se retienen para la segunda ocasión (muestra apareada), y las restantes u unidades son reemplazadas por una nueva selección del universo que resulta después de omitir las m unidades. Se dispone de información acerca de dos variables auxiliares x_1 y x_2 en la primera ocasión, cuyas medias denotamos por $\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$. Sea y la variable objeto de estudio en la segunda ocasión, que suponemos está correlacionada negativamente con x_1 y x_2 .

2.1. Notación

m = tamaño muestral de aquellas unidades cuestionadas en ambas ocasiones (muestra apareada)

$u = n - m$, tamaño muestral de aquellas unidades cuestionadas sólo en la segunda ocasión (muestra no apareada)

$\bar{x}_1^m, \bar{x}_2^m(\bar{y}_m)$ = media muestral apareada en la primera (segunda) ocasión estimando $\bar{X}_1, \bar{X}_2(\bar{Y})$

$\bar{y}_u$ = media muestral no apareada en la 2ª ocasión estimando $\bar{Y}$

$$C_0 = \frac{S_y}{\bar{Y}}$$

$$C_i = \frac{S_{x_i}}{\bar{X}_i} \quad i = 1, 2$$

$$\Delta_1 = \frac{C_1}{C_0}$$

$$\Delta_2 = \frac{C_2}{C_0}$$

ρ_{01} = correlación lineal de *Pearson* entre x_1 y y

ρ_{02} = correlación lineal de *Pearson* entre x_2 y y

ρ_{12} = correlación lineal de *Pearson* entre x_1 y x_2

$p = \frac{m}{n}$, fracción del apareamiento

2.2. El Estimador producto multivariante

Las partes apareada (m unidades) y no apareada (u unidades) de la muestra en la segunda ocasión proporcionan estimadores independientes ($\bar{y}_m$ y $\bar{y}_u$) de la media poblacional en la segunda ocasión ($\bar{Y}$).

Para la parte apareada consideramos un estimador mejor, $\bar{y}'_m$, para la media poblacional, $\bar{Y}$, utilizando un estimador producto multivariante de doble muestreo dado por

$$\bar{y}'_m = \omega_1 \frac{\bar{x}_1^m}{\bar{x}_1} \bar{y}_m + \omega_2 \frac{\bar{x}_2^m}{\bar{x}_2} \bar{y}_m$$

La extensión al caso de disponer de k ($k \geq 2$) variables auxiliares negativamente correlacionadas con y es inmediata.

Si se define $W = (\omega_1, \omega_2)$, se obtiene que

$$(1) \quad V(\bar{y}'_m) = \bar{Y}^2 W D W'$$

donde la matriz $D = (d_{ij})$, siendo

$$d_{ij} = \frac{1}{m} C_0^2 + \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right) (C_i C_j \rho_{ij} + C_0 C_i \rho_{0i} + C_0 C_j \rho_{0j}) \quad i, j = 1, 2$$

y el valor de W se va a determinar en el sentido que maximice la precisión del estimador $\bar{y}'_m$.

En este sentido, según *Singh*(1967) y siguiendo el procedimiento utilizado por *Olkin*(1958) se obtiene el vector de pesos óptimos mediante la siguiente expresión

$$\hat{W} = \frac{e D^{-1}}{e D^{-1} e'}$$

donde $e = (1, 1)$ y D^{-1} es la matriz inversa de D . Sustituyendo en (1) obtenemos la varianza mínima para el estimador

$$V(\bar{y}'_m) = \bar{Y}^2 \hat{W} D \hat{W}'$$

Suponiendo que los pesos son uniformes para las variables auxiliares x_1 y x_2 (*Singh*, 1967) el vector de pesos óptimos vendrá dado por

$$\hat{W} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

Como un ejemplo de pesos uniformes se supone

$$C_i = C \quad , \quad \rho_{0i} = \rho_0$$

y

$$(2) \quad \rho_{ij} = \rho \quad (i \neq j) \quad \text{para} \quad i = 1, 2$$

que implica $\Delta_i = \Delta$, y proporciona una varianza para $\bar{y}'_m$ dada por

$$V_{min}(\bar{y}'_m) = \frac{S_y^2}{m} \left(1 + \frac{u}{n} \left(\frac{C^2}{C_0^2} \frac{1+\rho}{2} + 2\rho_0 \frac{C}{C_0} \right) \right) =$$

$$= \frac{S_y^2}{m} \left(1 + \frac{u}{n} \Delta \left(\frac{1+\rho}{2} \Delta + 2\rho_0 \right) \right)$$

Un estimador de la varianza puede ser obtenido reemplazando los parámetros poblacionales en la expresión anterior por sus correspondientes estimadores muestrales.

Puesto que el estimador directo $\bar{y}_m$ basado en las m unidades tiene varianza

$$V(\bar{y}_m) = \frac{S_y^2}{m}$$

se obtiene que $\bar{y}'_m$ es más preciso que $\bar{y}_m$ si

$$\frac{2\rho_0}{1+\rho} < -\frac{1}{2} \left(\frac{C}{C_0} \right)$$

(condición análoga a la obtenida por Singh(1967) en muestreo simple)

Así, se puede construir un estimador de la media de la población en la segunda ocasión, $\bar{Y}$, combinando los dos estimadores independientes $\bar{y}'_m$ y $\bar{y}_u$ con pesos ω y $(1 - \omega)$ respectivamente, dado por

$$\bar{y}_{2PM} = \omega \bar{y}'_m + (1 - \omega) \bar{y}_u$$

y

$$V(\bar{y}_{2PM}) = \omega^2 V(\bar{y}'_m) + (1 - \omega)^2 V(\bar{y}_u)$$

Se obtiene el mejor estimador de $\bar{Y}$ en la segunda ocasión utilizando el valor de ω que minimice $V(\bar{y}_{2PM})$

$$\omega_{opt} = \frac{V(\bar{y}_u)}{V(\bar{y}_u) + V(\bar{y}'_m)}$$

Teniendo en cuenta que

$$V(\bar{y}_u) = \frac{S_y^2}{u}$$

y sustituyendo en la expresión de la varianza se tiene que

$$V_{min}(\bar{y}_{2PM}) = \frac{V(\bar{y}'_m) V(\bar{y}_u)}{V(\bar{y}'_m) + V(\bar{y}_u)}$$

$$(3) \quad = \frac{S_y^2}{n} \frac{1 + qZ}{1 + q^2 Z}$$

donde $Z = \Delta \left(2\rho_0 + \Delta \frac{1+\rho}{2} \right)$.

Si además

$$\rho = -\rho_0 \quad \text{y} \quad C = C_0$$

obtenemos una expresión así de sencilla para la varianza

$$V_{min}(\bar{y}_{2PM}) = \frac{S_y^2}{n} \frac{1 + q \left(\frac{1-3\rho}{2} \right)}{1 + q^2 \left(\frac{1-3\rho}{2} \right)}$$

El valor óptimo de u se obtiene minimizando en (4) con respecto a la variación en u , y viene dado por

$$\left(\frac{u}{n} \right)_{opt} = \frac{\sqrt{1+Z} - 1}{Z}$$

o lo que es lo mismo, la fracción del apareamiento óptimo vale

$$p_{opt} = \frac{1 + Z - \sqrt{1+Z}}{Z}$$

3. COMPARACIÓN DE ESTIMADORES

3.1. Estimador simple y estimador combinado de producto multivariante

Si se considera el estimador usual de la media de la población en la segunda ocasión, $\bar{y}$, que es la media muestral basada sólo en las n unidades muestrales de dicha ocasión, y que no utiliza ninguna información adicional, su varianza toma la siguiente expresión

$$V(\bar{y}) = \frac{S_y^2}{n}$$

Así, podemos comparar este método de estimación clásica con aquel que emplea, en la fase de estimación, la información auxiliar disponible. Para ello, podemos obtener la ganancia en precisión, G , del estimador combinado, $\bar{y}_{2PM}$, que utiliza un estimador de producto multivariante para la parte apareada de la muestra en la segunda ocasión, sobre el estimador simple, $\bar{y}$, mediante la siguiente expresión

$$G = \frac{V(\bar{y}) - V(\bar{y}_{2PM})}{V(\bar{y}_{2PM})} = \frac{-Zp(1-p)}{1 + (1-p)Z}$$

donde $Z = \Delta \left(2\rho_0 + \Delta \frac{1+\rho}{2} \right)$.

Por definición $p \leq 1$. Si $p = 1$ (apareamiento total) ó $p = 0$ (sin apareamiento), la ganancia vale cero. Para cualquier otro valor de p ($0 < p < 1$), obtendremos una ganancia

positiva si

$$\frac{2\rho_0}{1+\rho} < -\frac{1}{2} \left(\frac{C}{C_0} \right)$$

Por tanto, se puede concluir que la ganancia en precisión del estimador combinado, $\bar{y}_{2PM}$, sobre el estimador simple, $\bar{y}$, es mayor conforme aumenta ρ_0 en valor absoluto (mayor dependencia entre las variables auxiliares x_1 y x_2 con la variable objeto de estudio y), y disminuye el valor de ρ (menor correlación entre las variables x_1 y x_2).

Si sólo se emplea una variable auxiliar x_1 en la fase de estimación, el estimador combinado que utiliza un estimador producto univariante para la muestra apareada en la segunda ocasión, viene dado por

$$\bar{y}_{2p} = \omega \frac{\bar{x}_1^m}{\bar{x}_1} \bar{y}_m + (1 - \omega) \bar{y}_u$$

y mejora en precisión al estimador clásico siempre que

$$\rho < -\frac{1}{2} \left(\frac{C}{C_0} \right)$$

(Artés, Rueda y Arcos, 1998).

3.2. Estimador combinado de producto univariante versus multivariante

Se ha estudiado también la precisión del estimador combinado de producto multivariante con aquél que utiliza un estimador producto univariante para la parte apareada de la muestra, a partir de sus varianzas. Según Artés, Rueda y Arcos (1998)

$$V_{min}(\bar{y}_{2p}) = \frac{S_y^2}{n} \frac{1 + q(2\rho_0 + 1)}{1 + q^2(2\rho_0 + 1)}$$

Sin embargo, si se utiliza la información auxiliar proporcionada por x_1 y x_2 en la primera ocasión, y se considera un estimador producto multivariante para la parte apareada de la muestra en la segunda ocasión, obtenemos una expresión para la varianza mínima del estimador combinado resultante dada por (4). En este caso, cuando los pesos son uniformes y se cumple la condición (2), obtenemos

$$V_{min}(\bar{y}_{2p}) - V_{min}(\bar{y}_{2PM}) \geq 0$$

cuando

$$\frac{1 - \rho}{2} > 0$$

(condición análoga a la obtenida por Singh(1967) en muestreo simple) es decir, el estimador combinado de producto bivalente es más preciso que el estimador que utiliza

un estimador producto univariante para la parte apareada. (Se puede generalizar a $k \geq 2$ variables auxiliares).

4. ESTUDIO EMPÍRICO

Para evaluar el buen funcionamiento del método propuesto se han utilizado los datos recogidos en una investigación sobre hábitos saludables y nivel de condición física. Dicho estudio se ha llevado a cabo sobre una población de escolares de 4^o de Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.) en los colegios de Almería capital durante los meses de abril y junio de 1998.

Se ha pretendido desarrollar un plan de muestreo que proporcione estimadores más precisos de las variables estudiadas. Dicho plan se ha basado en el principio del muestreo *sucesivo* de la misma población, y consistió en dos conjuntos de muestras aleatorias independientes: (i) una muestra de 135 escolares seleccionados, en la 1^a ocasión (Abril del 98), entre los 2681 escolares que formaban la población, y (ii) una segunda muestra de 202 escolares seleccionada, en la 2^a ocasión (Junio del 98), entre los 2546 escolares que no formaron parte de la muestra apareada.

A cada niño de la muestra se le administró un cuestionario sobre hábitos saludables, y se evaluó el nivel de condición física mediante determinados test y medidas antropométricas.

Para el propósito del presente estudio hemos considerado la estimación del *componente endomorfo* (y, una de las múltiples variables implicadas en la investigación) en la 2^a ocasión, tomando como variables auxiliares la *flexión mantenida de brazos* (x_1) y el *volumen máximo de Oxígeno* (x_2) de la 1^a ocasión. El procedimiento de estimación ha consistido en combinar los estimadores de las dos muestras independientes de escolares: $\bar{y}'_m$ y $\bar{y}_u$.

Los datos muestrales sobre el número de escolares y parámetros obtenidos en las dos ocasiones han sido los siguientes:

Primera Ocasión (abril 98): gran muestra $n = 337$

Segunda Ocasión (junio 98): muestra apareada $m = 135$, muestra no apareada $u = 202$

$$\hat{C}_0 = 0.42 \quad \hat{\rho}_{01} = -0.60$$

$$\hat{C}_1 = 0.27 \quad \hat{\rho}_{12} = 0.58$$

$$\hat{C}_2 = 0.27 \quad \hat{\rho}_{02} = -0.60$$

A partir de los datos obtenemos que

$$\hat{V}_{min}(\bar{y}_{2PM}) = 0.87 \frac{s_y^2}{n} < \frac{s_y^2}{n} = \hat{V}(\bar{y})$$

lo que supone un 14.53% de ganancia en precisión del estimador propuesto sobre el estimador usual.

Se ha calculado también la fracción del apareamiento óptimo

$$\hat{p}_{opt} = 42.73\%$$

Además, se ha comparado la mejora en precisión del estimador propuesto con otros estimadores indirectos. Los resultados se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Comparación de eficiencias entre estimadores

Estimadores	Variable Auxiliar	Varianza	Precisión sobre $\bar{y}$
1. Directo $\bar{y}$	ninguna	$\frac{s_y^2}{n}$	
2. Producto Univariante $\bar{y}_{2p}$	x_1	$0.94 \frac{s_y^2}{n}$	6.38%
3. Razón Bivalente $\bar{y}_{2RM}$	x_1 y x_2	$1.22 \frac{s_y^2}{n}$	-18.03%
4. Regresión Bivalente $\bar{y}_{2reg}$	x_1 y x_2	$0.88 \frac{s_y^2}{n}$	13.62%
5. Producto Bivalente $\bar{y}_{2PM}$	x_1 y x_2	$0.87 \frac{s_y^2}{n}$	14.53%

Como podemos observar, el método de razón no resulta eficiente cuando las variables auxiliares se encuentran negativamente correlacionadas con la variable de interés y , ya que la ganancia en precisión sobre $\bar{y}$ es negativa ($\hat{G} = -18.03\%$). Sin embargo, el estimador combinado basado en un estimador producto bivalente de la parte apareada de la muestra y una media simple de la parte no apareada, $\bar{y}_{2PM}$, es más preciso que el correspondiente estimador que utiliza un estimador de producto univariante para la muestra apareada, $\bar{y}_{2p}$, e incluso mejora en precisión a aquél que utiliza un estimador de regresión para la parte apareada, $\bar{y}_{2reg}$. En la última columna se muestra la ganancia en eficiencia (en %) alcanzada por los distintos estimadores, con respecto a $\bar{y}$.

REFERENCIAS

Artés, E., Rueda, M. y Arcos, A. (1998). «Successive Sampling using a Product Estimate», *Applied Sciences and the Environment, Computational Mechanics Publications*, 85–90.

- Casimiro, A. J. (1999). *Comparación, evolución y relación de hábitos saludables y nivel de condición física-salud en escolares, entre final de Educación Primaria (12 años) y final de Educación Secundaria Obligatoria (16 años)*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada.
- Cochran, W. G. (1977). *Sampling Techniques*, third edition, John Wiley & Sons, New York.
- Olkin, I. (1958). «Multivariate Ratio Estimation for Finite Populations», *Biometrika*, 43, 154–165.
- Rao, P. S. R. S. (1988). «Ratio and regression estimators», *Handbook of Statistics 6. Sampling*. Krishnaiah y Rao (Eds.), North Holland, Amsterdam.
- Rao, P. S. R. S. & Mudholkar, G. S. (1967). «Generalized multivariate estimators for the mean of finite populations», *Journal of the American Statistical Association*, 62, 1008–1012.
- Sen, A. R. (1972). «Successive Sampling With Two Auxiliary Variables», *Sankhyā: The Indian Journal of Statistics*, B, 371–378.
- Sen, A. R., Sellers, S. & Smith, G. E. J. (1975). «The Use of a Ratio Estimate in Successive Sampling», *Biometrics*, 31, 673–683.
- Singh, M. P. (1967). «Multivariate Product Method of Estimation for Finite Populations», *Journal of the Indian Society Agricultural Statistics*, 19 (2), 1–10.
- Tuteja, R. K. & Bahl, S. (1991). «Multivariate Product Estimators», *Calcutta Statistical Association Bulletin*, 42, 161–164.

ENGLISH SUMMARY

SUCCESSIVE SAMPLING USING A MULTIVARIATE PRODUCT ESTIMATE

EVA M. ARTÉS RODRÍGUEZ

Universidad de Almería*

The problem of estimation of a finite population mean for the current occasion based on the samples selected over two occasions has been considered. For the case when two auxiliary variables are negatively correlated with the main variable, a double-sampling multivariate product estimate from the matched portion of the sample is presented. Expressions for optimum estimator and its variance have been derived. The gain in efficiency of the combined estimate over the direct estimate using no information gathered on the first occasion is computed.

A comparison with the univariate product estimator has been made, giving the specific situations under which either of them may be efficiently used. An empirical study is also included for illustration.

Keywords: Successive sampling, bivariate product estimator, gain in efficiency, matching fraction

AMS Classification (MSC 2000): 62D05

*Departamento de Estadística y Matemática Aplicada. Edificio Científico-Técnico III. 04120 Universidad de Almería. E-mail: eartes@ual.es. Telf.: 950 015172. Fax: 950 015167.

–Received July 1999.

–Accepted February 2001.

1. INTRODUCTION

The theory on successive sampling developed so far aims to gain the optimum estimator by combining two mean estimates: a double sampling indirect estimator for the matched part of the sampling, and a simple estimator for the mean of the unmatched part. It has been shown, in this context, that the combined multivariate ratio estimator improves accuracy over the simple estimator if the relation between auxiliary variables and the principal variable, y , is positive and large. However, when the complementary information is negatively related to the study variable, the ratio method is not that efficient.

In order to cover a wide range of practical situations, this paper focuses on the development of the theory on successive sampling, aiming to build the optimum estimator of the mean at the second occasion, by using a double sampling multivariate product estimator for the matched part of the sampling, and a simple mean based on the unmatched part of the sample on the second occasion. We have used two auxiliary variables, x_1 and x_2 , as they are the most frequently applied.

The theory has been applied to provide more accurate estimations of the analysed variables over a study on schoolchildren's health habits and fitness carried out in Almeria schools.

2. DEVELOPMENT OF MULTIVARIATE PRODUCT METHOD OF ESTIMATING THE MEAN ON THE SECOND OCCASION

2.1. Selection of the sample

Suppose that the samples are of size n on both occasions, we use a simple random sampling and the size of the population N is sufficiently great for the factor of correction be ignored.

Let a simple random sample of size n be selected on the first occasion from a universe of size N . When selecting the second sample, we assume that $n - u = m$ of the units of the selected sample on the first occasion are retained for the second occasion (matched sample) and the remaining u units are replaced by a new selection from the universe $N - m$ left after omitting the m units.

Information about both auxiliary variables x_1 and x_2 is available for the first occasion, whose means are denoted $\bar{x}_1$ and $\bar{x}_2$, respectively. Let y be the variable under study on the second occasion, and we suppose that is negatively correlated with x_1 and x_2 .

2.2. The multivariate product method of estimation

We construct the optimum estimate of the mean of the population on the second occasion, $\bar{Y}$, by combining two independent estimates: a double sampling multivariate product estimate for the matched portion, $\bar{y}'_m$ and a simple estimate for the unmatched portion, $\bar{y}_u$, with weights ω and $(1 - \omega)$ respectively. Thus

$$\bar{y}_{2PM} = \omega \bar{y}'_m + (1 - \omega) \bar{y}_u$$

with variance

$$(4) \quad V_{min}(\bar{y}_{2PM}) = \frac{S_y^2}{n} \frac{1 + qZ}{1 + q^2Z}$$

where $Z = \Delta \left(2\rho_0 + \Delta \frac{1+p}{2} \right)$.

The optimum matching fraction is given by

$$p_{opt} = \frac{1 + Z - \sqrt{1 + Z}}{Z}$$

3. COMPARISON OF ESTIMATORS

We have computed the gain in precision G of the combined multivariate product estimate $\bar{y}_{2PM}$, over the direct estimate $\bar{y}$, which is based exclusively on the n sampling units for the second occasion.

$$G = \frac{V(\bar{y}) - V(\bar{y}_{2PM})}{V(\bar{y}_{2PM})} = \frac{-Zp(1-p)}{1 + (1-p)Z}$$

where $Z = \Delta \left(2\rho_0 + \Delta \frac{1+p}{2} \right)$.

And we conclude that the gain in precision of the combined estimate, $\bar{y}_{2PM}$, over the direct estimate, $\bar{y}$, increase with increasing the dependence between the auxiliary variables x_1 and x_2 with the variable under study y , and decreasing the correlation between x_1 and x_2 .

Also, we have compared the precision of the combined estimator of univariate product versus multivariate. So, if the provided auxiliary information by x_1 and x_2 is utilized on the first occasion, and a double sampling multivariate product estimate from the matched portion of the sample on the second occasion is considered, we obtain more precision than by using an univariate product estimate from the matched portion.

4. EMPIRICAL STUDY

We have used the data collected in a survey on healthy habits and fitness level to assess the optimal operation of the proposed method. This study was carried out over a population of fourteen-year-old schoolchildren in Almeria schools during April and June, 1998. We have intended to develop a sampling scheme that provides us with more accurate estimators of the studied variables. That scheme has been based on the successive sampling principle over the same population, and consisted of two sets of independent random samples: *i*) a selected sample of 135 schoolchildren, at the first occasion (April'98), among the 2681 schoolchildren conforming the population and *ii*) a second sample selected among 202 schoolchildren, at the second occasion (June'98), among the 2546 schoolchildren who did not enter the matched sample.

Every child in the sample was given a questionnaire concerning healthy habits, and the fitness level was assessed by means of some tests and anthropometric measures.

In order to achieve the targets of the study, we have considered the estimation of the endomorphic component ($\bar{y}$, one of the multiple variables which affect the survey) at the second occasion, taking as auxiliary variables the arm maintained flexion ($\bar{x}_1$) and the maximum volume of oxygen ($\bar{x}_2$) from the first occasion. The estimation procedure was performed by combining the estimators for the two independent samples of schoolchildren: $\bar{y}'_m$ and $\bar{y}'_u$.

From the sampling data we have obtained a gain in precision of 14.53% of the proposed estimator over the usual estimator. Also, we have calculated the optimum matching fraction $p_{opt} = 42.73\%$. Moreover, we have compared the accuracy of the proposed estimator with other indirect estimators: The ratio method is not efficient when the auxiliary variables are negatively correlated to the principal variable y , as the gain in accuracy over $\bar{y}$ is negative ($G = -18.03\%$); however, the combined estimator based upon a bivariate product estimator for the matched part of the sample $\bar{y}_{2PM}$, is more accurate than the correspondent estimator which makes use of a univariate product estimator for the matched sample $\bar{y}_{2p}$, and it even improves the accuracy of the one which makes use of regression estimator for the matched part, $\bar{y}_{2reg}$. Finally we obtained the efficiency gained from the different estimators, regarding $\bar{y}$.

COMPORTAMIENTO DE LOS CONTRASTES ADF, PP Y KPSS AL TRABAJAR CON SERIES AJUSTADAS DE ESTACIONALIDAD*

TOMÁS DEL BARRIO CASTRO

ANA DEL SUR MORA

JORDI SURIÑACH CARALT

Universitat de Barcelona*

En este trabajo se analiza el comportamiento de los tests de raíces unitarias cuando se utilizan los componentes ciclo-tendencia obtenidos a partir de procedimientos de extracción de señales en lugar de utilizar las series originales. Adicionalmente se intenta detectar las causas finales de los efectos perniciosos observados. Los procedimientos de extracción de señales analizados son el basado en modelos ARIMA y el filtro de líneas aéreas modificado. Un ejercicio de simulación nos permite concluir que se puede llegar a detectar un orden de integrabilidad superior en la frecuencia cero para las series filtradas que para las series originales. La causa principal de los resultados obtenidos se encuentra en el cumplimiento del requisito canónico por los filtros de los procedimientos analizados.

ADF, PP & KPSS tests performance when applied to seasonal adjusted time series

Palabras clave: Contrastes de integrabilidad y estacionariedad, extracción de señales

Clasificación AMS (MSC 2000): 62F03, 62F05, 62M10 y 62P20

* Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de los evaluadores anónimos que han permitido mejorar el trabajo aquí presentado.

* Departamento de Econometría, Estadística y E.E. Grup de Recerca de Qualitat «Anàlisi Quantitativa Regional». Facultat de Econòmiques. Universitat de Barcelona. Av. Diagonal 690. 08034 Barcelona, España. Tel: 93-4021012. Fax: 93-4021821. e-mail: barrio@eco.ub.es.

—Recibido en julio de 1999.

—Aceptado en octubre de 2000.

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo del presente trabajo consiste en determinar los efectos que sobre el comportamiento de los tests de raíces unitarias tiene la utilización de los componentes ciclo-tendencia, en vez de la serie original, obtenidos a partir de procedimientos de extracción de señales, así como determinar las causas últimas de los efectos perniciosos detectados sobre los contrastes.

En concreto, en este trabajo analizaremos el funcionamiento de los contrastes Dickey-Fuller Ampliado (ADF), Phillips-Perron (PP) y Kiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (KPSS) cuando utilizamos los componentes ciclo-tendencia obtenidos a partir de los procedimientos basados en modelos ARIMA (AMB) y el filtro de líneas aéreas modificado (LAM).

La estructura del trabajo es la siguiente: en el primer apartado se describen las principales características de los filtros utilizados en los procedimientos AMB y LAM; en el segundo apartado se realizará una breve revisión de la literatura sobre los efectos en la inferencia econométrica al trabajar con series filtradas; a continuación se analizan los resultados de los ejercicios de simulación que se han diseñado para medir los efectos sobre el tamaño y potencia de los tests ADF, PP y KPSS al utilizar series filtradas por los procedimientos LAM y AMB y, por último, se expondrán las conclusiones del trabajo.

2. PROCEDIMIENTOS DE EXTRACCIÓN DE SEÑALES: AMB Y LAM

En este apartado describiremos de forma breve los filtros utilizados en los procedimientos de extracción de señales basados en modelos ARIMA (AMB) y el Filtro de Líneas Aéreas Modificado (LAM).

El primer procedimiento es el que en la actualidad tiene mayor aceptación entre los analistas de series temporales y pertenece al grupo de métodos de extracción de señales basados en modelos. El segundo es utilizado por el Instituto Nacional de Estadística (INE) para la obtención de los componentes ciclo-tendencia de los indicadores parciales, a partir de los cuales se distribuyen temporalmente las principales macromagnitudes de las ópticas de Demanda y Oferta en la Contabilidad Nacional Trimestral (CNTR).

En el enfoque AMB, o de la forma reducida, la descomposición de la serie en sus componentes no observables se realiza a partir de la información muestral, del modelo ARIMA estimado para la serie y de los procesos generadores de datos teóricos correspondientes a los componentes no observables. Algunas de las principales referencias del enfoque AMB son Box, Hillmer y Tiao (1978), Burman (1980), Hillmer y Tiao (1982) Bell y Hillmer (1984) y Maravall y Pierce (1987).

Se parte de que la serie a analizar sigue un modelo ARIMA $\Phi^*(L)y_t = \Theta(L)\varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim \text{Niid}(0, \sigma_\varepsilon^2)$, donde L es el operador de retardos y $\Phi^*(L)$ y $\Theta(L)$ son los polinomios en el operador de retardos autorregresivo y de medias móviles respectivamente. Se asume que y_t pueda ser representada o expresada como la agregación de un conjunto de componentes no observables $y_t = T_t + S_t + I_t$, donde T_t , S_t y I_t se identifican con los componentes tendencia-ciclo, estacional e irregular respectivamente. Entonces los componentes también seguirán modelos ARIMA, $\phi_r(L)T_t = \theta_r(L)a_t$, $a_t \sim \text{Niid}(0, \sigma_a^2)$, $\phi_s(L)S_t = \theta_s(L)b_t$, $b_t \sim \text{Niid}(0, \sigma_b^2)$ y $\phi_i(L)I_t = \theta_i(L)c_t$, $c_t \sim \text{Niid}(0, \sigma_c^2)$, donde $\phi_r(L)$, $\phi_s(L)$ y $\phi_i(L)$ son los polinomios en el operador de retardos autorregresivos y $\theta_r(L)$, $\theta_s(L)$ y $\theta_i(L)$ son los polinomios en el operador de retardos de medias móviles de los componentes tendencia-ciclo, estacional e irregular. Bell y Hillmer (1984) clasificaron las hipótesis que se formulan en el enfoque AMB para poder descomponer una serie en sus componentes no observables en básicas, inofensivas y arbitrarias.

Cleveland y Tiao (1976) demostraron que cuando todos los ceros de los polinomios $\phi_r(L)$, $\phi_s(L)$ y $\phi_i(L)$ están en o fuera del círculo unidad, el estimador del componente tendencial T_t que minimizan el error cuadrático medio se obtiene al aplicar el siguiente filtro¹ $W_r(L, F)$ sobre la serie original y_t :

$$\begin{aligned} \hat{T}_t &= W_r(L, F)y_t \\ (1) \quad W_r(L, F) &= \frac{\sigma_a^2 \frac{\theta_r(L)\theta_r(F)}{\phi_r(L)\phi_r(F)}}{\frac{\sigma_\varepsilon^2 \Phi^*(L)\Phi^*(F)}{\Theta(L)\Theta(F)}} = \frac{\sigma_a^2 \Phi^*(L)\Phi^*(F)\theta_r(L)\theta_r(F)}{\sigma_\varepsilon^2 \Theta(L)\Theta(F)\phi_r(L)\phi_r(F)} \\ &= \frac{\sigma_a^2 S(L)S(F)\theta_r(L)\theta_r(F)}{\sigma_\varepsilon^2 \Theta(L)\Theta(F)} \end{aligned}$$

donde F es el operador adelanto y $S(L)$ y $S(F)$ es el operador suma estacional. Este procedimiento se dice que es óptimo en el sentido de que minimiza el error cuadrático medio, esto es, minimiza $E[T_t - \hat{T}_t]^2$ donde T_t es el componente ciclo-tendencia.

El requisito canónico es una de las hipótesis clasificadas como arbitraria por Bell y Hillmer, que resulta necesario imponer para obtener una descomposición única de la serie en sus componentes no observables. Consiste en que el pseudo-espectro del componente no observable tenga densidad espectral cero en la frecuencia π y por tanto la función de potencia del filtro de Wiener-Kolmogorov valga cero para la frecuencia π

¹Este filtro recibe el nombre de filtro de Wiener-Kolmogorov, porque estos autores fueron los primeros en resolver el problema que suponía estimar una señal en una serie estacionaria que se encuentra distorsionada por un ruido.

(tal y como se puede apreciar en el gráfico 1.a y 1.b, en el que se recoge la función de potencia del anterior filtro para dos procesos generador es de datos de líneas aéreas en trazo discontinuo).

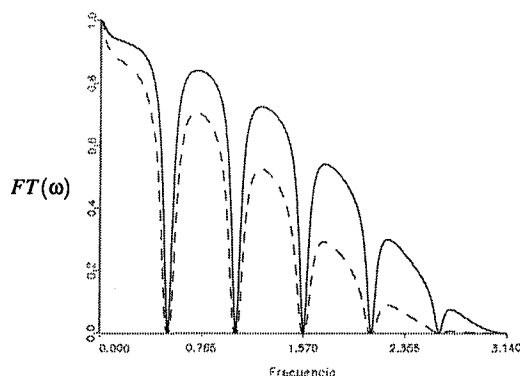


Figura 1.a. Potencia de los Filtros $V(L)$ y $W_t(L, F)$ $\theta_1 = -0.2$ y $\theta_1^{12} = 0.6$.

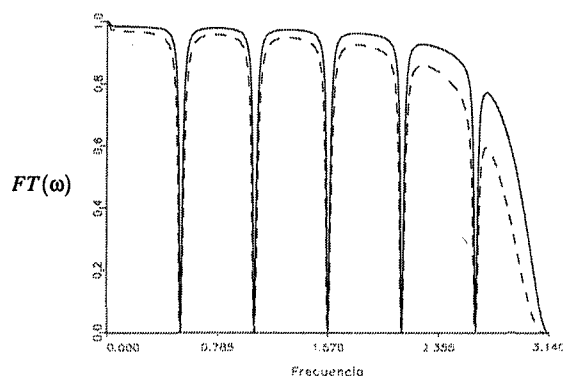


Figura 1.b. Potencia de los Filtros $V(L)$ y $W_t(L, F)$ $\theta_1 = -0.8$ y $\theta_1^{12} = 0.85$.

La función de potencia o función de transferencia de un filtro $FT(\omega)$ se define para cada frecuencia (ω) como el cociente de las funciones de densidad espectral de la serie filtrada y la original. Recoge el efecto que tiene la aplicación del filtro en las distintas frecuencias, esto es, muestra para cada frecuencia si las oscilaciones asociadas a la misma permanecen en la serie filtrada o serán eliminadas total o parcialmente.

Si el componente ciclo-tendencia tiene función de densidad espectral igual a cero en la frecuencia π , entonces en la estructura estocástica estacionaria del proceso generador de

datos aparecerá una raíz unitaria en $L = -1$, lo que provoca que aparezcan procesos de medias móviles no invertibles. Tal y como veremos con posterioridad esto tiene efectos sobre el funcionamiento de los tests de raíces unitarias.

El LAM fue propuesto inicialmente por Melis (1989 y 1990), aunque en la actualidad ha sufrido algunas modificaciones. Este filtro ha sido diseñado para la obtención del componente ciclo-tendencia de una serie suponiendo que el proceso generador de datos de dicha serie es el conocido como de líneas aéreas es decir $ARIMA(0,1,1) * ARIMA(0,1,1)_s$, $\Delta_s \Delta y_t = (1 - \Theta_1 L^{12})(1 - \theta_1 L) \varepsilon_t$, donde Δ_s y Δ son los operadores diferencias estacional y regular y $(1 - \Theta_1 L^{12})$ y $(1 - \theta_1 L)$ son los polinomios en el operador de retardos de medias móviles de orden uno estacional y regular.

Este procedimiento es el resultado de aplicar dos filtros en cascada a la serie. El primero es un filtro de función de transferencia que responde a la siguiente expresión:

$$V(L) = k \frac{(1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2)(1 + L + L^2 + \dots + L^{11})}{(1 - \theta_1 L)(1 - \Theta_1 L^{12})}$$

donde:

$$(2) \quad \alpha_1 = 2 \frac{(2-4C)^{\frac{1}{2}}}{(4C-1)}; \quad \alpha_2 = 1 + \alpha_1; \quad C = - \left[\frac{\theta_1}{(1-\theta_1)^2} \frac{12^2 \Theta_1}{(1-\Theta_1)^2} \right]$$

$$k = \frac{(1 - \theta_1)(1 - \Theta_1)}{(1 - \alpha_1 - \alpha_2) 12}$$

donde $(1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2)$ es el polinomio en el operador de retardos de medias móviles de orden dos del componente ciclo-tendencia.

Como se puede apreciar $V(L)$ es muy similar al filtro $W_r(L, F)$ utilizado para obtener el componente ciclo-tendencia a partir del procedimiento AMB. Al igual que este último, cumple el requisito canónico ($\alpha_2 - \alpha_1 = 1$), por lo tanto aparece la raíz $L = -1$ en la parte de medias móviles del proceso generador de datos del componente ciclo-tendencia.

En los gráficos 1.a y 1.b se recogen las representaciones gráficas de la potencia espectral del filtro $V(L)$ con parámetros $\theta_1 = -0.2$, $\Theta_1 = 0.6$ y $\theta_1 = -0.8$, $\Theta_1 = 0.85$, en línea continua respectivamente. En ambos gráficos se aprecia como la potencia del filtro $V(L)$ es sistemáticamente mayor en todas las frecuencias excepto en la cero y las estacionales, a la del filtro de Wiener-Kolmogorov $W_r(L, F)$. Esto es, la señal estimada a partir del filtro $V(L)$ tendrá una mayor aportación de las altas frecuencias asociadas a oscilaciones de corto plazo. Por tanto, la señal estimada incorpora información no deseada asociada al componente irregular. Todo esto no hace más que poner de manifiesto que resulta necesaria la utilización de un segundo filtro.

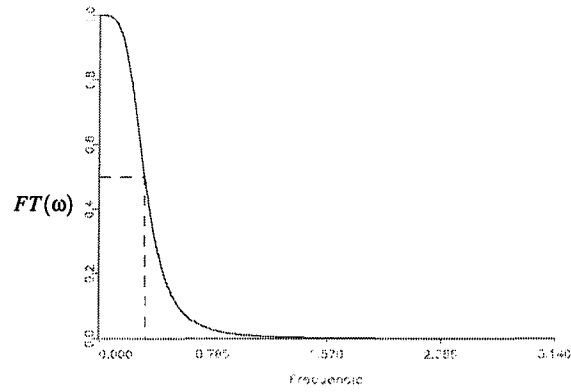


Figura 2.a. Potencia del filtro AR(2)20.

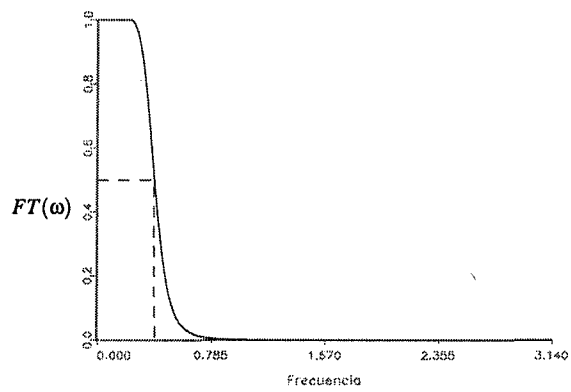


Figura 2.b. Potencia del filtro AR(4)16.

Esta segunda parte del filtro es la que garantiza que la señal obtenida esté completamente limpia de oscilaciones estacionales. Inicialmente fue definida en la nota metodológica de la CNTR como un filtro autorregresivo de orden dos y potencia 1/2 en 20 meses AR(2)20, que sigue la siguiente expresión:

$$(3) \quad \Omega(L) = \frac{\Omega_0 F^d}{(1 + \Omega_1 L + \Omega_2 L^2)}$$

donde: $\Omega_0 = 0.07839$; $\Omega_1 = -1.56291$; $\Omega_2 = 0.6413006$; $d = 3$ o 4

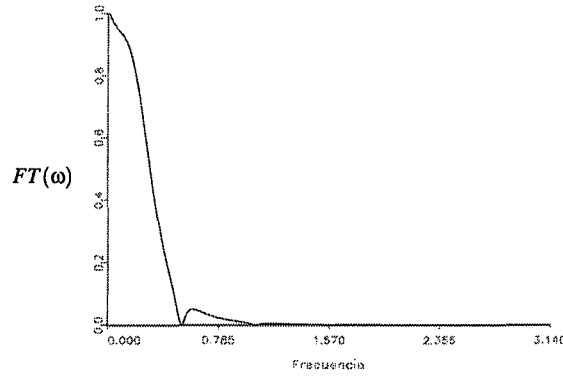


Figura 3.a. Potencia del Filtro $V(L)*AR(2)20$ $\theta_1 = -0.2$ y $\theta_1^{12} = 0.6$.

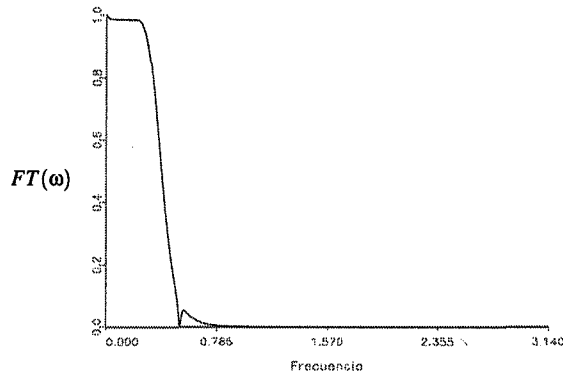


Figura 3.b. Potencia del Filtro $V(L)*AR(4)16$ $\theta_1 = -0.8$ y $\theta_1^{12} = 0.85$.

En la actualidad, se ha sustituido el filtro $AR(2)20$, por un filtro autorregresivo de orden 4 y potencia 1/2 en 16 meses $AR(4)16$ que responde a la siguiente expresión.

$$(4) \quad \Omega(L) = \frac{\Omega_0 F^d}{(1 + \Omega_1 L + \Omega_2 L^2 + \Omega_3 L^3 + \Omega_4 L^4)}$$

donde: $\Omega_0 = 0.0139$; $\Omega_1 = -2.9885$; $\Omega_2 = 3.4456$; $\Omega_3 = -1.8029$; $\Omega_4 = 0.3598$; $d = 3$ o 4

Los valores de los parámetros de ambos filtros se determinan de forma tal que la potencia del filtro en la frecuencia cero sea uno y cero en la frecuencia π en ambos filtros. Mientras que la potencia será 1/2 para la frecuencia asociada a oscilaciones de periodo igual a 20 meses en el caso del filtro $AR(2)20$ (gráfico 2.a), y en la frecuencia asociada

a 16 meses en el caso del filtro $AR(4)16$ (gráfico 2.b). En los gráficos 3.a y 3.b se presentan las funciones de potencia del filtro LAM en sus dos variantes $V(L)*AR(2)20$ con $\theta_1 = -0.2$ y $\Theta_1 = 0.6$ y $V(L)*AR(4)16$ con $\theta_1 = -0.8$ y $\Theta_1 = 0.85$ respectivamente. En ellos se aprecia como la diferencia final de la aplicación de las dos variantes del filtro LAM se encuentra fundamentalmente en la segunda parte del filtro, dado que detentan el efecto preponderante en el resultado final de aplicar el LAM.

El filtro LAM, en cuanto a sus dos partes ($V(L)$ y $\Omega(L)$), cumple el requisito canónico al igual que el filtro de Wiener-Kolmogorov $W_T(L, F)$, por lo tanto aparecerán procesos de medias móviles no invertibles, lo cual repercute en la potencia y tamaño de los tests de raíces unitarias basados en autorregresiones, tal y como veremos a continuación.

3. EFECTOS DEL FILTRADO SOBRE LA INFERENCIA ECONOMETRICA

Si bien es cierto que existe una amplia literatura en torno a los diferentes procedimientos de extracción de señales para obtener los componentes no observables o las señales relevantes (normalmente la tendencia, ciclo-tendencia o componente cíclico) de una serie, es mucho más reducida la literatura en torno a los efectos que sobre la inferencia econométrica tiene la utilización de series filtradas. Entre esta última cabe destacar los trabajos de Sims (1974), Wallis (1974), Ghysels y Perron (1993), Ericson, Hendry y Tran (1994), Ghysels (1994) y Maravall (1996).

En los trabajos de Sims y Wallis se analizan los efectos del ajuste estacional, sobre las relaciones de dependencia entre variables a través de un modelo de retardos distribuidos, llegando a la conclusión de que los estimadores de los parámetros de interés no ven alteradas sus propiedades deseables de forma sustancial siempre que las series analizadas sean filtradas mediante el mismo filtro o procedimiento, que ha de ser finito e invariante en cuanto a su aplicación sobre la variable analizada.

Por otro lado Ghysels y Perron analizaron los efectos del procedimiento $X - 11$ y de su aproximación lineal sobre la autorregresión $x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t$, en la que se basan los tests de raíces unitarias de Dickey-Fuller (DF), Dickey-Fuller Ampliado (ADF) (1981) y Phillips-Perron (PP) (1988). El principal resultado de este trabajo consistía en que la aproximación lineal del filtro $X - 11$ no tiene ninguna incidencia a nivel asintótico sobre la estimación M.C.O. de ρ bajo la hipótesis nula ($H_0 : x_t \sim I(1)$), esto es, ante la existencia de una raíz unitaria en la frecuencia cero, pero bajo la hipótesis alternativa ($H_a : x_t \sim I(0)$), el estimador de ρ en la regresión auxiliar anterior es asintóticamente sesgado. Por otro lado, mediante un estudio de Monte-Carlo mostraron que los tests ADF y PP tienen una potencia muy baja, lo que provoca que bajo la $H_a : x_t \sim I(0)$ se llegue a no rechazar la H_0 de que la serie es $I(1)$. Esto es, se estaría determinando un orden de integrabilidad en la frecuencia cero en la serie filtrada superior al de la serie original.

En el trabajo de Ericsson, Hendry y Tran, los autores mostraron los requisitos que ha de cumplir un filtro $f(L)$ ² (simétrico y finito):

$$(5) \quad f(L) = \sum_{i=-n}^n f_i L^i = f_{-n} L^{-n} + \dots + f_{-1} L^{-1} + f_0 + f_1 L^1 + \dots + f_n L^n$$

para que la serie filtrada y la original estén cointegradas en la frecuencia cero con vector de cointegración igual a la unidad y por tanto tengan el mismo orden de integrabilidad.

Estas condiciones o requisitos pueden ser sintetizados en la siguiente descomposición del filtro:

$$f(L) = f(1) + f'(1)\nabla + f''(L)\nabla^2$$

donde:

$$(6) \quad f(1) = 1; \quad f'(1) = 0$$

donde $f'(L)$ y $f''(L)$ son las derivadas parciales primera y segunda con respecto a L . $f(1)$ es la valoración del polinomio $f(L)$ para $L = 1$ y $f'(1)$ la valoración de la derivada parcial primera para $L = 1$. Si todos los filtros $f_i(L)$, que aplicados sobre las series de un vector $X_t = [x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, \dots, x_{kt}]$ para obtener el vector de series filtradas $X_t^f = [x_{1t}^f, x_{2t}^f, x_{3t}^f, \dots, x_{kt}^f]$ cumplen las anteriores condiciones, entonces el vector de cointegración de ambos vectores coincidirá.

A pesar de que estas condiciones son para filtros finitos y simétricos se puede comprobar que $W_r(L, F)$ cumple ambas condiciones, mientras que $V(L)$ y $\Omega(L)$ únicamente cumplen $f(1) = 1$.

En el trabajo de Ghysels (1994) se realiza una revisión muy completa sobre el sentido económico de la estacionalidad y los efectos de trabajar con datos estacionales originales y ajustados de estacionalidad desde un punto de vista económico, estadístico y econométrico. Además se muestra que el procedimiento óptimo de extracción de señales basado en modelos ARIMA (AMB) es adecuado únicamente desde un punto de vista univariante, pero tiene serios inconvenientes desde un punto de vista multivariante. Para mostrarlo plantea un modelo de decisión de producción de expectativas racionales con demanda exógena (no estacional y estacional), mediante el cual muestra como shocks estacionales en la demanda no afectan únicamente a las frecuencias estacionales de la producción, sino que se propagan hacia otras frecuencias (asociadas a comportamientos a medio y largo plazo), reproduciéndose una situación similar o equivalente cuando el shock de demanda no es estacional. Un ejemplo de la situación descrita se encuentra en un producto de demanda con claro patrón estacional como son los productos navideños.

²Donde $f_{-i} = f_i$, para que sea simétrico, pudiendo ser algunos f_i iguales a cero.

En este caso los empresarios tienen dos posibilidades a la hora de producir, o bien ajustan su producción por completo a la demanda, lo que supondría un elevado coste de adecuación de la capacidad productiva a la demanda (un supuesto poco realista), o bien desplazar la producción destinada a la demanda asociada a los picos estacionales a otras estaciones o períodos. Esta última situación se dará con menor o mayor intensidad en función del coste asociado a la adecuación de la capacidad productiva.

La conclusión más relevante que se puede obtener de lo anteriormente comentado, estriba en el hecho de que la aproximación AMB, al ser un enfoque univariante (como la mayoría de métodos de ajuste estacional y/o extracción de señales y a pesar de ser óptimo en el ámbito univariante) supone una simplificación de la realidad en la que no se tiene en cuenta ni las interrelaciones entre las variables ni la dinámica del sistema económico. Únicamente el procedimiento AMB es adecuado para el modelo propuesto por Ghysels, cuando el coste de adecuación de la capacidad productiva es cero, siendo en este caso el modelo estático.

Por último, en el trabajo de Maravall (1996) se recogen los siguientes aspectos interesantes desde el punto de vista de nuestro trabajo. Primero se enumeran las limitaciones o carencias de los procedimientos ad-hoc, empiricistas o basados en filtros fijos, que se derivan de no incorporar la información sobre el proceso generador de datos de la serie al proceso de filtrado. Estos pueden quedar resumidos en:

- a) Existe la posibilidad de obtener estimaciones espúreas de los componentes no observables.
- b) Se desconocen las propiedades de los estimadores y/o estimaciones. Por lo tanto no se puede realizar inferencia, ni obtener medidas de la precisión y/o fiabilidad de las estimaciones de los componentes no observables.

En segundo lugar, y tal y como se ha comentado en la sección anterior, cualquier procedimiento que cumpla el requisito canónico provocará que las estimaciones de los componentes no observables tengan la raíz unitaria $L = -1$, de forma tal que presentará un proceso de medias móviles no invertible en la representación ARIMA del proceso generador de datos. Por lo tanto las series filtradas no tendrán una representación autorregresiva convergente y la estimación de autorregresiones o de modelos vectoriales autorregresivos (VAR), no es adecuada en este tipo de series. Adicionalmente Schwert (1989) mostró mediante un experimento de Monte-Carlo como en presencia de procesos de medias no invertibles o cercanos a la no invertibilidad, los tests ADF y PP presentaban serias e importantes limitaciones, dado que presentan importantes distorsiones en cuanto a la potencia y tamaño de los mismos.

4. EVIDENCIA MEDIANTE EJERCICIOS DE SIMULACIÓN

En el presente apartado mostraremos los resultados obtenidos en el ejercicio de simulación diseñado para cuantificar los efectos que sobre los tests de raíces unitarias tiene el trabajar con los componentes ciclo-tendencia estimados (a partir de las series originales) mediante procedimientos de extracción de señales. En concreto, analizaremos los efectos cuando se utilizan procedimientos basados en modelos ARIMA y el procedimiento de extracción de señales utilizado por el I.N.E. para la elaboración de la Contabilidad Nacional Trimestral, es decir, el filtro L.A.M.

A continuación describiremos las características del ejercicio de simulación y posteriormente serán presentados y analizados los resultados alcanzados. El diseño del experimento es similar a los realizados por Ghysels y Perron (1993), Ghysels (1990) y Schwert (1989).

El ejercicio de simulación ha sido desarrollado para medir la potencia y tamaño de los tests de integrabilidad de Dickey-Fuller Ampliado (ADF), Phillips y Perron (PP) y Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (KPSS³). La potencia y tamaño de los anteriores tests ha sido medida tanto para el caso del filtro LAM, como para el caso del método basado en modelos ARIMA.

El ejercicio de simulación se ha realizado en el procedimiento IML del paquete estadístico SAS y es el resultado de haber aplicado el filtro L.A.M. o el filtro $W_T(L, F)$ sobre un conjunto de series cuyos procesos generadores se han obtenido a partir del siguiente modelo:

$$y_t = \alpha + \beta t + x_t$$

$$(7) \quad (1 - \Phi_1 L^{12}) (1 - \phi_1 L) x_t = (1 - \Theta_1 L^{12}) (1 - \theta_1 L) \varepsilon_t$$

$$\alpha = 0 \text{ y } 2 \quad \beta = 0 \text{ y } 0.5$$

Teniendo en cuenta que valores por encima de 0.5 del parámetro asociado al proceso de medias móviles de orden 1, como se muestra en Schwert (1989), afectan a la potencia y tamaño de los tests ADF y PP, hemos optado por no introducir valores superiores en valor absoluto a 0.5 en este tipo de procesos. En concreto hemos utilizado las combinaciones recogidas en la tabla 1⁴

³Este contraste ha sido introducido en el estudio debido a que la H_0 es la de estacionariedad en varianza de la serie analizada, lo que permitirá corroborar los resultados obtenidos bajo la perspectiva contraria. Otros contrastes de estacionariedad han sido propuestos por Nabeya y Tanaka (1988), Leybourne y McCabe (1994), Saikkonen y Luukkonen (1993), Choi (1994) entre otros, pero el contraste KPSS además de estar entre los más sencillos es el que más se ha aplicado en los trabajos empíricos.

⁴Los procesos generadores de datos especificados en las tablas tienen la característica común de admitir la

Tabla 1

Modelo	ϕ_1	Φ_1	θ_1	Θ_1
1	0.5	0.5	0.0	0.0
2	0.5	0.5	-0.5	0.0
3	0.5	0.5	-0.5	-0.5
4	1.0	0.5	0.0	-0.5
5	1.0	0.5	-0.5	-0.5

únicamente con parte estocástica, con deriva y con tendencia y deriva determinista. Para los modelos anteriores hemos trabajado con los tamaños muestrales 100, 125, 150, 175, 200, 250, 275 y 300, aunque por motivos de espacio sólo presentamos los resultados para los tamaños muestrales de 100, 200 y 300 observaciones. El número de réplicas utilizadas para cada modelo ha sido de 10.000.

Para el caso del filtro L.A.M., y a pesar de que consta de dos partes, hemos optado por evaluar los efectos que tiene el filtro completo, dado que en un trabajo previo de Barrio et al (1996), se observó como los efectos derivados de la aplicación de la primera parte del filtro de función de transferencia $V(L)$ sobre los tests ADF y PP, aunque relativamente importantes, representaban una parte poco relevante del efecto del filtro completo.

Para suplir el coste informativo de los filtros utilizados en los procedimientos analizados (que de otra forma habría que cubrirse con predicciones), hemos optado por generar las series con 200 observaciones adicionales al principio de la muestra para el caso del filtro LAM⁵ y otras 200 observaciones al principio y al final de la muestra para el caso del procedimiento basado en modelos ARIMA, esto es, el caso en el que utiliza el filtro de Wiener-Kolmogorov $W_T(L, F)$ ⁶. Por otro lado, el hecho de generar observaciones adicionales al principio de la muestra permite evitar posibles influencias de la «semilla» utilizada para generar los números aleatorios y evitar la posibilidad de que los tests se vean afectados por los efectos del filtro en los extremos de la muestra.

descomposición en componentes no observables en el procedimiento AMB. El número de modelos se reduce en esta versión del trabajo a 5 por motivos de espacio. Si bien en Barrio, Sur y Suriñach (1997) el número de modelos presentado llega a 17, los presentados aquí sintetizan las principales conclusiones obtenidas a partir de los 17 modelos.

⁵Dado que el coste de este filtro se da fundamentalmente al inicio de la muestra.

⁶Es decir, para realizar las simulaciones para los tamaños muestrales de 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275 y 300 hemos generado 300, 325, 350, 375, 400, 425, 450, 475 y 500 observaciones respectivamente para el caso del filtro LAM y 500, 525, 550, 575, 600, 625, 650, 675 y 700 observaciones para el caso del procedimiento AMB.

Como puede apreciarse los modelos del 1 al 3 presentados en la tabla 1 son series o procesos estacionarios, por lo que nos encontraremos bajo la hipótesis alternativa de los contrastes ADF y PP, es decir, estaremos midiendo la potencia; en cambio, para el contraste KPSS estaremos bajo la hipótesis nula, por lo que en estos casos estaremos midiendo el tamaño del test.

En cambio, los modelos del 4 y 5 de la tabla 1 son procesos integrados, por lo que nos encontraremos bajo la hipótesis nula de los contrastes ADF y PP, es decir, estaremos midiendo el tamaño de los tests; y bajo la hipótesis alternativa del contraste KPSS estaremos midiendo la potencia del test.

El test ADF se realiza a través de la siguiente regresión auxiliar:

$$y_t = \mu + \beta t + \rho_u y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \phi_i \nabla y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (8)$$

$$\begin{cases} H_o &= \rho_u - 1 = 0 & y_t \text{ es } I(1) \\ H_a &= \rho_u - 1 < 0 & y_t \text{ es } I(0) \end{cases}$$

donde k es el número de retardos de la primera diferencia de y_t utilizados para corregir la autocorrelación en la regresión auxiliar. Para las simulaciones, k se determina en función del tamaño muestral a partir de las siguientes ventanas:

$$l_4 = \text{Int} \left[4 \left(\frac{T}{100} \right)^{\frac{1}{4}} \right] \quad l_{12} = \text{Int} \left[12 \left(\frac{T}{100} \right)^{\frac{1}{4}} \right] \quad (9)$$

Hemos optado por utilizar este criterio que únicamente se basa en la longitud de la serie para determinar k , en lugar de utilizar procedimientos de selección basados en los criterios de información de Akaike (AIC) y de Schwartz (SIC) porque tal y como muestran Ng y Perron (1995) estos criterios tienden a seleccionar valores de k demasiado pequeños. Respecto a los procedimientos secuenciales basados en la significación de los coeficientes asociados a los retardos propuestos en Ng y Perron (1995), también han sido descartados, porque al no tener las series filtradas una representación autorregresiva convergente no es posible determinar un valor adecuado de k tal y como muestra Maravall (1996). Partiendo de que no existe una solución totalmente satisfactoria a la selección del valor de k hemos optado por utilizar un criterio sencillo que nos permita ver qué pasa con los resultados obtenidos a medida que se incrementa k .

El test PP es una corrección no paramétrica del test de DF que consiste en la siguiente expresión:

$$y_t = \mu + \beta t + \rho_u y_{t-1} + u_t$$

$$Z_{pp} = \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_{tl}} \right) t_{\rho_u-1} - 0.5T \frac{(\sigma_{tl}^2 - \sigma_u^2)}{2\sqrt{\sigma_{tl}^2 \hat{\sigma}^2}} \quad (10)$$

donde σ_u^2 es la varianza muestral de u_t , $\hat{\sigma}^2$ es la suma residual de la regresión de y_{t-1} con una constante y una tendencia determinista y σ_{il}^2 es una estimación consistente de la varianza cuando el término de perturbación de la regresión auxiliar presente estructura:

$$(11) \quad \sigma_{il}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t^2 + 2t^{-1} \sum_{j=1}^l w_{jl} \sum_{t=j+1}^T u_t u_{t-j}$$

con: $w_{jl} = \left[1 - \frac{j}{l-1} \right]$ l se determina a partir de l_4 y l_{12} .

La hipótesis nula del test KPSS consiste en la estacionariedad en varianza de la serie, mientras que bajo la hipótesis alternativa la serie es integrada. El test funciona de la siguiente forma: se toman los residuos e_t , $t = 1, 2, \dots, T$ del resultado de regresar la serie y_t , de la que se desea conocer su orden de integrabilidad, contra una constante y una tendencia lineal, esto es:

$$(12) \quad y_t = \alpha + \beta t + u_t$$

Siendo $\hat{\sigma}^2$ la estimación de la varianza de la regresión (la suma residual entre el número total de observaciones T). Definimos el proceso de suma parcial de los residuos (que no es más que el resultado de ir acumulando los residuos hasta el período t) como:

$$(13) \quad SP_t = \sum_{i=1}^t e_i \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Quedando el estadístico de los multiplicadores de lagrange, que a su vez es el estadístico LBI (*locally best invariant*) definido como:

$$(14) \quad LM = \sum_{t=1}^T \frac{SP_t^2}{\hat{\sigma}^2}$$

En el caso de que quisiéramos contrastar la hipótesis nula de un proceso estacionario con deriva en vez de contrastar la tendencia estacionaria (Trend Stationary TS), se utilizarían los residuos e_t obtenidos a partir de regresar la serie y_t frente a una constante (o lo que es lo mismo definimos e_t a partir de $e_t = y_t - \bar{y}_t$), construyéndose el estadístico de la misma forma.

La expresión (14) del test LM fue derivada para el caso en que los u_t se distribuyan según Niid $(0, \sigma_u^2)$; sin embargo, cuando se contrasta la estacionariedad de series económicas, estas últimas están fuertemente correlacionadas, por lo que el supuesto de que los u_t se distribuyen idénticamente e independiente según una normal con valor esperado cero y varianza constante bajo la hipótesis nula es poco realista. Por ello se utiliza un estimador consistente de la varianza de largo plazo σ_{il}^2 tal y como se hace en el test PP.

Finalmente el test queda de la siguiente forma:

$$(15) \quad \hat{\eta}_{\mu} = \frac{T^{-2} \sum_{t=1}^T SP_t^2}{\sigma_{\eta}^2}$$

Los valores críticos asintóticos del test fueron suministrados por los autores Kwiatkowski *et al.* (1992), y las superficies de respuesta fueron tabuladas por Septhon (1995).

Los resultados de las simulaciones se muestran en las tablas de la 2 a la 4. Para los modelos del 1, 2 y 3 se muestran las potencias estimadas de los tests ADF y PP (al estar bajo H_a) y los tamaños estimados del test KPSS (al estar bajo H_o), mientras que para los modelos del 4 y 5 estamos en la situación contraria. En los tres tests se utilizan las ventanas l_4 y l_{12} , en el ADF para determinar el número de retardos a incluir de la endógena y en el PP y el KPSS para determinar la amplitud de la ventana espectral utilizada. Los resultados recogidos en las tablas son al 5% de nivel de significación. No presentamos los correspondientes al 10% por motivos de espacio. Además de los motivos de espacio, la similitud de los resultados obtenidos con las dos versiones del filtro LAM nos han conducido a incluir en la presente versión del trabajo únicamente resultados obtenidos al filtrar por la versión actualmente vigente del filtro LAM ($V(L)*AR(4)16$).

En la tabla 2 se presentan los resultados obtenidos con las series originales, en la parte superior con procesos generadores de datos puramente estocásticos, en la central añadiendo una deriva y en la inferior con una deriva y tendencia determinista. Estos resultados los presentamos para poderlos comparar con los obtenidos una vez que han sido filtradas las series.

La tabla 3 recoge los resultados de aplicar la variante del filtro LAM $V(L)*AR(4)16$ en series con procesos generadores de datos puramente estocásticos, añadiendo una deriva y una tendencia y deriva determinista respectivamente. Por último, en la tabla 4 se muestran los resultados correspondientes al procedimiento AMB, en el que se utiliza el filtro $W_r(L, F)$, siguiendo el mismo orden anteriormente descrito.

En cuanto a los resultados obtenidos al filtrar las series, se puede apreciar que de forma análoga a lo descrito por Ghysels y Perron para el caso del $X - 11$, las distorsiones introducidas por el filtrado de la serie sobre los tests de raíces unitarias se dan fundamentalmente bajo la Hipótesis alternativa de los tests ADF y PP y bajo la nula del test KPSS, esto es $I(0)$, es decir afecta a la potencia de los tests ADF y PP y al tamaño del KPSS fundamentalmente.

En cambio, cuando estamos ante el caso en que la serie original es $I(1)$ en la frecuencia cero, no se aprecian distorsiones tan importantes en el tamaño de los tests ADF y PP y en la potencia del KPSS.

Tabla 2. Potencia y Tamaño de los tests ADF, PP y KPSS series originales (5%).

$(1 - \phi_1^{12} L^{12})(1 - \phi_1 L)y_t = (1 - \theta_1^{12} L^{12})(1 - \theta_1 L)\varepsilon_t$							
MOD	T	ADF(L4)	ADF(L12)	PP(L4)	PP(L12)	KPSS(L4)	KPSS(L12)
1	100	0.9994	0.8082	1.0000	1.0000	0.0896	0.0438
1	200	1.0000	0.9930	1.0000	1.0000	0.0912	0.0505
1	300	1.0000	0.9998	1.0000	1.0000	0.0883	0.0578
2	100	0.9731	0.4163	1.0000	0.9997	0.2797	0.2155
2	200	1.0000	0.7225	1.0000	1.0000	0.3773	0.2486
2	300	1.0000	0.9025	1.0000	1.0000	0.4079	0.2571
3	200	0.9999	0.3534	1.0000	1.0000	0.4836	0.3281
3	300	1.0000	0.5248	1.0000	1.0000	0.5092	0.3210
4	100	0.0867	0.1993	0.0876	0.1267	0.9426	0.7576
4	200	0.0655	0.0987	0.0651	0.0726	0.9876	0.8116
4	300	0.0430	0.0997	0.0437	0.0444	0.9918	0.8779
5	100	0.0735	0.1967	0.0811	0.0725	0.9295	0.7566
5	200	0.0537	0.0927	0.0653	0.0434	0.9864	0.8138
5	300	0.0416	0.0914	0.0524	0.0256	0.9897	0.8735
$y_t = \alpha + x_t$ $(1 - \phi_1^{12} L^{12})(1 - \phi_1 L)x_t = (1 - \theta_1^{12} L^{12})(1 - \theta_1 L)\varepsilon_t$							
MOD	T	ADF(L4)	ADF(L12)	PP(L4)	PP(L12)	KPSS(L4)	KPSS(L12)
1	100	0.9449	0.1283	1.0000	0.9999	0.2596	0.2013
1	200	0.9996	0.2905	1.0000	1.0000	0.3591	0.2416
1	300	1.0000	0.5200	1.0000	1.0000	0.3918	0.2471
2	100	0.8950	0.1870	0.9976	0.9926	0.2825	0.2177
2	200	0.9982	0.3206	1.0000	1.0000	0.3838	0.2496
2	300	0.9999	0.4941	1.0000	1.0000	0.4033	0.2459
3	100	0.9041	0.3824	0.9988	0.9982	0.1099	0.0526
3	200	0.9999	0.8239	1.0000	1.0000	0.1137	0.0581
3	300	1.0000	0.9836	1.0000	1.0000	0.0919	0.0552
4	100	0.0589	0.0748	0.0610	0.0747	0.8238	0.5842
4	200	0.0532	0.0593	0.0547	0.0697	0.9462	0.7204
4	300	0.0561	0.0532	0.0565	0.0692	0.9680	0.8098
5	100	0.0660	0.0689	0.4729	0.5118	0.8100	0.5774
5	200	0.0629	0.0549	0.4069	0.4021	0.9423	0.7284
5	300	0.0556	0.0505	0.3701	0.3276	0.9664	0.8110
$y_t = \alpha + \beta t + x_t$ $(1 - \phi_1^{12} L^{12})(1 - \phi_1 L)x_t = (1 - \theta_1^{12} L^{12})(1 - \theta_1 L)\varepsilon_t$							
MOD	T	ADF(L4)	ADF(L12)	PP(L4)	PP(L12)	KPSS(L4)	KPSS(L12)
1	100	0.9114	0.0909	1.0000	0.9993	0.0000	0.0000
1	200	0.9983	0.1699	1.0000	1.0000	0.0099	0.0000
1	300	0.9999	0.3227	1.0000	1.0000	0.0188	0.0000
2	100	0.8541	0.1478	0.9950	0.8273	0.0000	0.0000
2	200	0.9937	0.1888	1.0000	1.0000	0.0121	0.0000
2	300	0.9997	0.2950	1.0000	1.0000	0.0205	0.0000
3	100	0.7290	0.2399	0.9832	0.8673	0.0000	0.0000
3	200	0.9993	0.6261	1.0000	1.0000	0.0005	0.0000
3	300	1.0000	0.9040	1.0000	1.0000	0.0002	0.0000
4	100	0.0652	0.0763	0.0692	0.0627	0.0379	0.0000
4	200	0.0515	0.0600	0.0582	0.0737	0.4862	0.0000
4	300	0.0559	0.0567	0.0652	0.0836	0.6228	0.0094
5	100	0.0809	0.0724	0.7477	0.7997	0.0254	0.0000
5	200	0.0747	0.0586	0.6791	0.7122	0.4501	0.0000
5	300	0.0602	0.0543	0.6275	0.6141	0.6082	0.0092

Tabla 3. Potencia y Tamaño de los tests ADF, PP y KPSS series filtradas por LAM (5%).

$y_t^f = V(L) \cdot AR(4)16y_t$ $(1 - \phi_1^{12}L^{12})(1 - \phi_1L)y_t = (1 - \theta_1^{12}L^{12})(1 - \theta_1L)\varepsilon_t$							
MOD	T	ADF(L4)	ADF(L12)	PP(L4)	PP(L12)	KPSS(L4)	KPSS(L12)
1	100	0.5719	0.2505	0.5410	0.7852	0.4915	0.0622
1	200	0.9310	0.7035	0.9511	0.9935	0.5981	0.1398
1	300	0.9085	0.9053	0.9988	1.0000	0.5736	0.1468
2	100	0.7060	0.2351	0.5223	0.7717	0.4841	0.0632
2	200	0.9738	0.7819	0.9412	0.9919	0.5986	0.1382
2	300	0.7950	0.8048	0.9975	1.0000	0.5723	0.1492
3	100	0.2039	0.2533	0.5245	0.6246	0.6038	0.1281
3	200	0.4244	0.4146	0.9053	0.9612	0.7142	0.2203
3	300	0.4041	0.9432	0.9933	0.9990	0.6926	0.2146
4	100	0.1421	0.1172	0.1740	0.1088	0.9533	0.6150
4	200	0.1535	0.1488	0.1327	0.0733	0.9891	0.7421
4	300	0.0804	0.0810	0.0963	0.0523	0.9914	0.7933
5	100	0.0872	0.1090	0.1658	0.1056	0.9525	0.6262
5	200	0.0650	0.1137	0.1218	0.0696	0.9863	0.7420
5	300	0.0576	0.1341	0.0865	0.0486	0.9910	0.7917
$y_t^f = V(L) \cdot AR(4)16y_t$ $y_t = \alpha + x_t$ $(1 - \phi_1^{12}L^{12})(1 - \phi_1L)x_t = (1 - \theta_1^{12}L^{12})(1 - \theta_1L)\varepsilon_t$							
MOD	T	ADF(L4)	ADF(L12)	PP(L4)	PP(L12)	KPSS(L4)	KPSS(L12)
1	100	0.3312	0.0963	0.0001	0.0001	0.4925	0.0687
1	200	0.6583	0.3656	0.0003	0.0003	0.5975	0.1429
1	300	0.4607	0.5832	0.0004	0.0006	0.5820	0.1454
2	100	0.5077	0.0883	0.0008	0.0011	0.5041	0.0694
2	200	0.8406	0.4867	0.0023	0.0060	0.6002	0.1455
2	300	0.2657	0.3789	0.0180	0.0498	0.5699	0.1433
3	100	0.0822	0.1183	0.0000	0.0000	0.6057	0.1404
3	200	0.1150	0.1179	0.0000	0.0000	0.7193	0.2190
3	300	0.0504	0.7471	0.0000	0.0000	0.6966	0.2125
4	100	0.2592	0.1538	0.0979	0.0355	0.9519	0.6267
4	200	0.2970	0.3079	0.0860	0.0218	0.9865	0.7457
4	300	0.1092	0.1168	0.0706	0.0170	0.9901	0.7945
5	100	0.0745	0.1504	0.0868	0.0337	0.9523	0.6266
5	200	0.0567	0.2190	0.0767	0.0190	0.9870	0.7515
5	300	0.0549	0.2604	0.0673	0.0140	0.9896	0.7951
$y_t^f = V(L) \cdot AR(4)16y_t$ $y_t = \alpha + \beta t + x_t$ $(1 - \phi_1^{12}L^{12})(1 - \phi_1L)x_t = (1 - \theta_1^{12}L^{12})(1 - \theta_1L)\varepsilon_t$							
MOD	T	ADF(L4)	ADF(L12)	PP(L4)	PP(L12)	KPSS(L4)	KPSS(L12)
1	100	0.0417	0.0790	0.0021	0.0008	0.0003	0.0000
1	200	0.1766	0.2538	0.0008	0.0003	0.0694	0.0000
1	300	0.1355	0.4133	0.0002	0.0001	0.0717	0.0000
2	100	0.1750	0.0713	0.0009	0.0002	0.0011	0.0000
2	200	0.5279	0.3790	0.0001	0.0000	0.0807	0.0000
2	300	0.0888	0.2268	0.0000	0.0000	0.0848	0.0000
3	100	0.0045	0.0962	0.0008	0.0002	0.0000	0.0000
3	200	0.0101	0.0642	0.0002	0.0001	0.0719	0.0000
3	300	0.0107	0.6346	0.0001	0.0000	0.0891	0.0000
4	100	0.2760	0.1692	0.0270	0.0082	0.2741	0.0000
4	200	0.3932	0.4406	0.0264	0.0034	0.7562	0.0000
4	300	0.1221	0.160	0.0161	0.0014	0.8210	0.0000
5	100	0.0447	0.1536	0.0186	0.0044	0.2067	0.0000
5	200	0.0378	0.3081	0.0195	0.0026	0.7263	0.0000
5	300	0.0402	0.4050	0.0130	0.0015	0.8217	0.0000

Tabla 4. Potencia y Tamaño de los tests ADF, PP y KPSS series filtradas por AMB (5%).

$y_t^f = W_T(L, F)y_t \quad (1 - \phi_1^{12}L^{12})(1 - \phi_1 L)y_t = (1 - \theta_1^{12}L^{12})(1 - \theta_1 L)\varepsilon_t$							
MOD	T	ADF(L4)	ADF(L12)	PP(L4)	PP(L12)	KPSS(L4)	KPSS(L12)
1	100	0.8857	0.2492	1.0000	1.0000	0.5378	0.1459
1	200	0.9985	0.5989	1.0000	1.0000	0.6520	0.2139
1	300	0.9993	0.8501	1.0000	1.0000	0.6326	0.1982
2	100	0.7988	0.2617	0.9836	0.9704	0.5358	0.1088
2	200	0.9938	0.6080	1.0000	0.9998	0.6490	0.1800
2	300	0.9982	0.8579	1.0000	1.0000	0.6242	0.1882
3	100	0.0946	0.1307	0.3649	0.3399	0.9089	0.4751
3	200	0.0914	0.2415	0.4816	0.3677	0.9585	0.5077
3	300	0.0740	0.6582	0.6573	0.4257	0.9495	0.4830
4	100	0.2216	0.3263	0.2214	0.1558	0.9888	0.7676
4	200	0.2199	0.2132	0.1707	0.0988	0.9965	0.8086
4	300	0.2327	0.1132	0.1101	0.0572	0.9974	0.8405
5	100	0.1311	0.2240	0.2203	0.1646	0.9879	0.7604
5	200	0.0783	0.3668	0.1557	0.0912	0.9963	0.8115
5	300	0.0825	0.3024	0.1105	0.0605	0.9966	0.8426
$y_t^f = W_T(L, F)y_t \quad y_t = \alpha + x_t$ $(1 - \phi_1^{12}L^{12})(1 - \phi_1 L)x_t = (1 - \theta_1^{12}L^{12})(1 - \theta_1 L)\varepsilon_t$							
MOD	T	ADF(L4)	ADF(L12)	PP(L4)	PP(L12)	KPSS(L4)	KPSS(L12)
1	100	0.7096	0.1018	1.0000	1.0000	0.5471	0.1562
1	200	0.9687	0.2025	1.0000	1.0000	0.6496	0.2040
1	300	0.9523	0.3969	1.0000	1.0000	0.6362	0.1975
2	100	0.5357	0.0963	0.9696	0.9707	0.5458	0.1039
2	200	0.8973	0.2062	0.9998	0.9997	0.6472	0.1856
2	300	0.9136	0.4040	1.0000	1.0000	0.6375	0.1854
3	100	0.0711	0.1064	0.7743	0.8942	0.9097	0.4901
3	200	0.0358	0.0683	0.8716	0.9484	0.9608	0.5137
3	300	0.0204	0.4092	0.9252	0.9738	0.9489	0.4873
4	100	0.1980	0.4255	0.2486	0.1422	0.9872	0.7568
4	200	0.2719	0.3518	0.2115	0.0892	0.9972	0.8131
4	300	0.3462	0.1841	0.1654	0.0598	0.9975	0.8408
5	100	0.1472	0.2075	0.2527	0.1744	0.9874	0.7560
5	200	0.0898	0.5718	0.206	0.0973	0.9977	0.8125
5	300	0.0762	0.4892	0.1651	0.0650	0.9979	0.8485
$y_t^f = W_T(L, F)y_t \quad y_t = \alpha + \beta t + x_t$ $(1 - \phi_1^{12}L^{12})(1 - \phi_1 L)x_t = (1 - \theta_1^{12}L^{12})(1 - \theta_1 L)\varepsilon_t$							
MOD	T	ADF(L4)	ADF(L12)	PP(L4)	PP(L12)	KPSS(L4)	KPSS(L12)
1	100	0.1225	0.0609	0.9926	0.9982	0.0001	0.0000
1	200	0.7314	0.1295	1.0000	1.0000	0.0872	0.0000
1	300	0.7365	0.2423	1.0000	1.0000	0.0874	0.0000
2	100	0.1809	0.0786	0.7403	0.929	0.0010	0.0000
2	200	0.6389	0.1364	0.9996	1.0000	0.0981	0.0000
2	300	0.7284	0.2520	1.0000	1.0000	0.1048	0.0000
3	100	0.0008	0.0607	0.0092	0.0013	0.0000	0.0000
3	200	0.0020	0.0371	0.0853	0.0081	0.0846	0.0000
3	300	0.0226	0.2897	0.0432	0.0227	0.0885	0.0000
4	100	0.1110	0.4794	0.1562	0.0629	0.4603	0.0000
4	200	0.2603	0.5149	0.1166	0.0265	0.9099	0.0000
4	300	0.2541	0.5328	0.1847	0.0837	0.4726	0.0000
5	100	0.0795	0.1625	0.1264	0.0916	0.2429	0.0000
5	200	0.0494	0.7483	0.1076	0.0314	0.8823	0.0000
5	300	0.0045	0.0750	0.0102	0.0957	0.9000	0.0000

Analizando de forma más detallada los resultados obtenidos al utilizar la versión $V(L)^*AR(4)16$ del filtro LAM cuando las series no tienen términos deterministas (parte superior de la tabla 3), podemos apreciar como las distorsiones se centran fundamentalmente en la potencia de los contrastes ADF y PP y tamaño de test KPSS. En los modelos 4 y 5 se observa algún tamaño de los tests ADF y PP relativamente alto, pero a medida que los tamaños muestrales se incrementan los tamaños disminuyen situándose en el peor de los casos en 0.17. Los peores tamaños se obtienen con l_4 para el PP mientras que para el ADF se obtienen con l_4 en el modelo 4 y l_{12} en el modelo 5. En cuanto a las potencias del KPSS con l_4 están muy cercanas a la unidad, obteniéndose peores resultados con l_{12} .

Respecto a las potencias de los tests ADF y PP (modelos 1 a 3), el test ADF presenta el peor comportamiento. En el caso del PP se obtienen potencias relativamente reducidas para los tamaños muestrales más pequeños, pero a medida que aumentan el número de observaciones, las potencias acaban estando muy cercanas a la unidad. Mientras que para el ADF las potencias obtenidas se sitúan bastante por debajo de 1 para los tamaños muestrales más reducidos, y aunque aumentan al hacerlo el número de observaciones, éstas no se sitúan en valores tan cercanos a la unidad como en el caso del test PP. El test ADF presenta un mejor comportamiento en los modelos 1 y 2 con l_4 , mientras que en el modelo 3 el mejor funcionamiento se da con l_{12} . Las diferencias absolutas con respecto a los resultados obtenidos con las series originales están entre 0.02 y 0.7 en el caso del ADF y 0 y 0.47 en el caso del PP.

Por lo que respecta al tamaño del test KPSS con l_4 los tamaños obtenidos son muy elevados, si bien con l_{12} la situación mejora obteniéndose en el peor de los casos tamaños cercanos a 0.22 en el modelo 3, mientras que en los otros dos modelos los tamaños oscilan entre 0.06 y 0.15.

En la parte central de la tabla 3 se recogen los resultados correspondientes a series filtradas por $V(L)^*AR(4)16$, pero incluyendo una deriva en el proceso generador de datos original de las series. Los resultados obtenidos para los modelos 4 y 5 son muy similares a los recogidos en la parte superior de la tabla, mientras que en los modelos 1, 2 y 3 se aprecian cambios significativos en los resultados respecto a la potencia de los tests ADF y PP, aunque los resultados relativos al tamaño del contraste KPSS son muy similares a los obtenidos en la parte superior de la tabla 3.

Las potencias recogidas en la parte central de la tabla 3 son significativamente menores a las presentadas en la parte superior, en especial en el caso del test PP para el que las potencias empíricas son prácticamente cero en los tres modelos. En cuanto al ADF las potencias estimadas son casi la mitad de las obtenidas en la parte superior de la tabla 3; en un número muy reducido de casos la potencia estimada alcanza valores alrededor de 0.8. Las diferencias absolutas con respecto a los resultados obtenidos para las series

originales no son menores al 0.98 en el caso del PP y varían entre el 0.11 y el 0.96 para el caso del ADF⁷.

En la parte inferior de la tabla 3 se recogen los resultados obtenidos al filtrar las series que incorporan como términos deterministas la deriva y la tendencia. Los resultados siguen manteniendo las pautas generales observadas para el resto de la tabla, aunque se aprecian los siguientes cambios con respecto a los casos anteriores. Con la ventana l_{12} todos los tamaños y potencias estimadas del test KPSS son iguales a cero. Mientras que con l_4 , los tamaños estimados para los modelos 1, 2 y 3 están próximos al tamaño nominal y las potencias estimadas para los modelos 4 y 5 se encuentran en el peor de los casos alrededor de 0.20 y el mejor alrededor de 0.8. Respecto al contraste ADF, en las potencias estimadas para los modelos 1, 2 y 3 se observa una reducción de los valores, que están más próximos en algunos casos a tamaños que los correspondientes a potencias. Mientras que en los modelos 4 y 5 algunos tamaños estimados son más elevados que los recogidos en el resto de la tabla.

Las principales distorsiones observadas pueden ser resumidas en los siguientes puntos:

- a) De forma general se puede afirmar que el hecho de filtrar produce importantes distorsiones de forma generalizada en los tres tests, existiendo una probabilidad muy elevada de llegar a concluir que la serie es $I(1)$, esto es, no estacionaria en varianza, cuando en realidad es $I(0)$. Por lo tanto, al trabajar con el componente ciclo-tendencia, se tiende a determinar que la serie filtrada es integrada de un orden superior en la frecuencia cero al que realmente tiene la serie original.
- b) La situación anteriormente descrita se pone de manifiesto de forma mucho más clara en los tamaños muestrales más reducidos, y tiende a mejorar a medida que estos últimos aumentan (sobre todo cuando el proceso generador de datos de la serie es puramente estocástico), aunque no se puede decir que la situación quede solventada a medida que aumenta la muestra. Por otro lado, desde un punto de vista práctico, es difícil encontrar series económicas con tamaños muestrales próximos a 300 observaciones.
- c) Todo lo anteriormente descrito se agrava de forma preocupante a medida que se incorporan comportamientos deterministas (deriva y/o deriva y tendencia) en el proceso generador de datos de los modelos analizados.

A la hora de buscar las causas de los resultados anteriores, es preciso tener presente que los dos filtros integrantes del LAM cumplen el requisito canónico. Este último induce

⁷No comparamos los resultados del ADF con la ventana l_{12} con los de la tabla 2, porque esta ventana conduce a que el número de retardos sea demasiado grande, provocando problemas de potencias en el test ADF con las series sin filtrar que se manifiestan de forma clara en los modelos con deriva y con deriva y tendencia determinista.

la aparición de procesos de medias móviles no invertibles en el proceso generador de datos de las series filtradas, ante los cuales los tests de raíces unitarias presentan un mal funcionamiento. También se puede tener presente que ninguno de los filtros integrantes del LAM cumple el requisito $f'(1) = 0$, aunque los requisitos propuestos por Ericsson, Hendry y Tran (1994) son para filtros finitos y simétricos y éste no es el caso.

Los resultados obtenidos cuando se utiliza el procedimiento AMB ($W_T(L, F)$), se encuentran recogidos en la tabla 4. En los mismos se vuelven a apreciar, en términos generales, efectos similares sobre los tests de raíces unitarias ADF, PP y KPSS a los apreciados al utilizar el procedimiento LAM. De todos modos, existen algunas circunstancias que diferencian los resultados obtenidos para este procedimiento de los obtenidos con el LAM.

En la parte superior de la tabla 4 recogemos los resultados obtenidos al filtrar las series cuando no tiene parte determinista. Como en los casos anteriores las principales distorsiones se dan para los modelos 1, 2 y 3. Cuando las series son integradas (modelos 4 y 5) el funcionamiento de los contrastes PP y KPSS es bastante bueno, sobre todo con la ventana l_{12} en el caso del PP y l_4 en el caso del KPSS. Mientras que el contraste ADF presenta un comportamiento peor, dado que en un número no despreciable de casos los valores de los tamaños empíricos son bastante altos, alrededor de 0.38 en el peor de los casos.

Centrándonos en los modelos del 1 al 3, se aprecia que en términos generales la intensidad de las distorsiones incrementa al complicarse el proceso generador de datos de la serie original. Es decir, el mal comportamiento de los contrastes aumenta a medida que pasamos del modelo 1 al 2 y al 3. La causa de que se dé esta situación la podemos encontrar en que el filtro de Wiener-Kolgomorov $W_T(L, F)$ se va complicando a medida que el proceso generador de datos de la serie filtrada se complica. El test ADF presenta unas potencias relativamente aceptables para los modelos 1 y 2 con la ventana l_4 , mientras que en el modelo 3 las potencias empíricas caen de forma espectacular. En el caso del PP, para los modelos 1 y 2 su funcionamiento no se ve prácticamente afectado, mientras que en el modelo 3, las potencias en muchos casos se reducen a la mitad. Con el KPSS los mejores resultados se obtienen con la ventana l_{12} , aunque en el modelo 3 se obtiene tamaños estimados alrededor del 0.50.

En la parte central de la tabla 4 se recogen los resultados obtenidos cuando se añade una deriva como término determinista. Cuando las series son integradas (modelos 4 y 5) los tamaños del ADF y PP y las potencias del KPSS casi no varían con respecto a la parte superior de la tabla. En los modelos 1, 2 y 3 la situación anterior se repite para el KPSS, mientras que para los contrastes ADF y PP a pesar de mostrar una línea similar a los de la parte superior de la tabla se aprecian los siguientes cambios: los tamaños obtenidos con el ADF son sistemáticamente menores, mientras que el caso del PP, las potencias se reducen en el modelo 2, pero incrementan en el 3.

Para finalizar con los resultados obtenidos al utilizar como procedimiento de filtrado el AMB, en la parte inferior de la tabla 4 se recogen los resultados obtenidos cuando se incluyen en el proceso generador de datos la deriva y la tendencia determinista. Los aspectos más relevantes de los resultados pueden quedar resumidos en los siguientes aspectos. Los valores de las potencias y tamaños estimados del contraste KPSS con la ventana l_{12} son todos iguales a 0 (tal y como sucedía en la tabla anterior). En los modelos 4 y 5 no se aprecian cambios importantes en los resultados si exceptuamos el caso del KPSS con l_{12} . Pasando a los modelos del 1 al 3, con relación a las potencias empíricas de los contrastes ADF y PP se aprecia una caída generalizada de los valores obtenidos. En el caso del ADF se manifiesta de forma más clara para los tres modelos, mientras que en el caso del PP se aprecia un ligero empeoramiento en los modelos 1 y 2 y muy claro para el caso del 3, siendo en este modelo donde ambos test obtienen unos peores resultados con potencias estimadas muy similares. En cuanto al KPSS con la ventana l_4 , se aprecia como los valores de los tamaños estimados se encuentran más cercanos a los valores nominales que en el resto de la tabla.

La diferencia fundamental entre los resultados al filtrar por el procedimiento AMB con respecto al caso del LAM, tal y como hemos comentado con anterioridad, estriba en que al usar el procedimiento AMB la intensidad de las distorsiones aumenta a medida que se complica la complejidad del proceso generador de datos de la serie original.

En cuanto a la causa final del mal funcionamiento de los tests cuando se utiliza el procedimiento AMB, se encuentra, tal y como ya hemos argumentado, en el requisito canónico.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos mostrado que cuando se utilizan los componentes ciclo-tendencia obtenidos a través de los procedimientos AMB y LAM, en vez de las series originales, existe una probabilidad muy elevada de determinar que el orden de integrabilidad en la frecuencia cero de la serie es superior al que realmente detenta la serie analizada. Este resultado invalida este tipo de series para realizar inferencia sobre el orden de integrabilidad en la frecuencia cero o para poder determinar el tipo de tendencia que tiene la serie analizada. Esto es, tendencia determinista Trend Stationary y por tanto estacionaria en varianza o tendencia estocástica Difference Stationary no estacionaria en varianza. Lo cual es importante en términos de implicaciones sobre política económica, dado que la repercusión de shocks aleatorios es diametralmente opuesta en ambos casos.

El motivo de que se den estas circunstancias se encuentra en que ambos procedimientos analizados cumplen el requisito canónico. Las conclusiones obtenidas en este trabajo, explican los resultados de los trabajos de Borondo y González (1995) y Abad y Martín

(1995), en los que al trabajar con las series de la CNTR, se obtenía fuerte evidencia a favor de que las anteriores series eran $I(2)$.

BIBLIOGRAFÍA

- Abad García, A. M. y Martín Quilis, E. (1995). «Propiedades Cíclicas de las Series de la Contabilidad Nacional Trimestral: Un Análisis VAR», *Boletín Trimestral de Coyuntura*, 55, Marzo 1995.
- Álvarez, J. L., Ballabriga, F. C. y Jareño, J. (1995). «Un Modelo Macroeconómico Trimestral para la Economía Española», *Documento de Trabajo*, 9524. Servicio de Estudios, Banco de España.
- Barrio, T., Clar, M. y Pons, E. (1996). «El Filtro de Líneas Aéreas Modificado, Integrabilidad y Cointegración», *Document de Treball de la Divisió de C. J., E. i S., Col·lecció d'Economia*, E96/11. Universidad de Barcelona.
- Barrio, T., Sur, A. y Suriñach, J. (1998). «Extracción de la Señal Ciclo Tendencia en la Frecuencia Cero e Integrabilidad: Métodos Basados en Modelos ARIMA y Filtro de Líneas Aéreas Modificado, una Comparación», *Document de Treball de la Divisió de C. J., E. i S., Col·lecció d'Economia*, Universidad de Barcelona. (En revisión).
- Bell, W. R. (1984). «Signal Extraction for Nonstationary Time Series», *Annals of Statistics*, 12, 646-664.
- Bell, W. R. y Hillmer, S. C. (1984). «Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series», *Journal of Business and Economic Statistics*, 2, 4, 291-320.
- Borondo, C. y González, Y. (1995). «Características cíclicas de los precios y la inflación en España», *XX Simposio de Análisis Económico*, Bellatera.
- Box, G. E. P., Hillmer, S. C. y Tiao, G. C. (1978). «Analysis and Modelling of Seasonal Time Series», en Zellner, A. (ed.) *Seasonal Analysis of Economic Time Series*, 309-334.
- Burman, J. P. (1980). «Seasonal Adjustment by Signal Extraction», *Journal of Royal Statistical Society, Series A*, 143, 321-337.
- Choi, I. (1994). «Residual based test for the null of stationarity with applications to U.S. macroeconomic time series», *Econometric Theory*, 10, 720-764.
- Chow, G. y Lin, A. L. (1971). «Best linear unbiased distribution and extrapolation of economic time series by related series», *The review of Economics and Statistics*, 53, 471-476.
- Cleveland, W. P. y Tiao, G. C. (1976). «Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the Census X-11 Program», *Journal of the American Statistical Association*, 71, 581-587.

- Dickey, A. D. y Fuller, W. A. (1981). «Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Roots», *Econometrica*, 49, 1067-1072.
- Ericsson, N. R., Hendry D. F. y Tran H. A. (1994). «Cointegration, Seasonality, Encompassing, and the Demand of Money in the UK», en Hargreaves, C. P. *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration*. Oxford University Press.
- Ghysels, E. (1990). «Unit Roots Tests and the Statistical Pitfalls of the Seasonal Adjustment: The Case of the U.S. Postwar Real Gross National Product», *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 145-152.
- (1994). «On the economics and econometrics of seasonality», en Sims, A. C. (ed.) *Advances in Econometrics, Sixth World Congress, Vol 1. Econometric Society Monographs*. Cambridge University Press.
- Ghysels, E. y Perron, P. (1993). «The Effect of Seasonal Adjustment Filters on Tests for a Unit Root», *Journal of Econometrics*, 55, 57-98.
- Hillmer, S. C. y Tiao, G. C. (1982). «An ARIMA Model-Based Approach to Seasonal Adjustment», *Journal of the American Statistical Association*, 77, 63-70.
- I. N. E. (1993). *Contabilidad Nacional Trimestral de España, Metodología y Series*.
- Kolmogorov, A. N. (1939). «Sur l'Interpolation et Extrapolation des Suites Stationnaires», *C. R. Acad. Sci. Paris*, 208, 2043-2045.
- (1941). «Interpolation und Extrapolation von Stationären Zufälligen System», *Bull. Acad. Sci. URSS Ser. Math.*, 5, 3-14.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P. y Shin, Y. (1992). «Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of unit root. How sure are we that economic time series have a unit root?», *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.
- Leybourne S. J. y McCabe B. P. M. (1994). «A consistent test for a unit root», *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 2, 157-166.
- Maravall, A. (1996). «Unobserved Components in Economic Time Series», *Documento de trabajo*, 9609. Banco de España.
- Maravall, A. y Pierce, D. (1987). «A Prototypical Seasonal Adjustment Model», *Journal of Time Series Analysis*, 8, 177-193.
- Melis, F. (1989). «Sobre las hipótesis de componentes y la extracción de coyuntura sin previa desestacionalización», *Revista Española de Economía*, 6, 1 y 2.
- (1990). «La estimación del ritmo de variación en series económicas», *Estadística Española*, 33, 126, 7-58.
- Molinas, C., Sebastian, M. y Zabalza, A. (Eds.) (1991). *La Economía Española. Una Perspectiva Macroeconómica*. Antoni Bosch Editor. Barcelona.
- Nabeya, I. y Tanaka, K. (1988). «Asymptotic theory of a test for the constancy of regression coefficients against the random walk alternative», *Annals of Statistics*, 16, 218-235.

- Ng, S. y Perron, P. (1995). «Units root tests in ARMA models with data-dependent methods for the selection of the truncation lag». *Journal of the American Statistical Association*, 90, 429, 268-281.
- Phillips, P. C. B. y Perron, P. (1988). «Testing for Unit Roots in Time Series», *Biometrika*, 75, 235-346.
- Saikkonen, P. y Luukkonen, R. (1993). «Testing for moving average unit roots in autoregressive integrated moving average model», *Journal of the American Statistical Association*, 88, 569-601.
- SAS Inst. Inc. (1988). *SAS/IML User's Guide 6.03 Edition*.
- Sobel, E. B. (1967). «Prediction of a Noise-Distorted Multivariate, Non-Stationary Signal», *Journal of Applied Probability*, 4, 330-342.
- Schwert, G. W. (1989). «Testing for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation», *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, 147-608.
- Septon, P. S. (1995). «Response surface estimates of the KPSS stationary test», *Economic Letters*, 47, 255-261.
- Sims, C. A. (1974). «Seasonality and Regression», *Journal of the American Statistical Association*, 69, 347, 618-626.
- Suriñach, J., Artís, M., López-Bazo, E. y Sansó, A. (1995). *Análisis económico regional nociones básicas de la Teoría de la Cointegración*, Antoni Bosch Editor. Barcelona.
- Wallis, K. F. (1974). «Seasonal Adjustment and Relations Between Variables», *Journal of the American Statistical Association*, 69, 345, 18-31.
- Wiener, N. (1949). *The Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series With Engineering Application*. John Wiley, N. Y.

ENGLISH SUMMARY

ADF, PP & KPSS TESTS PERFORMANCE WHEN APPLIED TO SEASONAL ADJUSTED TIME SERIES

TOMÁS DEL BARRIO CASTRO

ANA DEL SUR MORA

JORDI SURINACH CARALT

Universitat de Barcelona*

This paper deals with the performance of unit roots tests when using trend-cycle components obtained by signal extraction procedures instead of using the original series. We also try to detect the final causes of the observed pernicious effects. The signal extraction procedures analysed are ARIMA model based and the modified airline filter. A simulation exercise allows concluding that one can detect a higher order of integrability for the filtered series than the one of the original series. The main reason for these results is the canonical condition in the filters.

Keywords: Unit roots and stationarity tests, signal extraction

AMS Classification (MSC 2000): 62F03, 62F05, 62M10 y 62P20

* Departamento de Econometría, Estadística y E.E. Grup de Recerca de Qualitat «Anàlisi Quantitativa Regional». Facultat de Econòmiques. Universitat de Barcelona. Av. Diagonal 690. 08034 Barcelona, España. Tel: 93-4021012. Fax: 93-4021821. e-mail: barrio@eco.ub.es.

–Received July 1999.

–Accepted October 2000.

The main objectives of this paper are to analyse the effects as well find the final causes of the observed pernicious effects on the performance of unit root tests of using trend-cycle components obtained instead of the original series.

In particular, we analyse the performance of the Augmented Dickey-Fuller (ADF), Phillips-Perron (PP) and Kiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin (KPSS) tests when we use the trend-cycle component obtained by the ARIMA model based (AMB) and the Modified Airline Filter (MAF) procedures.

The paper is organised as follows. In the first section we describe the main characteristics of the filters used in the AMB and MAF methods. The second section contains a brief revision of the literature about the effects of working with filtered data on the econometric inference. In the next section we analyse the results of the simulation exercises, aimed to measure the power and size of the ADF, PP and KPSS tests, when the filtered series obtained by AMB and MAF procedures are used. Finally concluding remarks are exposed.

The AMB is a method-based procedure and it is the most widely accepted and used by time series annalists. The MAF is the procedure used by the Spanish Statistics Office to obtain the trend-cycle components of the partial indicators for the elaboration of the quarterly national accounts.

The results obtained from the simulation exercises show that as in Ghysels and Perron (1993), the distortions induced by the filtering are fundamentally observed under the alternative hypothesis of the ADF and PP tests, and under the null of the KPSS test. That is, when the original series is $I(0)$, it affects the power of the ADF and PP and the size of KPSS.

The main distortions introduced by the MAF procedure can be summarised as follows:

- a) In general terms, it can be said that filtering induces important distortions in the performance of all tests. Therefore, there is a high probability of concluding that a filtered series is $I(1)$ when the original one is $I(0)$.
- b) This behaviour is more evident for low samples sizes and tends to improve as the sample size increases although it is never solved completely.
- c) The situation gets worse as deterministic terms (trend) are included in the data generating process of the original series.

The explanation for this behaviour can be found in the canonic condition that is guaranteed by the filters used in the MAF method. When the canonic condition is imposed the filtered series do not have a convergent autorregressive representation and the estimate of autorregresions and vector autorregrese models is not adequate.

When we compare the results obtained with the AMB method are very similar to those obtained with the MAF. But when the AMB procedure is used, the intensity of the distortions grows as the complexity of the data generating process of the original series does. This is because the filter used in this procedure depends on the data generating process of the original series.

As in the case of the MAF the final cause of the bad performance of the tests when the AMB procedure is used can be found in the canonic condition.

In this work we show that when using the trend-cycle components obtained by the AMB and MAF procedures are used instead of the original series, there is a high probability of concluding that the filtered series is difference stationary when the original series is Stationary in variance.

CONCATENACIÓN TEMPORAL DE MODELOS ESPACIALES Y SU APLICACIÓN AL ESTUDIO DE LA MENINGITIS EN ESPAÑA

JUAN FERRÁNDIZ FERRAGUD*
FERRAN MARTÍNEZ I NAVARRO**
PILAR SANMARTÍN FITA*

La cartografía de enfermedades infecciosas en periodos sucesivos plantea la necesidad de su extensión al caso dinámico. En este trabajo proponemos la concatenación temporal de modelos auto-regresivos espaciales para abordar el análisis de mortalidad por meningitis en España en el período 1950 – 1990 con datos agregados a nivel provincial. Para la estimación y selección del modelo usamos técnicas basadas en la función de verosimilitud

Temporal concatenation of spatial models and its application to the study of meningitis in Spain

Palabras clave: Análisis espacio-temporal, modelos espaciales auto-regresivos, enfermedades infecciosas

Clasificación AMS (MSC 2000): 62M10, 62M30, 62P10

* Departament d'Estadística i I.O., Universitat de València, València.

** Instituto de Salud Carlos III, Madrid.

★ Departamento de Matemática Aplicada y Estadística, Universidad Politécnica de Cartagena, Paseo Alfonso XIII s/n, 30203 Cartagena.

– Recibido en junio de 1999.

– Aceptado en enero de 2001.

1. INTRODUCCIÓN

En epidemiología, los estudios geográficos analizan datos correspondientes a distintas localizaciones espaciales a lo largo de un determinado período temporal. En este contexto surge la necesidad de un análisis espacial a la vez que temporal para entender la evolución de las dependencias espaciales a lo largo del tiempo. El éxito alcanzado con modelos jerárquicos en la cartografía de enfermedades gracias a la disponibilidad de métodos MCMC, ha potenciado su extensión al análisis espacio-temporal de datos geográficos de morbilidad/mortalidad [véase por ejemplo Waller *et al.* (1997); Knorr-Held y Besag (1998)].

Estos modelos recogen la dependencia mutua espacial de las observaciones indirectamente, a través de factores ocultos en el segundo nivel de la jerarquía. Este modo de expresar la dependencia reflejaría el hecho de que el riesgo en una localización depende de factores de tipo medio-ambiental que seguirían un determinado patrón geográfico sobre el área de estudio.

Sin embargo, cuando tratamos con enfermedades infecciosas, cabe esperar la influencia directa de la mortalidad/morbilidad en regiones próximas. Parece más adecuado recurrir en estos casos a modelos espaciales auto-regresivos (distribuciones de Gibbs) y, en particular, a los auto-modelos de Besag (1974) por su facilidad de interpretación.

Las distribuciones de Gibbs se originaron en el marco de las ciencias físicas a principios de siglo para modelizar sistemas interactivos de partículas [Gibbs (1902)] y han tenido un desarrollo posterior en el marco de otras ciencias. Se incorporan al estudio de análisis de imágenes digitalizadas en la década pasada, siendo básico en este campo el trabajo de Geman y Geman (1984). En el campo de la estadística espacial se introducen en la década de los 70 siendo de gran relevancia la contribución de Besag (1974), que propone una familia de modelos espaciales así como procedimientos para su análisis y contraste.

Más recientemente, el propio Besag adapta las técnicas del análisis de imágenes digitalizadas al análisis de datos epidemiológicos espaciales utilizando procesos de variables aleatorias dispuestas en retículos irregulares. Por otra parte Darroch *et al.* (1980) analizan la similitud de los campos de Gibbs con el estudio de las interacciones entre factores en tablas de contingencia, dentro del contexto de los modelos gráficos.

Sirva como ejemplo de aplicaciones recientes en este contexto los trabajos de Ferrándiz *et al.* (1995) y Ferrándiz *et al.* (1999) que aplican estos modelos al estudio de la mortalidad por cáncer en Valencia y la posible influencia de la contaminación por nitratos del agua potable. Asimismo, en López (1997) se desarrollan este tipo de distribuciones introduciendo los modelos lineales generalizados espaciales.

En el presente trabajo consideramos la extensión de las distribuciones de Gibbs al caso espacio-temporal con el fin de analizar la mortalidad anual por meningitis en España en el período 1950-90 con datos agregados provincialmente.

Asimismo pretendemos estudiar la hipótesis establecida por Martínez (1989) de la relación existente entre reproducción social y enfermedad. El incremento generalizado de las tasas coincide con los cambios estructurales de la sociedad española y concretamente con el proceso de urbanización generado por la forma que asumió la reproducción social en el modelo del desarrollo económico y social de las décadas del 60 y 70 (Plan de Estabilización (1959) y planes de Desarrollo (1964-1979)) orientando las migraciones de las zonas rurales a los polos de desarrollo. Los movimientos migratorios influirían en la aparición de los brotes epidémicos, alterando considerablemente la regularidad natural de las sucesivas ondas epidémicas.

La inmigración constituye un incremento de la población susceptible a la enfermedad que interfiere con la pauta natural impuesta por el crecimiento vegetativo en cada provincia y provoca un cambio en el ciclo natural de la inmunización de la población. Los datos considerados corresponden a las 50 provincias españolas, excluyendo Ceuta y Melilla por su heterogéneo tratamiento en las estadísticas oficiales a lo largo del período. Junto con las tasas de mortalidad, se han recogido los datos de inmigración anual provincial.

En la sección 2 presentamos el modelo a utilizar, que se basa en una concatenación temporal de distribuciones espaciales auto-regresivas. En la sección 3 estudiamos el ajuste del modelo y en las secciones 4 y 5 presentamos, respectivamente, su aplicación a la mortalidad por meningitis y las conclusiones obtenidas.

2. MODELO

Las observaciones constituyen una serie temporal multivariante $\{y(t)\}_{t=1}^T$ de manera que $y(t) \in \mathbb{R}^N$ es un vector que recoge los valores observados en N localizaciones espaciales en el instante t . Dada la estructura espacial de los datos en cada instante temporal, abordaremos el problema como una concatenación temporal de distribuciones espaciales. Consideraremos distribuciones de Gibbs [ver Cressie (1991)].

2.1. Distribuciones espaciales

Las distribuciones de Gibbs (equivalentemente campos aleatorios Markovianos) definen la distribución conjunta a partir de las distribuciones condicionadas con densidad de probabilidad:

$$(1) \quad p(y_i | \mathbf{y}_{-i})$$

siendo $\mathbf{y}_{-i}$ el subvector que se obtiene al excluir la componente i -ésima del vector $\mathbf{y}$. Asimismo la densidad (1) involucra únicamente a un subconjunto δ_i de localizaciones que se denominan «vecinas» de la localización i de forma que la anterior expresión coincide con:

$$p(y_i | \{y_j : j \in \delta_i\})$$

Los auto-modelos de Besag [Besag (1974)] son un caso particular de distribuciones de Gibbs caracterizados por el hecho de que las distribuciones condicionadas (1) pertenecen a la familia exponencial y el efecto de las regiones vecinas se incorpora a través de términos que involucran únicamente pares de localizaciones:

$$(2) \quad p(y_i | \mathbf{y}_{-i}) \propto \exp\{(a_i + \sum_{j \in \delta_i} \beta_{ij} y_j) y_i + h_i(y_i)\}.$$

En la expresión (2) β_{ij} son parámetros de interacción espacial y a_i es un parámetro específico de cada localización, en el cual recogeremos la posible influencia de un vector de covariables $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^R$ observadas mediante:

$$(3) \quad a_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\alpha}_i$$

con lo cual tendríamos un modelo lineal generalizado espacial [Ferrándiz *et al.*, (1995); López (1997)]. Cuando usamos la distribución Gaussiana para modelizar las distribuciones condicionadas tenemos el caso particular del modelo CARX, auto-Gaussiano condicionalmente especificado con covariables [ver Cressie (1991); Richardson *et al.* (1992)]:

$$(4) \quad y_i | \mathbf{y}_{-i} \sim N(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\alpha}_i + \sum_{j \in \delta_i} \beta_{ij} (y_j - \mathbf{x}_j' \boldsymbol{\alpha}_j), \sigma_i^2)$$

de donde se deduce la distribución conjunta:

$$(5) \quad \mathbf{y} \sim N(X\boldsymbol{\alpha}, (I - B)^{-1} \text{Diag}(\sigma_i^2))$$

La matriz B tiene como elementos los coeficientes β_{ij} , y ceros en su diagonal. $\text{Diag}(\sigma_i^2)$ es una matriz diagonal con elementos σ_i^2 . Las columnas de la matriz X corresponden a las covariables incluidas en el modelo, y $\boldsymbol{\alpha} = (\boldsymbol{\alpha}_1', \dots, \boldsymbol{\alpha}_N')'$.

2.2. Modelos espaciales dinámicos

Partiendo de los anteriores modelos planteamos su concatenación temporal de la siguiente forma:

$$(6) \quad p(y_i(t) | \mathbf{y}(t)_{-i}, \mathbf{y}(t)^*, \mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_i(t)^*) \propto \exp\{(a_i(t) + \sum_{j \in \delta_i} \beta_{ij}(t) y_j(t)) y_i(t) + h_i(y_i(t))\}.$$

En la expresión (1) los vectores $\mathbf{x}_i(t)^*$ e $\mathbf{y}(t)^*$ representan el pasado de $\mathbf{x}_i(t)$ e $\mathbf{y}(t)$ respectivamente. La influencia de las covariables que constituyen $\mathbf{x}_i$ y su pasado $\mathbf{x}_i^*$, así como la influencia del propio pasado $\mathbf{y}^*$, se ejerce a través del parámetro

$$a_i(t) = a_i(\mathbf{y}(t)^*, \mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_i(t)^*)$$

dando lugar a los auto-modelos dinámicos [ver Sanmartín (1997)].

En particular, para el caso Gaussiano la expresión anterior resulta ser,

$$(7) \quad \mathbf{y}(t) | X(t), \mathbf{y}(t)^*, X(t)^* \sim N(\boldsymbol{\mu}(t), (I - B(t))^{-1} \text{Diag}(\sigma_i^2(t)))$$

de modo que el pasado y las covariables ejercen su influencia a través del vector de medias

$$\boldsymbol{\mu}(t) = \boldsymbol{\mu}(X(t), \mathbf{y}^*(t), X(t)^*)$$

Atendiendo a criterios de proximidad geográfica y temporal, y buscando su expresión en forma de dependencia lineal, el vector de medias $\boldsymbol{\mu}(t)$ se ha especificado de la forma:

$$(8) \quad \boldsymbol{\mu}(t) = \sum_{i=1}^p A_{0i} \mathbf{y}(t-i) + \sum_{r=1}^R \sum_{j=0}^{q_r} A_{rj} \mathbf{x}_r(t-j)$$

donde las matrices A_{0i} y A_{rj} son matrices de dependencia espacial y cada covariable puede actuar con un número diferente de retardos temporales. En la expresión (8) hemos permitido que las covariables en las localizaciones «vecinas» y su pasado también influyan en la localización i -ésima, relajando la restricción de su influencia exclusivamente local expresada en (1). Esta posible simplificación queda recogida sin más que definir las A_{rj} como matrices diagonales o incluso proporcionales a la identidad y $q_r = 1$.

Estas matrices de dependencia espacial se construyen habitualmente como combinaciones lineales de matrices fijas [ver Cressie (1991); Stoffer (1986)]. En nuestro caso hemos establecido las matrices A_{0i} y A_{rj} a partir de matrices de proximidades geográficas que reflejan el posible intercambio de gente entre cada dos provincias y recogen una «gradación» en el orden de vecindad de las localizaciones (en la sección 4 se desarrollan con más detalle).

La misma estructura de proximidades se ha utilizado para la matriz $B(t)$ de coeficientes auto-regresivos espaciales, aunque anulando sus elementos diagonales y tomándola

simétrica como es preceptivo en el modelo CARX. Hemos considerado $B(t) \equiv B$, fija a lo largo del tiempo, es decir,

$$\begin{aligned}
 A_{0i} &= \sum_{k=1}^m \beta_{oik} D_k \quad i = 1, \dots, p \\
 A_{rj} &= \sum_{k=1}^m \beta_{rjk} D_k \quad r = 1, \dots, R \quad j = 0, \dots, q_r \\
 B &= \kappa(D - \text{Diag}(D))
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

con D_k $k = 1, \dots, m$ y D matrices fijas.

Los parámetros β miden el amortiguamiento del efecto con el tiempo, y el parámetro κ debe cumplir:

$$|\kappa| < \min_{\lambda_i} (1/|\lambda_i|)$$

donde $\{\lambda_i\}$ es el conjunto de valores propios de la matriz $(D - \text{Diag}(D))$ a fin de asegurar que la matriz de varianzas y covarianzas sea definida positiva [ver Cressie (1991)]. También hemos asumido la simplificación

$$\text{Diag}(\sigma_i^2(t)) \equiv \sigma^2 I_N$$

Dado que las observaciones son datos de mortalidad parecería más adecuado abordar el problema usando la distribución auto-Poisson, modelo que se aplica suponiendo que la variable observada y es el número de casos. Sin embargo, en muchas aplicaciones médicas se requiere la modelización directa de las tasas (como puede verse en los ejemplos de los párrafos siguientes), y es ésta la situación que nosotros pretendemos abordar.

Por otra parte, los modelos auto-regresivos de Poisson con covariables conllevan un grado de complejidad elevado [como ejemplo de aplicación para el caso estático ver Ferrándiz et al. (1995); Ferrándiz *et al.* (1999)]. El uso de modelos auto-regresivos Gaussianos presenta un menor grado de complejidad y tiene una larga tradición en el análisis de datos de mortalidad y morbilidad en epidemiología espacial que aún sigue vigente.

Cliff *et al.* (1975) y Cliff *et al.* (1992), asumiendo datos Gaussianos, recurren a modelos ARMA espacio-temporales para analizar el sarampión en Islandia. Martin y Oeppen (1975) aplican estos modelos al estudio de la peste animal. Cook y Pocock (1983) modelizan las tasas estandarizadas de mortalidad cardiovascular mediante el uso de un modelo auto-Gaussiano espacial. Cliff y Hagget (1993) hace un resumen de las técnicas estadísticas para el análisis de datos relacionados con las epidemias de gripe y sarampión. En él se recoge la aplicación de los modelos Box-Jenkins al caso espacio-temporal (modelos STARMA) para modelizar el número de casos registrados. Más

recientemente, en el libro editado por Fisher y Getis (1997) que recoge las últimas técnicas de análisis espacial, aparece el trabajo de Logan y Cliff (1997) aplicando un modelo estructural Gaussiano para predecir la incidencia de una epidemia.

El presente trabajo se adhiere a esta corriente incorporando al modelo la dependencia espacial, simultánea y diferida, con el fin de comprobar el efecto de regiones próximas.

3. AJUSTE DEL MODELO

Sea $s = \max\{p, q_1, \dots, q_r\}$ el máximo retardo temporal en la expresión (8). A partir de la definición (7), si condicionamos el análisis estadístico a los s instantes iniciales, la función de log-verosimilitud se puede construir con el producto de las sucesivas distribuciones condicionadas

$$\begin{aligned}
 \ell(\beta, \kappa, \sigma^2) &= \log\left(\prod_{t=s+1}^T p(\mathbf{y}(t) | X(t), \mathbf{y}(t)^*, X(t)^*)\right) \\
 (10) \quad &= -\frac{1}{2\sigma^2} Q(\kappa, \beta) + \frac{T-s}{2} \log |I - B| + \\
 &\quad - \frac{(T-s)N}{2} \log \sigma^2 + \text{const.}
 \end{aligned}$$

siendo

$$(11) \quad Q(\kappa, \beta) = \sum_{t=s+1}^T (\mathbf{y}(t) - \boldsymbol{\mu}(t))' (I - B) (\mathbf{y}(t) - \boldsymbol{\mu}(t)).$$

La estimación máximo-verosímil puede obtenerse expresando (10) como log-verosimilitud *perfil* de κ extendiendo al caso dinámico el procedimiento propuesto para el caso estático en Cressie (1991) y Richardson *et al.* (1992):

- para κ fija, resolviendo el problema de mínimos cuadrados generalizados

$$(12) \quad \hat{\beta} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} Q(\kappa, \beta)$$

dando lugar a la suma de cuadrados residual

$$Q^*(\kappa) = Q(\kappa, \hat{\beta})$$

- para el mismo valor fijo de κ , optimizando respecto de σ^2

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{(T-s)N} Q^*(\kappa)$$

- finalmente, maximizando la log-verosimilitud *perfil* de κ

$$(13) \quad \hat{\kappa} = \underset{\kappa}{\operatorname{argmax}} \ell(\kappa, \hat{\beta}(\kappa), \hat{\sigma}^2(\kappa))$$

Con la asignación (10), el problema de mínimos cuadrados generalizados de (12) corresponde al diseño:

$$(14) \quad \mathbf{y} = X\beta + \mathbf{u}$$

con: $\mathbf{y}' = (\mathbf{y}(T)', \dots, \mathbf{y}(s+1)')$,

$$\mathbf{u}' = (\mathbf{u}(T)', \dots, \mathbf{u}(s+1)'), y$$

$$\beta' = (\beta_{011}, \dots, \beta_{Rmq_R}).$$

Las columnas de la matriz de diseño X se deducen de (9), de modo que la que corresponde al parámetro β_{0jk} es:

$$(15) \quad (I_{T-s} \otimes D_k)(\mathbf{y}(T-j)', \mathbf{y}(T-j-1)', \dots, \mathbf{y}(s-j+1)')$$

siendo I_{T-s} la matriz identidad de orden $T-s$ y el operador $\otimes$ el producto Kronecker de matrices. Para columnas correspondientes a β_{rjk} con $r > 0$, bastará sustituir en (15) los vectores $\mathbf{y}(t)$ por los correspondientes a la r -ésima covariable $\mathbf{x}(t)$.

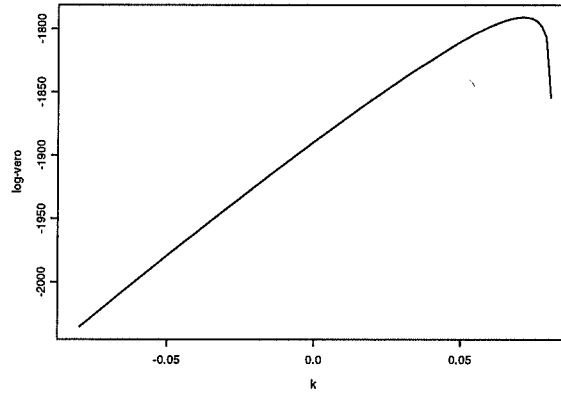


Figura 1. Gráfica de la log-verosimilitud perfil para el modelo 3.

La matriz de varianzas y covarianzas del vector $\mathbf{u}$ resulta ser $I_{T-s} \otimes (I - B)^{-1} \sigma^2$, y es la responsable de que (14) no sea un problema de mínimos cuadrados ordinarios sino generalizados.

La optimización directa de la log-verosimilitud perfil (13) es ahora posible. Para algunos esquemas de parametrización de la matriz de varianzas y covarianzas en el caso puramente espacial esta función puede presentar multimodalidad como Richardson *et al.* (1992) señalan [ver asimismo Mardia y Marshall (1984); Mardia y Watkins (1989); Warnes y Ripley (1987)]. Mardia y Watkins (1989) recomiendan un estudio gráfico de la log-verosimilitud perfil. En nuestro caso (ver figura 1) dicha función es unimodal y cóncava.

Por las propiedades de la log-verosimilitud perfil [ver McCullagh y Nelder (1989)], el máximo de dicha función coincide con el de la log-verosimilitud y se alcanza también en el estimador máximo verosímil.

Para la optimización directa de (13) hemos usado las rutinas de cálculo de mínimos cuadrados generalizados y optimización univariante existentes en el programa S-Plus [ver Venables y Ripley (1999); Becker *et al.* (1988)]. Para esquemas más complicados de la log-verosimilitud perfil se puede recurrir a algún algoritmo numérico como por ejemplo el basado en el *downhill simplex method* de Nelder y Mead [ver Press *et al.* (1986)].

Se puede valorar la incorporación de los distintos términos a la esperanza condicionada $\mu(t)$, así como la hipótesis de independencia espacial simultánea, ($\kappa = 0$), mediante la diferencia de la log-verosimilitud conseguida en cada caso, comparándola con la distribución asintótica χ^2 del cociente de verosimilitudes. Para la obtención de errores estándar aproximados de los estimadores de los parámetros asociados a los distintos términos de la esperanza condicionada hemos hecho uso de las técnicas empleadas en regresión múltiple para un problema de mínimos cuadrados generalizados, en la misma línea sugerida en Pfeifer y Deutsch (1980) para el caso de modelos auto-regresivos espaciales Gaussianos sin interacción espacial simultánea. Este procedimiento también es usado por Richardson *et al.* (1992) para el caso CARX estático [ver asimismo Mardia *et al.* (1984)].

4. MORTALIDAD POR MENINGITIS EN ESPAÑA (1950-1990)

Los datos analizados en el presente trabajo corresponden a tasas de mortalidad anuales para las provincias españolas salvo Ceuta y Melilla, que no han sido incluidas por su heterogéneo tratamiento en las estadísticas oficiales. Junto con las tasas de mortalidad, se han recogido los datos de inmigración anual a lo largo del período.

Como variable respuesta se ha tomado la raíz cuadrada de las tasas para estabilizar la varianza tal y como sugerían los resultados de análisis exploratorios previos. Es similar a la transformación de Freeman-Tuckey utilizada en Cressie (1991), pero no requiere el uso explícito de la mortalidad cruda.

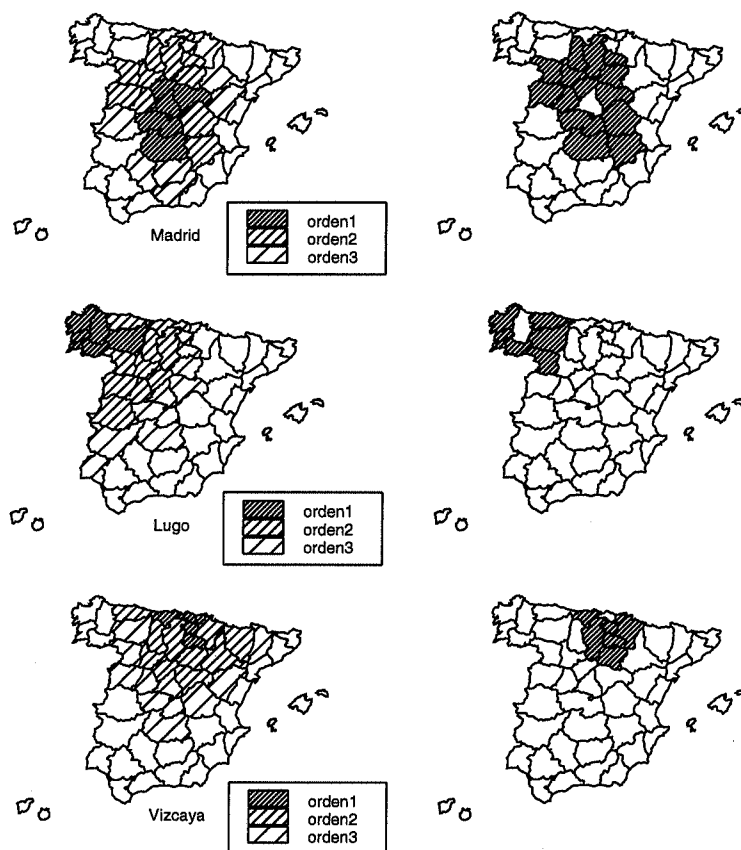


Figura 2. Sistema de vecindades espaciales.

También hemos considerado un retardo temporal de orden $p = 5$ y orden espacial $m = 3$ para el proceso auto-regresivo. Las matrices D_k , $k = 1, 2, 3$ consideradas en (9) están formadas por ceros y unos atendiendo a una medida de proximidad entre las localizaciones. Este índice de proximidad consiste en calcular el inverso de la distancia (entre capitales de provincia). Para cada provincia hemos clasificado sus vecinos según el índice esté comprendido entre determinados cuantiles de las «proximidades» (de ella misma con el resto de provincias), vecinos de orden 1, D_1 , (proximidades superiores al percentil 90), vecinos de orden 2, D_2 (superiores al percentil 70 e inferiores o iguales al 90), vecinos de orden 3, D_3 (superiores al percentil 50 e inferiores o iguales al 70). Y como matriz D hemos considerado la totalidad de «proximidades» interprovinciales y hemos considerado vecinas aquellas provincias cuyo índice supera el percentil 80 (la matriz así obtenida es simétrica).

En la figura 2 aparecen representados los vecinos de algunas provincias (en la primera columna vecinos en retardo temporal (D_1 , D_2 y D_3) y en la segunda columna vecinos en el mismo instante temporal D).

En cuanto a covariables hemos considerado la variable inmigración en cada localización sin considerar la posible influencia de los valores observados en localizaciones vecinas (influencia local, $A_{1,0} = I$), y retardo temporal $q_1 = 1$ (tras observar que considerar un retardo de $q_1 = 5$ como en la parte auto-regresiva no mejoraba significativamente el modelo). Finalmente, como también sugerían los análisis previos, consideramos una tendencia polinomial cúbica diferente para cada provincia.

Con todo ello, los modelos ajustados son los siguientes:

modelo 1 Tendencia temporal polinomial cúbica diferente para cada provincia.

modelo 2 Modelo espacio-temporal auto-regresivo con tendencia temporal local (orden temporal 5, orden espacial 3).

modelo 3 Modelo espacio-temporal auto-regresivo con tendencia temporal local (orden temporal 5, orden espacial 3) con covariable inmigración (orden temporal 1, influencia local).

Un resumen de los resultados aparece en la tabla 1 siendo ℓ el logaritmo de la verosimilitud. Como comentamos en la sección anterior, hemos usado el cociente de verosimilitudes para comparar la significación de cada modelo considerando la correspondiente distribución χ^2 y un nivel de significación de 0.05.

Tabla 1. Comparación de modelos.

modelo	$\kappa = 0$			$\kappa \neq 0$			$\Delta\ell(\text{g.l.})$ $\kappa = 0$ vs $\kappa \neq 0$
	ℓ	SSE	$\Delta\ell$ (g.l.)	ℓ	SSE	$\Delta\ell$ (g.l.)	
1	-2108.47	1097.08		-1895.49	817.61		212.98(1)
2	-1892.60	863.56	215.87 (15)	-1795.78	742.45	99.71 (15)	96.82(1)
3	-1889.27	860.37	3.33 (2)	-1790.86	738.24	4.92 (2)	98.41(1)

Los tres modelos se han estimado suponiendo $\kappa = 0$ que es equivalente a considerar que no hay interacción espacial simultánea y $\kappa \neq 0$. El incremento en la log-verosimilitud

para cada uno de los tres modelos aparece al final de cada fila y si consideramos un nivel de significación de 0.05 podemos aceptar interacción espacial simultánea frente al modelo de no interacción en los tres casos (el percentil de la distribución χ^2 con $n = 1$ grados de libertad es 3.841).

Tabla 2. Estimación de los parámetros del Modelo 3.

Parte				
auto-regr.	coef	err. std.	stat. t.	p.valor
β_{011}	0.0927	0.0112	8.2707	0.0000
β_{012}	0.0051	0.0072	0.7147	0.4749
β_{013}	-0.0062	0.0075	-0.8245	0.4098
β_{021}	-0.0107	0.0124	-0.8645	0.3874
β_{022}	-0.0149	0.0077	-1.9278	0.0541
β_{023}	0.0009	0.0082	0.1150	0.9085
β_{031}	0.0108	0.0125	0.8639	0.3878
β_{032}	0.0000	0.0078	0.0031	0.9975
β_{033}	-0.0238	0.0083	-2.8634	0.0042
β_{041}	-0.0115	0.0125	-0.9191	0.3582
β_{042}	-0.0026	0.0078	-0.3365	0.7366
β_{043}	0.0000	0.0084	0.0057	0.9954
β_{051}	-0.0395	0.0114	-3.4697	0.0005
β_{052}	0.0187	0.0074	2.5113	0.0121
β_{053}	-0.0169	0.0078	-2.1698	0.0302
Inmig.	coef ($\times 10^{-3}$)	err. std. ($\times 10^{-3}$)	stat. t.	p.valor
β_{101}	0.0035	0.0033	1.0464	0.2955
β_{111}	0.0068	0.0032	2.1025	0.0357
Interacción	simultánea			
$\hat{\kappa} = 0.0712$		$\hat{\sigma}^2 = 0.4101$		

Al mismo tiempo, para ambas hipótesis ($\kappa = 0$ o $\kappa \neq 0$) la incorporación de la parte auto-regresiva espacial y temporal (modelo 2) y la introducción de la covariable inmigración (modelo 3) es significativa frente al modelo anterior (se observa que son modelos anidados) a un nivel de significación de 0.05. Los percentiles de la distribución χ^2 con $n = 15$ y $n = 2$ grados de libertad son 24.996 y 5.991 respectivamente, que

son superados en cada caso por el doble del logaritmo del cociente de verosimilitudes, $2 \Delta \ell$).

En la tabla 2 aparecen los valores estimados de los parámetros del Modelo 3, junto con sus errores estándar aproximados. Vemos que son significativamente distintos de cero, a nivel individual y en presencia del resto de covariables, la influencia de los vecinos de orden uno espacial en un retardo temporal de un año, de orden tres espacial en un retardo de tres años y orden espacial uno, dos y tres en un retardo de cinco años, asimismo es «casi» significativamente distinta de cero, la influencia de los vecinos de orden dos espacial en un retardo temporal de dos años. La interacción simultánea viene caracterizada a través de κ y la matriz de vecindades D . En cuanto a la covariable inmigración vemos que es significativamente distinta de cero en un retardo de un año (en presencia del resto de covariables).

Este modelo explicaría la influencia directa de la mortalidad en regiones próximas a través de la componente auto-regresiva y la interacción simultánea indicándonos para cada localización qué vecinos en orden de proximidad y con que retardo temporal influyen en mayor grado. Por una parte se refleja el posible intercambio y contacto entre poblaciones vecinas («próximas» geográficamente) y por otro la difusión espacial de la enfermedad a lo largo del tiempo.

La variable inmigración completaría la explicación anterior incorporando información sobre la llegada de población que no queda explicada por el contacto entre localizaciones vecinas («próximas» geográficamente) y la influencia se da en un retardo de un año.

No obstante, el estudio de los residuos del modelo nos lleva a observar que aún persisten errores sistemáticos en algunas localizaciones a lo largo del período (ver figura 3).

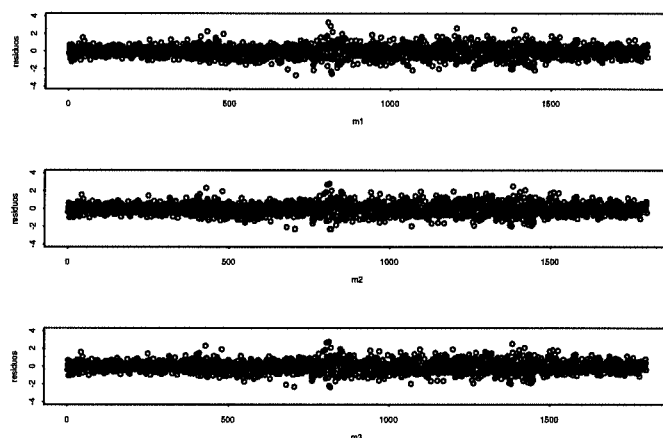


Figura 3. Residuos.

Para ver si el modelo recoge la dependencia espacial, consideramos los residuos como una serie ficticia univariante de longitud $(T - 5) * N$ (los 50 primeros términos corresponden al primer año, el segundo bloque de 50 elementos al segundo año y así sucesivamente ...), hemos visto que la función de autocorrelación de esta serie ficticia tiene un valor elevado en un retardo de 50, indicando que los residuos de una misma localidad en tiempos sucesivos siguen estando correlados. Este valor es de 0.2133 en el modelo 3.

A pesar de que este valor es menor que en los demás modelos (0.3341 para el modelo 1, y 0.2148 para el modelo 2), aún sigue siendo elevado (ver figura 4). Los residuos para los modelos 1, 2 y 3 (con dependencia espacial simultánea) aparecen en la figura 3.

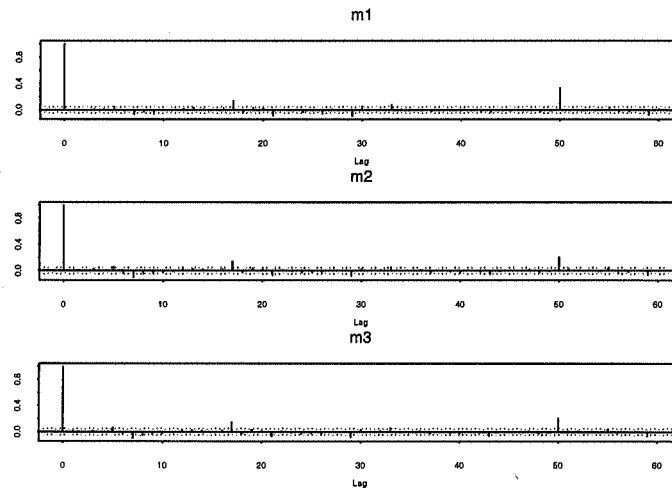


Figura 4. Función de autocorrelación para la serie ficticia de longitud $(T - s)N$.

5. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

En el presente trabajo hemos podido comprobar la adecuación de los auto-modelos dinámicos, en particular de la concatenación temporal de auto-modelos Gaussianos (CARX), para el análisis de datos geográficos de enfermedades infecciosas. Este tipo de modelo podría ser generalizado para abordar respuesta no Gaussiana mediante la consideración de otras distribuciones de la familia exponencial. Ello no entrañaría dificultad conceptual añadida en la etapa de modelización pero conllevaría una mayor complejidad en los algoritmos de maximización de la verosimilitud que, por cuanto conocemos hasta el momento, aún no están suficientemente perfeccionados.

En el estudio del caso particular de la mortalidad por meningitis en España, aceptamos el modelo 3 y con ello la hipótesis de una componente auto-regresiva espacio-temporal presente en el fenómeno estudiado así como una influencia de los movimientos migratorios en el comportamiento de la epidemia.

No obstante, el estudio de los residuos sugiere que el modelo debe ser mejorado. Como posible mejora podemos apuntar la naturaleza no lineal de la dependencia del propio pasado local, y/o el uso alternativo de otro tipo de auto-modelos no Gaussianos tales como el auto-Binomial o auto-Poisson (caso de partir de datos de mortalidad cruda). Este es un camino que aún requiere desarrollar nuevos procedimientos.

Otras posibles mejoras que pueden acometerse más fácilmente pasarían por la consideración de variantes de las matrices de dependencia espacial descritas en la expresión (9), que nosotros hemos especificado en función de la distancia geográfica pero que podrían basarse en otros criterios alternativos.

Finalmente la hipótesis de tendencia local temporal puede afectar también los resultados del análisis espacio-temporal.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer los comentarios y sugerencias de los evaluadores, los cuales han contribuido a la mejora del artículo. Este trabajo ha sido parcialmente financiado por los proyectos PB96-0776 de la Dirección General de Investigación Científica y Técnica (DGICYT) y GV99-621-01 de la Generalitat Valenciana.

REFERENCIAS

- Becker, R., Chambers, J. y Wilks, A. (1988). *The New S Language. A Programming Environment for Data Analysis and Graphics*. Wadsworth and Brooks/Cole, California.
- Besag, J. (1974). «Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems». *Journal of the Royal Statistical Society B*, 36, 192-225.
- Cliff, A. D. y Hagget, P. (1993). «Statistical modelling of measles and influenza outbreaks». *Statistical Methods in Medical Research*, 2, 43-73.
- Cliff, A. D., Hagget, P. y Stroup, D. F. (1992). «The geographic structure of measles epidemics in the northeastern united states». *American Journal of epidemiology*, 136, 592-602.
- Cliff, A. D., Ord, J. K., Basset, K. y Davies, R. B. (1975). *Elements of spatial structure: a quantitative approach*. Cambridge University Press, London.

- Cook, D. y Pocock, S. (1993). «Multiple regression in geographical mortality studies, with allowance for spatial correlation errors». *Biometrics*, 39, 361-371.
- Cressie, N. (1991). *Statistics for Spatial Data*. Wiley, New York.
- Darroch, J., Lauritzen, S. y Speed, T. (1980). «Markov fields and log-linear interaction models for contingency tables». *The Annals of Statistics*, 8, 522-539.
- Ferrándiz, J., López, A., Morales, M. y Tejerizo, M. (1995). «Spatial interaction between neighbouring counties: cancer data in Valencia (Spain)». *Biometrics*, 51, 665-678.
- Ferrándiz, J., López, A. y Sanmartín, P. (1999). «Spatial regression models in epidemiological studies». En *Disease Mapping and Risk Assessment for Public Health* (Lawson, A., Boehning, D., Lesaffre, E., Biggeri, A., Viel, J. F. y Bertollini, R., eds.), 203-215, Wiley, Chichester.
- Fisher, M. y Getis, A. (1997). *Recent developments in Spatial Analysis*. Springer, Berlin.
- Geman, D. y Geman, S. (1984). «Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images». *IEEE transactions of pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-6, 721-741.
- Gibbs, W. (1902). *Elementary principles of statistical mechanics*. Yale University Press, Connecticut.
- Knorr-Held, L. y Besag, J. (1998). «Modelling risk from disease in time and space». *Statistics in Medicine*, 17, 2045-2060.
- Logan, J. y Cliff, O. (1997). «A structural time series approach to forecasting the space-time incidence of infectious diseases: Post-war measles elimination programmes in the united states and iceland». En *Recent developments in Spatial Analysis* (Fisher, M. y Getis, A. eds.), 101-127, Springer, Berlin.
- López, A. (1997). *Modelos Lineales Generalizados Espaciales*. Tesis doctoral, Departament d'Estadística i I.O. (Universitat de València).
- Mardia, K. V. y Marshall, R. J. (1984). «Maximum likelihood estimation of models for residual covariance in spatial regression». *Biometrika*, 71, 135-146.
- Mardia, K. V. y Watkins, A. J. (1989). «On multimodality of the likelihood in the spatial linear model». *Biometrika*, 76, 289-295.
- Martin, R. y Oeppen, J. (1975). «The identification of regional forecasting models using space-time correlation functions». *Transactions of the Institute of British Geographers*, 66, 95-118.
- Martinez, F. (1989). «Reproducción social y enfermedad el caso de la infección meningocócica en España». *Actas del sexto Congreso Mundial de Medicina Social*.
- McCullagh, P. y Nelder, J. (1989). *Generalized linear models*. Chapman and Hall, London.

- Pfeifer, P. y Deutsch, S. (1980). «A three-stage iterative procedure for space-time modelling». *Technometrics*, 22, 35-47.
- Press, W., Flannery, B., Teukolsky, S. y Vetterling, W. (1986). *Numerical Recipes, the Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Richardson, S., Guihenneuc, C. y Laserre, V. (1992). «Spatial linear models with auto-correlated error structure». *The Statistician*, 41, 539-557.
- Sanmartín, P. (1997). *Agregación temporal en modelos de grafos cadena*. Tesis doctoral, Departament d'Estadística i I.O. (Universitat de València).
- Stoffer, D. (1986). «Estimation and identification of space-time ARMAX models in the presence of missing data». *Journal of the American Statistical Association*, 81, 762-772.
- Venables, W.N. y Ripley, B. D. (1999). *Modern Applied Statistics with S-plus*. Springer-Verlag, New York.
- Waller, L., Carlin, B. P., Xia, H. y Gelfand, A. E. (1997). «Hierarchical spatio-temporal mapping of disease rates». *Journal of the American Statistical Association*, 92 (438), 607-617.
- Warnes, J. J. y Ripley, B. D. (1987). «Problems with likelihood estimation of covariance functions of spatial Gaussian processes». *Biometrika*, 74, 640-642.

ENGLISH SUMMARY

TEMPORAL CONCATENATION OF SPATIAL MODELS AND ITS APPLICATION TO THE STUDY OF MENINGITIS IN SPAIN

JUAN FERRÁNDIZ FERRAGUD*
FERRAN MARTÍNEZ I NAVARRO**
PILAR SANMARTÍN FITA*

Disease mapping of infectious diseases leads in a natural way to its dynamical consideration. This work undertakes the temporal concatenation of spatial auto-regressive models to perform the analysis of meningitis mortality in Spain for the period 1950-1990 from data aggregated at province scale. Likelihood-based methods are used to achieve parameter estimation and model selection.

Keywords: Spatial-temporal analysis, spatial auto-regressive models, infectious diseases

AMS Classification (MSC 2000): 62M10, 62M30, 62P10

* Departament d'Estadística i I.O., Universitat de València, València.

** Instituto de Salud Carlos III, Madrid.

★ Departamento de Matemática Aplicada y Estadística, Universidad Politécnica de Cartagena, Paseo Alfonso XIII s/n, 30203 Cartagena.

– Received June 1999.

– Accepted January 2001.

1. INTRODUCTION

Geographical studies of epidemiological data over time require space-time regression models in order to capture the influence of covariates and spatial interactions along the studied period. Hierarchical models have been successfully applied in disease mapping thanks to MCMC methods. They are being extended to cope with spatio-temporal analysis of mortality/morbidity geographical data [see e. g. Waller et al. (1997); Knorr-Held and Besag, (1998)].

Hierarchical (or multilevel) models consider spatial interactions in a second stage of the model thus providing a natural way to incorporate the effect of hidden environmental factors.

Nevertheless, when considering infectious diseases, a direct influence of mortality/morbidity values between neighbouring regions is expected. Spatial auto-regressive models, such as Besag's auto-models [Besag (1974)], seem a more natural and intuitive approach.

In this work we undertake the analysis of meningitis mortality data in Spain by linking spatial auto-models in time. Population immigration effect has been taken into account as a covariate.

Section 2 introduces the model. Fitting methods are discussed in section 3. Section 4 is devoted to the particular analysis of annual meningitis mortality rates in Spain for the period 1950 – 1990 and the 50 peninsular provinces. Finally in section 5 we give some results and conclusions.

2. MODEL

Let us consider a multivariate time series $\{\mathbf{y}(t)\}_{t=1}^T$ where, for any time t , $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^N$ represents the data collected at sites $i = 1, \dots, N$. Given the spatial structure of the aimed data we approach the problem as a temporal concatenation of spatial Gibbs distributions. We consider the class of Besag's auto-models [Besag, (1974)] in general and the conditionally-specified auto-Gaussian model with covariates (CARX) [see Cressie (1991); Richardson et al (1992)] in particular. Their extension to the dynamic framework has been studied in [Sanmartín (1997)] according to the following formulation:

$$(1) \quad p(y_i(t) | \mathbf{y}(t)_{-i}, \mathbf{y}(t)^*, \mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_i(t)^*) \propto \exp\left\{(a_i(t) + \sum_{j \in \delta_i} \beta_{ij}(t) y_j(t)) y_i(t) + h_i(y_i(t))\right\}.$$

where $\mathbf{y}(t)_{-i}$ stands for the vector $\mathbf{y}(t)$ excluding its i -th component, and $\mathbf{y}(t)^*$, $\mathbf{x}(t)^*$,

stand for the past of $\mathbf{y}(t)$ and $\mathbf{x}(t)$ respectively. These variables enter the model through the term

$$a_i(t) = a_i(\mathbf{y}(t)^*, \mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_i(t)^*)$$

in the same way as covariates do for the static case in Ferrándiz et al. (1995) and López, (1997). In the auto-Gaussian model case, (1) leads to

$$(2) \quad \mathbf{y}(t) \mid X(t), \mathbf{y}(t)^*, X(t)^* \sim N(\boldsymbol{\mu}(t), (I - B(t))^{-1} \text{Diag}(\sigma_i^2(t)))$$

where the vector of means $\boldsymbol{\mu}(t)$ depends on $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{y}^*(t)$, $\mathbf{x}^*(t)$ according to:

$$(3) \quad \boldsymbol{\mu}(t) = \sum_{i=1}^p A_{0i} \mathbf{y}(t-i) + \sum_{j=0}^{q_r} A_{rj} \mathbf{x}(t-j)$$

Matrices A_{0i} and A_{rj} reflect spatial dependence and are usually expressed as linear combinations of fixed matrices [Cressie (1991); Stoffer (1981)]. We also consider this simplification throughout the paper. Moreover, $B(t) \equiv B$ and $\sigma_i^2(t) \equiv \sigma^2$ are considered independent with respect the time and time/location respectively.

3. MODEL FITTING

Let $s = \max\{p, q_1, \dots, q_r\}$ be the maximum temporal lag in (2). Conditioning to the s initial times, the log-likelihood function becomes

$$(4) \quad \begin{aligned} \ell(\boldsymbol{\mu}, B, \sigma^2) &= \log \left(\prod_{t=s+1}^T p(\mathbf{y}(t) \mid X(t), \mathbf{y}(t)^*, X(t)^*) \right) \\ &= -\frac{1}{2\sigma^2} Q(B, \boldsymbol{\mu}) + \frac{T-s}{2} \log |I - B| - \\ &\quad - \frac{(T-s)N}{2} \log \sigma^2 + \text{const.} \end{aligned}$$

where

$$(5) \quad Q(B, \boldsymbol{\mu}) = \sum_{t=s+1}^T (\mathbf{y}(t) - \boldsymbol{\mu}(t))' (I - B) (\mathbf{y}(t) - \boldsymbol{\mu}(t))$$

Maximum likelihood estimators can be obtained by maximizing the *profile* log-likelihood of B :

$$(6) \quad \hat{B} = \underset{B}{\operatorname{argmax}} \ell(B, \hat{\boldsymbol{\mu}}(B), \hat{\sigma}^2(\hat{\boldsymbol{\mu}}, B))$$

where

$$\hat{\mu}(B) = \underset{\mu}{\operatorname{argmin}} Q(B, \mu)$$

$$\hat{\sigma}^2(B, \hat{\mu}(B)) = \frac{1}{(T-s)N} Q(B, \hat{\mu}(B))$$

are the usual solution to the corresponding generalized least-squares problem for fixed B , as it is done in Cressie (1991) and Richardson et al. (1992) for the static CARX model.

Maximization of the profile likelihood can be performed by means of numerical robust procedures such as those based on the *downhill simplex method* of Nelder and Mead [see Press et al. (1986)].

4. MENINGITIS MORTALITY RATES IN SPAIN (1950-1990)

Here we analyze meningitis mortality annual rates in the spanish provinces (excluding Ceuta and Melilla), for the period 1950 to 1990. We have considered a temporal lag $p = 5$. The spatial matrices A_{rj} have been built up as linear combinations of constant matrices D_k corresponding to three degrees of geographic proximity. The immigration population effect has been incorporated as a covariate with temporal lag $q_1 = 1$. The following models have been compared:

Model 1 Different Temporal polynomial cubic trend for each site.

Model 2 Auto-regressive spatial-temporal model with local temporal trend (temporal order 5, spatial order 3).

Model 3 Auto-regressive spatial-temporal model with local temporal trend (temporal order 5, spatial order 3) with immigration covariate (temporal lag 1, only local influence).

We have compared these models by using the likelihood ratio test with the corresponding asymptotic χ^2 distributions.

5. COMMENTS AND CONCLUSIONS

The proposed dynamic extension of auto-Gaussian models has proved to be appropriate in order to perform spatial-temporal analysis of infectious diseases geographical data. It seems a sensible alternative in which spatial contagion interactions can be incorporated in a natural way. Its statistical analysis can be performed by likelihood-based methods.

In the particular analysis of meningitis mortality rates in Spain, **Model 3** has been proved to be the best and, consequently, beyond the implied temporal auto-regressive terms, a simultaneous spatial interaction has to be assumed. Furthermore, the influence of population immigration movements is significant in the evolution of the epidemic.

The residual study shows that this model still needs some improvement. Non-linear local temporal auto-regression and the resource to other discrete auto-models such Binomial or Poisson could overcome these difficulties.

6. ACKNOWLEDGEMENTS

The authors want to thank the referees for comments and suggestions. This work has been partially supported by the Dirección General de Investigación Científica y Técnica (DGICYT) and Generalitat Valenciana (projects PB96-0776 and GV99-621-01).

Investigació Operativa

EL ÍNDICE DE PODER DE BANZHAF EN LA UNIÓN EUROPEA AMPLIADA*

E. ALGABA

J. M. BILBAO

J. R. FERNÁNDEZ

J. J. LÓPEZ

Universidad de Sevilla*

En este trabajo se definen algoritmos, basados en funciones generatrices, para calcular el índice de poder de Banzhaf en juegos simples de votación ponderada y en juegos de doble y triple mayoría. La utilización de funciones generatrices permite un cálculo exacto del índice de Banzhaf con una reducción sensible de la complejidad temporal. Además se calculan los índices de Banzhaf para las reglas de decisión, aprobadas en la cumbre de Niza, que se utilizarán en la Unión Europea ampliada a 27 países. Finalmente, se demuestra que los sistemas de triple mayoría adoptados son equivalentes en la práctica a juegos de mayoría simple o doble, porque la cuota de población exigida para aprobar una decisión no cambia el índice de Banzhaf de los países de la Unión Europea ampliada.

The Banzhaf power index in the EU after the enlargement

Palabras clave: Funciones generatrices, índice de Banzhaf, juegos de votación

Clasificación AMS (MSC 2000): 91A12

*Este trabajo ha sido realizado con la ayuda del proyecto de investigación SEC2000-1243, del Ministerio de Ciencia y Tecnología.

*Matemática Aplicada II. Escuela Superior de Ingenieros. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla. <http://www.esi2.us.es/~mbilbao/>. E-mail: mbilbao@cica.es,

—Recibido en enero de 2001.

—Aceptado en marzo de 2001.

1. INTRODUCCIÓN

Un *juego de votación ponderada* se define en un conjunto finito N de jugadores, que pueden ser individuos, empresas, grupos políticos, países, etc. Cada jugador $i \in N$ tiene un número de votos $w_i > 0$, por lo que cada coalición de jugadores $S \subseteq N$ reúne la suma de los votos de sus componentes $w(S) = \sum_{i \in S} w_i$. Fijada una cuota q para adoptar decisiones, una coalición S es *ganadora* si $w(S) \geq q$, y es *perdedora* si $w(S) < q$. Dado que hay exactamente dos posibilidades para cada coalición de jugadores, un juego de votación ponderada es un *juego simple* $v : 2^N \rightarrow \{0, 1\}$, definido por

$$v(S) = \begin{cases} 1 & \text{si } w(S) \geq q, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

En consecuencia, un juego de votación ponderada se representa por

$$v \equiv [q; w_1, w_2, \dots, w_n].$$

El poder de un votante en el seno de una comisión o comité se define como su capacidad para influir en las decisiones aprobadas mediante un juego de votación ponderada. Los *índices de poder* son medidas «a priori» de dicho poder, basadas en calcular la capacidad de cada votante para participar en coaliciones ganadoras. Los más conocidos son los índices de Banzhaf (1965) y de Shapley-Shubik (1954). Ambos índices proporcionan una medida mucho más precisa del poder de un jugador que el número de votos que tiene derecho a emitir.

Otra cuestión que se plantea en un juego de votación es la siguiente: ¿Cómo se mide el poder de un jugador para bloquear una decisión? La respuesta a esta cuestión es que el poder de un jugador para bloquear una decisión es el mismo que tiene para aprobarla. Más precisamente, tanto el índice de Banzhaf como el de Shapley-Shubik coinciden en el juego de bloqueo y en el de aprobación. Por ello, ambos índices miden tanto la capacidad de un jugador para aprobar una propuesta como para bloquearla (ver Dubey y Shapley (1979)).

En este trabajo definiremos algoritmos para calcular el índice de poder de Banzhaf. En la sección segunda introducimos las *funciones generatrices* para resolver el *problema de contar* las coaliciones que cumplen determinadas propiedades. La sección tercera se dedica a la utilización de funciones generatrices para calcular el índice de Banzhaf. Los antecedentes de esta aproximación son los trabajos de Cantor (ver Lucas (1983)), Brams y Affuso (1976). Posteriormente, Tannenbaum (1997) elaboró algoritmos para calcular índices de poder en juegos de mayoría ponderada, usando el sistema Mathematica. Los sistemas de votación con doble y triple mayoría se introducen en la sección cuarta, en la que proponemos nuevos algoritmos para calcular los índices de Banzhaf para dichos juegos. En la última sección se presentan los resultados obtenidos al calcular el índice de Banzhaf para la Unión Europea ampliada a 27 países, usando las dos reglas de decisión aprobadas en la cumbre de Niza.

2. FUNCIONES GENERATRICES

Las funciones generatrices proporcionan un método para contar el número de elementos $c(k)$ de un conjunto finito, cuando estos elementos poseen una determinada configuración dependiente de una variable k . Dada una sucesión $\{c(k)\}_{k \geq 0}$ su función generatriz es la serie de potencias formal $f(x) = \sum_{k \geq 0} c(k)x^k$.

Es una serie formal porque no tenemos en cuenta su evaluación en valores particulares ni los problemas de convergencia. Así, por ejemplo, para cualquier número natural n el número de subconjuntos de k elementos de $N = \{1, 2, \dots, n\}$ viene dado por el coeficiente binomial

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1) \cdots (n-k+1)}{k!}.$$

Una función generatriz de los coeficientes binomiales es

$$(1+x)^n = \sum_{k \geq 0} \binom{n}{k} x^k.$$

En lo sucesivo, para simplificar la notación, $c(k)$ se escribirá como c_k . Por último, consideraremos funciones generatrices de varias variables, definidas por

$$f(x, y, z) = \sum_{k \geq 0} \sum_{j \geq 0} \sum_{l \geq 0} c_{kjl} x^k y^j z^l.$$

3. EL ÍNDICE DE PODER DE BANZHAF

En primer lugar, introducimos el concepto de *swing*. Un swing para el jugador i es un par de coaliciones $(S \cup \{i\}, S)$ tales que $i \notin S$, la coalición $S \cup \{i\}$ es ganadora y S es perdedora. A partir de ahora, escribiremos $S \cup i$ en vez de $S \cup \{i\}$ y $S \setminus i$ en lugar de $S \setminus \{i\}$. Para cada jugador $i \in N$ se denota por $\eta_i(v)$ el número de swings para el jugador i en el juego (N, v) , es decir, el número de coaliciones para las que el jugador i es decisivo. El número total de swings es $\bar{\eta}(v) = \sum_{i \in N} \eta_i(v)$, y el índice de poder de Banzhaf normalizado del jugador i viene dado por

$$\beta_i(v) = \frac{\eta_i(v)}{\bar{\eta}(v)}.$$

Sea $v \equiv [q; w_1, \dots, w_n]$ un juego de votación ponderada. El número de swings del jugador i es

$$\eta_i(v) = \sum_{k=q-w_i}^{q-1} b_k^i,$$

donde b_k^i es el número de coaliciones $S \subseteq N$ tales que $i \notin S$ y $w(S) = k$. Obsérvese que al sumar entre $q - w_i$ y $q - 1$ se obtendrá el número total de coaliciones que eran perdedoras y se convierten en ganadoras al incorporarse el jugador i . Brams y Affuso (1976) introducen la siguiente función generatriz

$$B_i(x) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j}) = \sum_{k=0}^{w(N \setminus i)} b_k^i x^k,$$

que nos permite calcular dichos números.

Ejemplo 1. Considérese el siguiente juego de votación ponderada en el actual pleno del Ayuntamiento de Sevilla:

$$N = \{1(PP), 2(PSOE), 3(PA), 4(IU)\}, \quad v \equiv [17; 13, 12, 6, 2].$$

Para calcular el índice de poder de Banzhaf normalizado usando la definición hay que determinar primero el peso y el valor de cada coalición.

Coalición	$w(S)$	$v(S)$	Coalición	$w(S)$	$v(S)$
$\emptyset$	0	0	$\{2, 3\}$	18	1
$\{1\}$	13	0	$\{2, 4\}$	14	0
$\{2\}$	12	0	$\{3, 4\}$	8	0
$\{3\}$	6	0	$\{1, 2, 3\}$	31	1
$\{4\}$	2	0	$\{1, 2, 4\}$	27	1
$\{1, 2\}$	25	1	$\{1, 3, 4\}$	21	1
$\{1, 3\}$	19	1	$\{2, 3, 4\}$	20	1
$\{1, 4\}$	15	0	$\{1, 2, 3, 4\}$	33	1

Las coaliciones S tales que $(S \cup \{i\}, S)$ es un swing para el jugador i son

Jugador	Coaliciones
1	$\{\{2\}, \{3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}\}$
2	$\{\{1\}, \{3\}, \{1, 4\}, \{3, 4\}\}$
3	$\{\{1\}, \{2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}\}$
4	$\emptyset$

Por tanto, el número de swings para cada jugador es

Jugador	$\eta_i(v)$
1	4
2	4
3	4
4	0

El número total de swings es $\bar{\eta}(v) = \sum_{i \in N} \eta_i(v) = 12$, y el índice de Banzhaf normalizado es $\beta(v) = (1/3, 1/3, 1/3, 0)$.

Para calcular el índice de Banzhaf con funciones generatrices, hay que determinar en primer lugar las funciones $B_i(x) = \prod_{j=1, j \neq i} (1 + x^{w_j})$.

$$\begin{aligned} B_1(x) &= (1 + x^{12})(1 + x^6)(1 + x^2) = 1 + x^2 + x^6 + x^8 + x^{12} + x^{14} + x^{18} + x^{20}, \\ B_2(x) &= (1 + x^{13})(1 + x^6)(1 + x^2) = 1 + x^2 + x^6 + x^8 + x^{13} + x^{15} + x^{19} + x^{21}, \\ B_3(x) &= (1 + x^{13})(1 + x^{12})(1 + x^2) = 1 + x^2 + x^{12} + x^{13} + x^{14} + x^{15} + x^{25} + x^{27}, \\ B_4(x) &= (1 + x^{13})(1 + x^{12})(1 + x^6) = 1 + x^6 + x^{12} + x^{13} + x^{18} + x^{19} + x^{25} + x^{31}. \end{aligned}$$

El número de swings del jugador i se obtiene con

$$\eta_i(v) = \sum_{k=q-w_i}^{q-1} b_k^i.$$

Por tanto,

$$\begin{aligned} \eta_1(v) &= \sum_{k=4}^{16} b_k^1 = 4, & \eta_2(v) &= \sum_{k=5}^{16} b_k^2 = 4, \\ \eta_3(v) &= \sum_{k=11}^{16} b_k^3 = 4, & \eta_4(v) &= \sum_{k=15}^{16} b_k^4 = 0. \end{aligned}$$

Finalmente, el número total de swings es

$$\bar{\eta}(v) = \sum_{i \in N} \eta_i(v) = 12,$$

y el índice de Banzhaf normalizado es $\beta(v) = (1/3, 1/3, 1/3, 0)$.

En el ejemplo anterior, el número de coeficientes no nulos de los polinomios $B_i(x)$ está acotado por el número de coeficientes no nulos del polinomio

$$B(x) = (1 + x^{13})(1 + x^{12})(1 + x^6)(1 + x^2).$$

En general, para cualquier juego de votación ponderada $v \equiv [q; w_1, \dots, w_n]$ el número c de coeficientes no nulos del polinomio $B(x)$ verifica

$$n + 1 \leq c \leq \min(2^n, w(N) + 1).$$

Si se conoce el número de coeficientes no nulos del polinomio $B(x)$ entonces se tiene una cota de la complejidad del problema. A continuación se incluyen tres ejemplos para aclarar esta cuestión.

Ejemplo 2. En el juego de votación $v \equiv [17; 13, 12, 6, 2]$ del ejemplo anterior, el polinomio $B(x)$ viene dado por

$$B(x) = (1 + x^{13}) (1 + x^{12}) (1 + x^6) (1 + x^2).$$

Aquí se verifica que $c = 16$, $w(N) + 1 = 34$ y $2^4 = 16$.

Ejemplo 3. La composición del Congreso de los Diputados de España, durante la Legislatura comprendida entre los años 1996 y 2000, era la siguiente:

1 (<i>PP</i>) 156 escaños	7 (<i>BNG</i>) 2 escaños
2 (<i>PSOE</i>) 141 escaños	8 (<i>HB</i>) 2 escaños
3 (<i>IU</i>) 21 escaños	9 (<i>ERC</i>) 1 escaño
4 (<i>CiU</i>) 16 escaños	10 (<i>EA</i>) 1 escaño
5 (<i>PNV</i>) 5 escaños	11 (<i>UV</i>) 1 escaño
6 (<i>CC</i>) 4 escaños	

En dicha legislatura, el poder de los partidos en el Congreso se puede analizar mediante el juego simple de votación ponderada

$$v \equiv [176; 156, 141, 21, 16, 5, 4, 2, 2, 1, 1, 1].$$

El polinomio $B(x)$ viene dado por

$$(1 + x^{156}) (1 + x^{141}) (1 + x^{21}) (1 + x^{16}) (1 + x^5) (1 + x^4) (1 + x^2)^2 (1 + x)^3,$$

y se verifica que $c = 177$, $w(N) + 1 = 351$ y $2^{11} = 2048$.

Ejemplo 4. Considérese el juego de votación correspondiente a la toma de decisiones en el Consejo de la Unión Europea. El conjunto de jugadores lo forman los 15 países miembros:

{Alemania, Reino Unido, Francia, Italia, España, Países Bajos, Grecia, Bélgica, Portugal, Suecia, Austria, Dinamarca, Finlandia, Irlanda, Luxemburgo}.

Con los actuales votos, dicho juego se representa por

$$v \equiv [62; 10, 10, 10, 10, 8, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 3, 3, 3, 2].$$

En este caso el polinomio $B(x)$ es

$$(1+x^{10})^4 (1+x^8) (1+x^5)^4 (1+x^4)^2 (1+x^3)^3 (1+x^2),$$

y se verifica que $c = 86$, $w(N) + 1 = 88$ y $2^{15} = 32768$.

Obsérvese que para determinar el índice de Banzhaf, en el juego de votación ponderada correspondiente al Consejo de la Unión Europea, hemos de analizar los coeficientes de 15 polinomios $B_i(x)$, uno para cada jugador, y el número de coeficientes no nulos de cada uno de estos polinomios se encuentra acotado por $c = 86$. Este número es la referencia a tener en cuenta para analizar la complejidad del problema usando funciones generatrices. En este caso, el número c es muy inferior al número total de coaliciones 2^{15} , lo que explica la utilidad del método de las funciones generatrices y la rapidez de los algoritmos que lo implementan. Usando el sistema *Mathematica*, el cálculo del índice de Banzhaf para el juego de votación ponderada correspondiente al Consejo de la Unión Europea, mediante funciones generatrices puede hacerse en menos de un segundo en cualquier computador personal.

En el juego de la Unión Europea, el número $c = 86$ es menor que el número $c = 177$ del juego del Congreso de los Diputados. Por ello, aunque la Unión Europea tiene más jugadores que el Congreso, el tiempo de cómputo del índice de Banzhaf, usando funciones generatrices, es menor en el juego de la Unión Europea.

4. JUEGOS CON DOBLE Y TRIPLE MAYORÍA

Uno de los acuerdos fundamentales de la cumbre de Jefes de Estado y de Gobierno de la Unión Europea, celebrada en Niza en el mes de diciembre de 2000, ha sido la aprobación de nuevos sistemas de votación de cara a la ampliación de la misma. Se han debatido diversos sistemas de votación para regular el funcionamiento del Consejo de la Unión Europea, aprobándose dos modelos de triple mayoría con una reponderación de los votos actuales.

Dados dos juegos simples $v_1, v_2 : 2^N \rightarrow \{0, 1\}$, Dubey (1975) define el juego simple $(v_1 \wedge v_2)(S) = \min\{v_1(S), v_2(S)\}$ para usar el axioma de transferencia en la caracterización del valor de Shapley para juegos simples. Si $v_1 \equiv [q; w_1, \dots, w_n]$ y $v_2 \equiv [p; p_1, \dots, p_n]$ son juegos de votación, entonces el juego de votación con *doble mayoría* $v_1 \wedge v_2$ verifica:

$$(v_1 \wedge v_2)(S) = \min\{v_1(S), v_2(S)\} = \begin{cases} 1 & \text{si } w(S) \geq q \text{ y } p(S) \geq p, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

El juego de votación ponderada con *triple mayoría* se define como la composición de tres juegos, dada por

$$(v_1 \wedge v_2 \wedge v_3)(S) = \min \{v_1(S), v_2(S), v_3(S)\}.$$

En estos juegos de votación de doble o triple mayoría, el índice de Banzhaf se define de la misma forma,

$$\beta_i(v) = \frac{\eta_i(v)}{\bar{\eta}(v)},$$

y en consecuencia debemos calcular, para cada jugador i , su número de swings. Este número se puede calcular considerando el conjunto de coaliciones ganadoras a las que pertenece el jugador i y, dentro de él, el subconjunto de coaliciones en las que no sea necesaria su presencia para que sean ganadoras. En un juego de doble mayoría, el número de swings del jugador i viene dado por la fórmula

$$\eta_i(v) = \sum_{k=q-w_i}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=p-p_i}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i - \sum_{k=q}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=p}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i,$$

donde b_{kr}^i es el número de coaliciones S que no incluyen al jugador i tales que $w(S) = k$ y $p(S) = r$ (véase Fernández García (2000)). En este caso, el cálculo de los números $\{b_{kr}^i\}_{k \geq 0, r \geq 0}$ para cada jugador $i \in N$ puede hacerse a partir de la siguiente función generatriz:

$$B_i(x, y) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j} y^{p_j}) = \sum_{k=0}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=0}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i x^k y^r.$$

El número c de coeficientes no nulos de $B(x, y) = \prod_{j=1}^n (1 + x^{w_j} y^{p_j})$ verifica

$$n + 1 \leq c \leq \min(2^n, w(N)p(N) + 1),$$

lo que nos da una medida de la complejidad del problema. La complejidad temporal de estos algoritmos ha sido estudiada por Bilbao, Fernández García, Jiménez-Losada y López (2000).

Ejemplo 5. En un organismo del Ayuntamiento de Sevilla formado por un representante de cada uno de los partidos con representación municipal, los acuerdos se toman con la mayoría absoluta de sus miembros, los cuales, además, deben representar la mayoría absoluta de los concejales. Entonces se trata del juego de doble mayoría $v_1 \wedge v_2$, donde $v_1 \equiv [17; 13, 12, 6, 2]$ y $v_2 \equiv [3; 1, 1, 1, 1]$. Toda coalición ganadora en v_2 es ganadora en v_1 , luego $v_2(S) \leq v_1(S)$ para toda coalición $S \subseteq N$. Entonces el juego $v_1 \wedge v_2 = v_2$ y su índice de Banzhaf es $\beta(v_2) = (1/4, 1/4, 1/4, 1/4)$ porque los cuatro jugadores son simétricos. Su función característica es

$$(\nu_1 \wedge \nu_2)(S) = \begin{cases} 1 & \text{si } w(S) \geq 17 \text{ y } p(S) \geq 3, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

En primer lugar, calculamos las funciones $B_i(x, y) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j} y^{p_j})$.

$$\begin{aligned} B_1(x, y) &= 1 + x^2 y + x^6 y + x^8 y^2 + x^{12} y + x^{14} y^2 + x^{18} y^2 + x^{20} y^3, \\ B_2(x, y) &= 1 + x^2 y + x^6 y + x^{13} y + x^8 y^2 + x^{15} y^2 + x^{19} y^2 + x^{21} y^3, \\ B_3(x, y) &= 1 + x^2 y + x^{12} y + x^{13} y + x^{14} y^2 + x^{15} y^2 + x^{25} y^2 + x^{27} y^3, \\ B_4(x, y) &= 1 + x^6 y + x^{12} y + x^{13} y + x^{18} y^2 + x^{19} y^2 + x^{25} y^2 + x^{31} y^3. \end{aligned}$$

Para calcular los swings de cada jugador se calcula la diferencia

$$\eta_i(v) = \sum_{k=q-w_i}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=p-p_i}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i - \sum_{k=q}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=p}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i,$$

y se obtienen los swings

$$\begin{aligned} \eta_1(v) &= \sum_{k=4}^{20} \sum_{r=2}^3 b_{kr}^1 - \sum_{k=17}^{20} \sum_{r=3}^3 b_{kr}^1 = 4 - 1 = 3, \\ \eta_2(v) &= \sum_{k=5}^{21} \sum_{r=2}^3 b_{kr}^2 - \sum_{k=17}^{21} \sum_{r=3}^3 b_{kr}^2 = 4 - 1 = 3, \\ \eta_3(v) &= \sum_{k=11}^{27} \sum_{r=2}^3 b_{kr}^3 - \sum_{k=17}^{27} \sum_{r=3}^3 b_{kr}^3 = 4 - 1 = 3, \\ \eta_4(v) &= \sum_{k=15}^{31} \sum_{r=2}^3 b_{kr}^4 - \sum_{k=17}^{31} \sum_{r=3}^3 b_{kr}^4 = 4 - 1 = 3. \end{aligned}$$

Como el número total de swings es $\bar{\eta}(v) = \sum_{i=1}^n \eta_i(v) = 12$, tenemos que el índice de Banzhaf es $(1/4, 1/4, 1/4, 1/4)$.

Con objeto de facilitar el cálculo de los coeficientes $\{b_{kr}^i\}_{k \geq 0, r \geq 0}$ necesarios para determinar el número de swings, se pueden utilizar tablas para representar los polinomios $B_i(x, y)$. Así, el almacenamiento en una matriz de los coeficientes del polinomio $B_i(x, y)$ sería de la forma que se indica en la siguiente figura, pudiendo intuirse claramente que el cálculo del número de swings vendrá dado por la diferencia entre las sumas de todos los elementos de cada una de las submatrices resaltadas.

$$\begin{array}{c} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ \vdots \\ x^{q-w_i} \\ \vdots \\ x^q \\ \vdots \\ x^{w(N \setminus i)} \end{array}$$

$$B_1(x,y) = 1 + x^2y + x^6y + x^8y^2 + x^{12}y + x^{14}y^2 + x^{18}y^2 + x^{20}y^3$$

es como se indica a continuación. Los swings del jugador 1 se obtendrían a partir de los bloques señalados.

$$\begin{array}{l} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \\ x^5 \\ x^6 \\ x^7 \\ x^8 \\ x^9 \\ x^{10} \\ x^{11} \\ x^{12} \\ x^{13} \\ x^{14} \\ x^{15} \\ x^{16} \\ x^{17} \\ x^{18} \\ x^{19} \\ x^{20} \end{array}$$

Observemos que el elemento que ocupa la posición $(k+1, r+1)$ en la matriz coincide con el coeficiente b_{kr}^1 del polinomio $B_1(x, y) = \sum_{k=0}^{20} \sum_{r=0}^3 b_{kr}^1 x^k y^r$.

Una vez construida la matriz, para calcular el número de swings del jugador i se determina primero el cardinal del conjunto de coaliciones ganadoras a las que pertenece dicho jugador,

$$s_1^i = \sum_{k=q-w_i}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=p-p_i}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i,$$

el cual puede obtenerse sumando los elementos no nulos del bloque constituido por las filas que van desde la $q - w_i + 1$ hasta la $w(N \setminus i) + 1$ y por las columnas comprendidas entre la $p - p_i + 1$ hasta la columna $p(N \setminus i) + 1$, ambas inclusive. Seguidamente, se determina el cardinal del subconjunto de coaliciones ganadoras a las que pertenece el jugador i pero en las que su presencia no es necesaria para que sean ganadoras,

$$s_2^i = \sum_{k=q}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=p}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i.$$

Este cardinal puede obtenerse sumando los elementos no nulos del bloque constituido por las filas que van desde la $q + 1$ hasta $w(N \setminus i) + 1$ y por las columnas comprendidas entre la $p + 1$ hasta la columna $p(N \setminus i) + 1$, ambas inclusive. Por último, el número de swings del jugador i se obtiene evaluando la diferencia

$$\eta_i = s_1^i - s_2^i.$$

Este método se extiende a juegos de triple mayoría, obteniéndose fórmulas y algoritmos semejantes (ver Bilbao, Fernández García y López (2001a), (2001b)).

5. LAS REGLAS DE NIZA

En esta sección presentamos los resultados obtenidos al calcular los índices de poder de Banzhaf para la Unión Europea ampliada a 27 países, usando las dos reglas de decisión que se han aprobado en la cumbre de Niza celebrada del 7 al 9 de Diciembre de 2000. Los jugadores son:

{Alemania, Reino Unido, Francia, Italia, España, Polonia, Rumanía, Países Bajos,
Grecia, Rep. Checa, Bélgica, Hungría, Portugal, Suecia, Bulgaria, Austria,
Rep. Eslovaca, Dinamarca, Finlandia, Irlanda, Lituania, Letonia, Eslovenia,
Estonia, Chipre, Luxemburgo, Malta}.

La primera regla de decisión es el juego triple $v_1 \wedge v_2 \wedge v_3$, donde los juegos de votación ponderada correspondientes a votos, países y población son los siguientes:

$v_1 \equiv [255; 29, 29, 29, 29, 27, 27, 14, 13, 12, 12, 12, 12, 12, 10, 10, 10, 7, 7, 7, 7, 4, 4, 4, 4, 3],$

$v_2 \equiv [14; 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1],$

$v_3 \equiv [620; 170, 123, 122, 120, 82, 80, 47, 33, 22, 21, 21, 21, 21, 18, 17, 17, 11, 11, 11, 8, 8, 5, 4, 3, 2, 1, 1].$

El juego v_3 se define asignando a cada país un número de votos igual al tanto por mil de su población sobre la población total, y la cuota representa el 62% de la población total. Así, una votación será favorable cuando la respalden 14 países con al menos 255 votos y con al menos el 62% de población.

La segunda regla de decisión es el juego triple $v_1 \wedge v'_2 \wedge v_3$, donde el juego de votación ponderada v'_2 consiste en una mayoría cualificada de 2/3 de los países, es decir,

$v'_2 \equiv [18; 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1].$

A continuación presentamos una tabla que contiene los índices de poder de Banzhaf de los países si se usa la primera regla de decisión. En la columna *I. Pob.* se incluye el porcentaje de población sobre el total, y en la columna *I. Votos* el porcentaje de votos de cada país sobre el total. Los índices de Banzhaf del juego v_1 se incluyen en la columna *Poder UE1*, y los índices de Banzhaf del juego triple $v_1 \wedge v_2 \wedge v_3$ en la columna *Poder UE3*.

Tabla 1. El Poder en la Unión Europea.

Países	Población	Votos	I. Pob.	I. Votos	Poder UE1	Poder UE3
Alemania	82.038	29	0.170	0.084	0.0778	0.0778
Reino Unido	59.247	29	0.123	0.084	0.0778	0.0778
Francia	58.966	29	0.123	0.084	0.0778	0.0778
Italia	57.612	29	0.120	0.084	0.0778	0.0778
España	39.394	27	0.082	0.078	0.0742	0.0742
Polonia	38.667	27	0.080	0.078	0.0742	0.0742
Rumanía	22.489	14	0.047	0.041	0.0426	0.0426
Países Bajos	15.760	13	0.033	0.038	0.0397	0.0397
Grecia	10.533	12	0.022	0.035	0.0368	0.0368
R. Checa	10.290	12	0.021	0.035	0.0368	0.0368
Bélgica	10.213	12	0.021	0.035	0.0368	0.0368
Hungría	10.092	12	0.021	0.035	0.0368	0.0368
Portugal	9.980	12	0.021	0.035	0.0368	0.0368
Suecia	8.854	10	0.018	0.029	0.0309	0.0309
Bulgaria	8.230	10	0.017	0.029	0.0309	0.0309
Austria	8.082	10	0.017	0.029	0.0309	0.0309
R. Eslovaca	5.393	7	0.011	0.020	0.0218	0.0218
Dinamarca	5.313	7	0.011	0.020	0.0218	0.0218
Finlandia	5.160	7	0.011	0.020	0.0218	0.0218
Irlanda	3.744	7	0.008	0.020	0.0218	0.0218
Lituania	3.701	7	0.008	0.020	0.0218	0.0218
Letonia	2.439	4	0.005	0.012	0.0125	0.0125
Eslovenia	1.978	4	0.004	0.012	0.0125	0.0125
Estonia	1.446	4	0.003	0.012	0.0125	0.0125
Chipre	0.752	4	0.002	0.012	0.0125	0.0125
Luxemburgo	0.429	4	0.001	0.012	0.0125	0.0125
Malta	0.379	3	0.001	0.009	0.0094	0.0094

A partir de la tabla 1 extraemos las siguientes conclusiones:

- La primera regla de decisión, que consiste en un sistema de triple mayoría, es equivalente al primer juego de mayoría cualificada. El poder de todos los países es prácticamente el mismo con el juego simple v_1 , con el juego doble $v_1 \wedge v_2$ y con el juego triple $v_1 \wedge v_2 \wedge v_3$.
- La segunda regla de decisión, que difiere de la primera en exigir la aprobación de al menos $2/3$ de los países, es equivalente al juego de doble mayoría $v_1 \wedge v_2$. En esta regla, la cuota de población exigida para aprobar una decisión no cambia el poder de los países.
- Francia ha conseguido su objetivo, pues tiene el mismo poder que Alemania con las dos reglas de decisión aprobadas.
- Alemania, el Reino Unido, Francia e Italia tienen un índice de poder igual a 0.0778, que es claramente inferior a sus respectivos índices de población.
- Las dos reglas de decisión penalizan a Alemania, si se usa el criterio de comparar su índice de poder (0.0778) con su índice de población (0.170).
- La posición de España es muy equilibrada: su índice de Banzhaf es 0.0742 y su índice de votos es 0.078, con un índice de población de 0.082. La posición de Polonia es idéntica a la de España.
- Rumanía tiene un índice de votos y un índice de poder que se encuentran por debajo de su índice de población. A los Países Bajos les sucede lo contrario: su índice de votos y su índice de poder son superiores a su índice de población.
- Los demás países tienen un índice de poder superior a sus índices de población y votos. El más beneficiado es Luxemburgo: tiene un índice de Banzhaf de 0.0125 con un índice de población de 0.0009.

El poder de los países que formarán la Unión Europea ampliada se ha calculado en base a las ponderaciones de votos contenidas en el Tratado de Niza. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que este modelo puede enriquecerse modelando las preferencias de los países en el proceso de formación de coaliciones.

En ese caso el poder de dichos países podría calcularse usando valores restringidos, como el valor de Myerson (1977) para situaciones de comunicación modeladas por grafos y el valor de Owen (1977) para particiones en bloques del conjunto de los países de la Unión Europea ampliada.

En un juego con 27 jugadores, el número total de coaliciones que pueden formarse es $2^{27} = 134217728$. Por ello, las argumentaciones «ad hoc» del tipo «tres grandes bloquean», basadas únicamente en el análisis de media docena de coaliciones ganadoras, carecen de fundamento racional.

Por ejemplo: para el juego simple v_1 con la cuota $q = 255$, que denominamos *Juego UE1*, el número total de swings es 28186428; y para el juego de triple mayoría $v_1 \wedge v_2 \wedge v_3$ (votos, mayoría de países y más del 62% de la población) que denominamos *Juego UE3*, el número de swings es 28186324. La diferencia es insignificante: sólo 104 swings sobre un total de más de 28 millones.

En la siguiente tabla se incluye el número de swings para cada país en ambos juegos.

Tabla 2. Número de swings.

Países	Juego UE1	Juego UE3	Diferencia
Alemania	2193664	2193654	-10
Reino Unido	2193664	2193650	-14
Francia	2193664	2193650	-14
Italia	2193664	2193650	-14
España	2091380	2091358	-22
Polonia	2091380	2091358	-22
Rumanía	1200504	1200482	-22
Países Bajos	1120138	1120116	-22
Grecia	1038492	1038476	-16
Rep. Checa	1038492	1038476	-16
Bélgica	1038492	1038476	-16
Hungría	1038492	1038476	-16
Portugal	1038492	1038476	-16
Suecia	871654	871654	0
Bulgaria	871654	871654	0
Austria	871654	871654	0
Rep. Eslovaca	614702	614712	10
Dinamarca	614702	614712	10
Finlandia	614702	614712	10
Irlanda	614702	614712	10
Lituania	614702	614712	10
Letonia	352374	352384	10
Eslovenia	352374	352384	10
Estonia	352374	352384	10
Chipre	352374	352384	10
Luxemburgo	352374	352384	10
Malta	265568	265584	16

El incremento del poder de Alemania, con respecto al Reino Unido, Francia e Italia en el juego de triple mayoría $v_1 \wedge v_2 \wedge v_3$ es insignificante: la diferencia es de 4 swings sobre un total de más de 28 millones. Respecto al juego de triple mayoría $v_1 \wedge v'_2 \wedge v_3$, la diferencia es también de 4 swings a favor de Alemania, sobre un total de más de 24 millones y medio de swings. En consecuencia, la diferencia entre los índices de Banzhaf de Alemania y del Reino Unido, Francia e Italia son, respectivamente, menores que 1.4×10^{-7} y 1.6×10^{-7} .

Los algoritmos y los índices de poder obtenidos para la Unión Europea de 15 y 27 países, con la nueva reponderación de votos aprobada en Niza, están contenidos en los dos *notebook* del sistema Mathematica elaborados por Bilbao, Fernández García y López (2001a), (2001b).

La principal conclusión que se obtiene de los cálculos realizados es que *las dos reglas de triple mayoría aprobadas en la cumbre de Niza son equivalentes en la práctica a un juego de mayoría simple (la primera) o doble (la segunda)*. Con ambas reglas, la cuota de población exigida para aprobar una decisión no cambia el índice de poder de Banzhaf normalizado de los países de la Unión Europea ampliada.

6. CONTRADICCIONES EN EL TRATADO DE NIZA

El Tratado de Niza contiene la *Declaración relativa a la ampliación de la Unión Europea* y la *Declaración relativa al umbral de la mayoría cualificada y al número de votos de la minoría de bloqueo*. En estos acuerdos se establecen disposiciones que son contradictorias entre sí. En la página 162 del Tratado, después del cuadro con la ponderación de los votos en el Consejo de 27 países, se dice textualmente:

«Para su adopción, los acuerdos del Consejo requerirán al menos 258 votos que representen la votación favorable de la mayoría de los miembros, cuando en virtud del presente Tratado deban ser adoptados a propuesta de la Comisión. En los demás casos, requerirán al menos 258 votos que representen la votación favorable de dos tercios de los miembros como mínimo.»

En consecuencia, la mayoría cualificada de 258 votos sobre un total de 345 votos representa un porcentaje del 74,78 por ciento. En la página 165 del Tratado se establece que:

«En la medida en que todos los Estados candidatos que figuran en la lista incluida en la Declaración relativa a la ampliación de la Unión Europea

no se hayan adherido todavía a la Unión cuando entren en vigor las nuevas ponderaciones de votos (1 de enero de 2005), el umbral de la mayoría cualificada evolucionará en función del ritmo de las adhesiones, a partir de un porcentaje inferior al porcentaje actual hasta alcanzar un máximo del 73,4%. Cuando se hayan adherido todos los Estados candidatos anteriormente mencionados, la minoría de bloqueo, en una Unión de 27, pasará a 91 votos y el umbral de la mayoría cualificada resultante del cuadro que figura en la Declaración relativa a la ampliación de la Unión Europea será adaptado en consecuencia automáticamente.»

Cuando se hayan adherido todos los Estados candidatos, el total de votos en el Consejo será de $n = 345$. Por tanto, una minoría de bloqueo de $b = 91$ votos implicará automáticamente una mayoría cualificada de $q = n + 1 - b = 255$ votos, que es el 73,91 por ciento de los votos. En consecuencia:

1. Las dos mayorías cualificadas de 258 y 255 votos, aprobadas en el Tratado de Niza para el Consejo de 27 países, superan el porcentaje máximo del 73,4 por ciento, fijado en la Declaración relativa al umbral de la mayoría cualificada.
2. La mayoría cualificada de 258 votos *no podrá aplicarse nunca*. La razón es que la adhesión de todos los candidatos obliga a fijar la minoría de bloqueo en 91 votos y la mayoría cualificada en 255 votos. En el caso de que no se hayan producido todas las adhesiones, el umbral de la mayoría deberá ser menor o igual que el 73,4 por ciento de un máximo de 342 votos (345 menos 3). Es decir, será menor o igual que 251 votos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen las correcciones y sugerencias de dos evaluadores anónimos que han contribuido a mejorar y completar este trabajo.

REFERENCIAS

- Banzhaf III, J. F. (1965). «Weighted Voting Doesn't Work: A Mathematical Analysis». *Rutgers Law Review*, 19, 317-343.
- Bilbao, J. M., Fernández García, J. R. & López, J. J. (2001a). «Nice rules and voting power in the 15-European Union». Notebook contenido en <http://www.esi2.us.es/~mbilbao/notebook/eu15nice.pdf>
- (2001b). «Nice rules and voting power in the 27-European Union». Notebook contenido en <http://www.esi2.us.es/~mbilbao/notebook/eu27nice.pdf>

- Bilbao, J. M., Fernández García, J. R., Jiménez-Losada A. & López, J. J. (2000). «Generating functions for computing power indices efficiently». *TOP*, 8(2) 191-213.
- Brams, S. J. & Affuso, P. J. (1976). «Power and Size: A New Paradox». *Theory and Decision*, 7, 29-56.
- Dubey, P. (1975). «On the uniqueness of the Shapley value». *International Journal of Game Theory*, 4, 131-139.
- Dubey, P. & Shapley, L. S. (1979). «Mathematical properties of the Banzhaf power index». *Mathematics of Operations Research*, 4, 99-131.
- Fernández García, J. R. (2000). *Complejidad y algoritmos en juegos cooperativos*. Tesis doctoral, Universidad de Sevilla.
- Lucas, W. F. (1983). «Measuring Power in Weighted Voting Systems». En: Brams, Lucas, Straffin (Eds.), *Political and related models*, Springer-Verlag, New York, pp. 183-238.
- Myerson, R. B. (1977). «Graphs and cooperation in games». *Mathematics of Operations Research*, 2, 225-229.
- Owen, G. (1977). «Values of Games with a priori Unions». En: Henn, Moeschlin (Eds.), *Mathematical Economics and Game Theory*, Springer-Verlag, New York, pp. 76-88.
- Shapley, L. S. & Shubik, M. (1954). «A method for evaluating the distribution of power in a committee system». *American Political Science Review*, 48, 787-792.
- Tannenbaum, P. (1997). «Power in Weighted Voting Systems». *The Mathematica Journal* 7, 58-63.

ENGLISH SUMMARY

THE BANZHAF POWER INDEX IN THE EU AFTER THE ENLARGEMENT*

E. ALGABA

J. M. BILBAO

J. R. FERNÁNDEZ

J. J. LÓPEZ

Universidad de Sevilla*

The purpose of this paper is to compute the Banzhaf power index for weighted voting games as well as weighted double and triple majority games. We calculate the Banzhaf index in an exact way by generating functions, with a significant decrease of the computational complexity. Moreover, the Banzhaf indices are calculated for the decision rules approved in the Nice summit meeting, which will be used in the European Union enlarged to 27 countries. Finally, we show that the triple majority systems adopted are equivalent to weighted simple or double majority games, because the required population quota to approve a decision does not changes the Banzhaf power of the countries.

Keywords: Generating functions, Banzhaf power index, voting games

AMS Classification (MSC 2000): 91A12

*Este trabajo ha sido realizado con la ayuda del proyecto de investigación SEC2000-1243, del Ministerio de Ciencia y Tecnología.

*Matemática Aplicada II. Escuela Superior de Ingenieros. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla. <http://www.esi2.us.es/~mbilbao/> E-mail: mbilbao@cica.es,

–Received January 2001.

–Accepted March 2001.

A *weighted voting game* is defined on a finite set N of players. Each player $i \in N$ has a number of votes $w_i > 0$, so each coalition of players $S \subseteq N$ has the sum of votes of its components $w(S) = \sum_{i \in S} w_i$. Fixed a quota q to take decisions, a coalition S is *winning* si $w(S) \geq q$, and is *losing* if $w(S) < q$. A weighted voting game is a simple game $v: 2^N \rightarrow \{0, 1\}$ defined by $v(S) = 1$ if $w(S) \geq q$, and $v(S) = 0$ otherwise. Consequently, a weighted voting game is represented by the following scheme

$$v \equiv [q; w_1, w_2, \dots, w_n].$$

The power of a player is defined as its capacity to influence in the decisions adopted by a weighted voting game. The *power indices* are measures «*a priori*» of this power, based on computing the capacity of each player to participate in winning coalitions. There are two well-known power indices, the Banzhaf index (Banzhaf, 1965) and the Shapley-Shubik index (Shapley and Shubik, 1954). Both of them give a measure more precise of the power of a player that the number of votes that this player has assigned.

In this work, we focus on computing the Banzhaf index by generating functions. This allows to obtain some conclusions about the power of the countries under the Nice rules. The starting point of this approach are in works due to Cantor (see Lucas (1983)), Brams and Affuso (1976) and Tannenbaum (1997).

A *swing* for player i is a pair of coalitions $(S \cup \{i\}, S)$ such that $i \notin S$, the coalition $S \cup \{i\}$ is winning and S is losing. For each player $i \in N$ is denoted by $\eta_i(v)$ the number of swings for player i in the game (N, v) . The total number of swings is $\bar{\eta}(v) = \sum_{i \in N} \eta_i(v)$, and the Banzhaf power index normalized of player i is given by

$$\beta_i(v) = \frac{\eta_i(v)}{\bar{\eta}(v)}.$$

Let $v = [q; w_1, \dots, w_n]$ be a weighted voting game. The number of swings of player i is

$$\eta_i(v) = \sum_{k=q-w_i}^{q-1} b_k^i,$$

where b_k^i the number of coalitions $S \subseteq N$ such that $i \notin S$ and $w(S) = k$. Note that summing from $q - w_i$ to $q - 1$ is obtained the total number of coalitions that were losing and become in winning when is incorporated player i . Brams and Affuso (1976) introduce the following generating function

$$B_i(x) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j}) = \sum_{k=0}^{w(N \setminus i)} b_k^i x^k,$$

that allows to compute these numbers. Given two weighted voting games $v_1 = [q; w_1, \dots, w_n]$ and $v_2 = [p; p_1, \dots, p_n]$, the weighted *double majority* game $v_1 \wedge v_2$, satisfies

$$(v_1 \wedge v_2)(S) = \min \{v_1(S), v_2(S)\} = \begin{cases} 1 & \text{if } w(S) \geq q \text{ and } p(S) \geq p, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Similarly, a weighted *triple majority* game is defined by

$$(\nu_1 \wedge \nu_2 \wedge \nu_3)(S) = \min \{ \nu_1(S), \nu_2(S), \nu_3(S) \}.$$

For a weighted double majority game the number of swings of player i is

$$\eta_i(\nu) = \sum_{k=q-w_i}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=p-p_i}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i - \sum_{k=q}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=p}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i,$$

where b_{kr}^i is the number of coalitions S that do not include player i such that $w(S) = k$ and $p(S) = r$ (see Fernández García (2000)). In this case, the computation of the numbers $\{b_{kr}^i\}_{k,r \geq 0}$, for every player $i \in N$, can be done from the following generating function

$$B_i(x, y) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j} y^{p_j}) = \sum_{k=0}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=0}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i x^k y^r.$$

Taking into account that the two decision rules approved in the Nice summit are triple majority voting games, we introduce new algorithms to calculate the Banzhaf index for these games. We next present some results concerning to the Banzhaf power indices for the European Union enlarged to 27 countries. We compute these indices under the two decision rules adopted in the Nice European Union summit, held from in December, 2000. We obtain the following conclusions:

1. The first decision rule, that consists of a triple majority system, is equivalent to the first game of qualified majority. The power of all countries is almost the same as the power with the simple game ν_1 , with the double game $\nu_1 \wedge \nu_2$, and with the triple one $\nu_1 \wedge \nu_2 \wedge \nu_3$.
2. The second decision rule, that differs from the first one because it requires the approval at least of $2/3$ of the countries, is equivalent to the weighted double majority game $\nu_1 \wedge \nu_2'$. In this rule, the required population quota to adopt a decision does not change the power of the countries.
3. Germany has the same power that the United Kingdom, France and Italy, in the first weighted triple majority game: the difference is only 4 swings with respect to 28 millions. Concerning to the second weighted triple majority game the difference is also 4 swings in favor of Germany, over 24 millions and a half of swings. Consequently, the distinction between the Banzhaf indices of Germany and United Kingdom, France and Italy are, respectively, smaller than 1.4×10^{-7} and 1.6×10^{-7} .

Finally, we conclude with some contradictions found in the Treaty of Nice.

Estadística Oficial

PRODUCT EXPENDITURE PATTERNS IN THE ECPF SURVEY: AN ANALYSIS USING MULTIPLE GROUP LATENT-VARIABLES MODELS*

EVA VENTURA

ALBERT SATORRA

Universitat Pompeu Fabra*

Using data from the Spanish household budget survey, we investigate some aspects of household heterogeneity on several product expenditures. We adopt a latent-variable model approach to evaluate the impact of income on expenditures, controlling for the number of members in the family. Two latent factors underlying repeated measures of monetary and non-monetary income are used as explanatory variables in the expenditure regression equations, thus avoiding possible bias associated to the measurement error in income. The proposed methodology also takes care of the case in which product expenditures exhibit a pattern of infrequent purchases. Multiple-group analysis is used to assess the variation of key parameters of the model across various household typologies. The analysis discloses significant variations across groups on the mean levels of expenditures and on the way income and family size affect expenditures. Asymptotic robust methods are used to account for possible non-normality of the data.

Keywords: Multiple group, latent variables, product expenditures, ECPF

AMS Classification (MSC 2000): 6207, 62H12, 62P20

*This work has been supported by Spanish grants DGICYT PB94-1095 and DGES PB96-0300.

*Address for corresponding author: Eva Ventura. Departament d'Economia i Empresa. UPF. Ramon Trias Fargas, 25-27, 08005 Barcelona. Spain. Phone: 34-935421760. Fax: 34-935421746. E-mail: eva.ventura@econ.upf.es.

—Received December 2000.

—Accepted February 2001.

1. INTRODUCTION

Our main aim in this study is to develop a general framework to analyze the effects of household heterogeneity on product expenditures. Households differ in income, wealth, age, occupation and education of the head and his/her spouse, size, and many other characteristics. Most of these characteristics vary from the time the household is constituted to the time of its dissolution and consequently the volume and composition of its expenditures also change. A typical household starts with a single individual or with a young couple. After some time children arrive, grow, go to school, and eventually leave the household to live on their own. The members of the original household grow old, retire, and some of them might become members of their offspring's household. Of course there are many other types of household, and each type of them exhibit different patterns of expenditure through their life, according to their specific needs and characteristics. Family role transitions from one stage of life to the other are mainly responsible for those differences.

In the consumer behavior literature, it is assumed that a series of status-changing events produce a series of predictable stages or categories that are associated with systematic patterns of expenditures by consumers. Families are classified into several categories related to particular stages of their development, the stage of life of a household being determined by the age of the head (sometimes the age of the spouse is considered instead), the marital status and the number and age of the children. Of course, the types of families to consider and the stages of life they go through have changed with time to account for recent cultural and institutional developments. Several authors, Schaninger and Danko (1993) among them, compared a number of alternative family cycle models, with families ranging from «traditional» to «modernized».

Once a complete family typology has been determined, the next step is to write a expenditure system of equations, one linear equation for each product. The different household categories are then introduced in the equations by means of dummy variables in a linear regression, thus allowing testing for household heterogeneity effects on the mean level of expenditures. For example, this is the method followed by Wilkes (1995), who used cross-section data on family budgets and provided empirical verification of changes in household spending across a wide variety of products as households pass from one stage of life to another.

In our study, we want to extend the capabilities of this kind of model. First, we believe that the changes of status of the families affect not only the mean level of expenditures, but also the covariance structure of all the observable variables, and in particular the way that income and family size determine expenditures. For that reason we adopt a multiple group estimation strategy, conducting a separate analysis for each household type and testing afterwards for equalities among particular sets of key parameters.

Second, there is a measurement error problem on the explanatory variables when assessing the effect of income on expenditures. While this type of problem has been treated by several authors (see Summers (1959), Liviatan (1961), Biørn (1992) or Aasness, Biørn and Skjerpen (1993) and (1995)) in various different ways, we choose to circumvent the issue of measurement error in income by adopting a latent-variable model approach. Therefore, two of the explanatory variables in our model will be unobservable factors underlying the various measures of income.

Third, the analysis of products that exhibit a pattern of infrequent purchases requires a specific treatment. In this paper infrequent purchases are treated as censored variables. In a first stage of the analysis we estimate the covariance between the underlying uncensored variable and the rest of the variables of the model. The estimated covariance is integrated then into the standard analysis. This allows us to work with any type of expenditure while keeping the same model framework.

Finally, the nature of the data suggests that its distribution may be non-normal. Our estimation procedure uses asymptotic robust methods and we apply the latest statistical developments related to the multiple group analysis and testing for non-normally distributed data.

Our methodology incorporates these various features into a unified model framework. The paper is organized as follows. Section 2 describes the data, model and the statistical analysis. The results are presented in section 3. Section 4 concludes. The details of the statistical model and asymptotic theory used in the paper are gathered in Appendix 1.

2. METHOD

2.1. Data and household typologies

The data set is taken from the Spanish Continuous Survey of Family Budgets (ECPF, 1996). The sample consists of about 3,200 households per quarter and is rotated in a 12% every quarter.

The survey asks the families to keep a detailed record of all kind of expenditures for a period of one week¹. For some of the more infrequent purchases the survey ask the families to write down the expenditures realized during the last three months. There are two hundred and fifty eight categories of expenditure. We aggregate some of these categories and build the four types of expenditures that we use in the present analysis:

¹The weeks are chosen randomly over the quarter.

transportation, food, durable and medical expenditures². We select those families that remain in the survey for the last two quarters of data consecutively. A few (less than a 3% of the data) outlier observations have been dropped from the data set using the multiple-outliers detection method of Hadi (1992) implemented in the program Stata (1997). The resulting sample size is around 2,600 households.

The survey also collects information on income perceived during the last tree months by every member of the household. This income is both monetary and non-monetary (mainly due to imputations of home-owned rent, which is also considered as part of consumption expenditures). Note that the various measures of income can only be regarded as a «proxy» of the «true» value of income.

We can identify two main sources of inaccuracy of the reported income. The first one is based in the systematic bias of income and it is known as underreporting. In fact, in our survey families consistently seem to underreport income. The second one has to do with the *reliability* of reported income; i.e. the fraction of variance of the observed income attributable to a random component of measurement error. In the literature of measurement error this second issue is assessed by the so called reliability coefficient, which is defined as the ratio between the variance of the «true» (unobservable) income and the variance of the observable income. It is this second source of error, i.e. a reliability coefficient different than one, the one that can seriously bias OLS estimates of parameters such as the effect of income on expenditures. The latent-variable model approach used in this paper prevents this type of bias.

With regard to the household typologies, we consider the following groups:

1. **YOUNG:** Young singles or young couples without children. Those are families of one or two (married) members in which the head of the family is less than 65 years old.
2. **CHILDREN:** Families with young children (at least one child is less than 15 year old). These are families in which the presence of a child is the only common characteristic. Families in which the head of the family is the grandfather are mixed with families constituted by just one couple and some children, or families of single or divorced parents.
3. **TEENS:** Families with older children (the youngest child is more than 14 years old and less than 25). Again families are mixed, as in the preceding group.

²We have chosen four diverse categories of spending to illustrate the performance of the model. Many other products could be examined instead.

4. **ADULTS:** Families constituted exclusively by adults, other than couples or singles. This group includes young couples living with their parents, old couples living with non- emancipated siblings, or just non-related people living together.
5. **OLD:** Old singles or couples living by themselves. Those are families of one or two (married) members in which the head of the family is more than 64 years old.

Other typologies could be considered and their consumption behavior studied. However, we believe that the presence of children of different ages is the fact that more strongly determines the consumption needs of a household. Furthermore, retirement also influences the patterns of consumption in a powerful way.

2.2. Model

The latent-variable model approach has been used successfully in several areas of empirical investigation. One of the oldest models of this type is the Factor Analysis model, which postulates that the covariance among a set of observable variables is produced by the variation of underlying latent variables (factors). Nowadays, a very popular latent-variable model is LISREL (Jöreskog and Sörbom, 1994). To give a few economic related examples of latent-variable models, we can cite the work of Punj and Staelin (1983) in consumer behavior, the work of Anderson (1985) and Bagozzi (1980) in marketing, Fritz (1986) in management science, or McFatter (1987) in discrimination in salaries. For an introduction to structural equations with latent-variable models see Bollen (1989).

We specify a multiple group latent-variable model that can explain the behavior of most products' expenditures and that takes account of heterogeneity of family behavior on product expenditures. Each type of expenditure is assumed to depend on two factors (latent-variables) which are linearly related to measures of monetary and non-monetary income of the households in different periods of time. The number of members of the household is used as a covariate of the model. In our multiple group set up, the means of expenditures and the income regression coefficients are allowed to vary across household typologies.

In our analysis the spending behavior of families varies not only due to changes in income, but also depending on the stage of life the family is going through at the moment. Such stages are reflected by the a priori defined family typologies. That is, a young single household is thought to show very different consumption patterns from a household with young children, or an old age couple household. It is not just a matter of income, but a matter of preferences, taste, family composition, family needs, and so on. A common model is analyzed for different groups of households, the groups corresponding to different stages of the life of the family, and for different types of product expenditures. The analysis assesses the variation of the parameters of the model across groups, not

only of the intercept parameters but also of the regression coefficients. The intercept parameters determine the mean levels of the variables while the regression coefficients affect the relationships between expenditures, income and number of members of the family.

The specific model to be analyzed is the following:

- (1) $PRODUCT = \alpha_0 + \beta_1 MEMBER + \beta_2 F1 + \beta_3 F2 + \varepsilon_0$
- (2) $INCOME1 = \alpha_1 + F1 + \varepsilon_1$
- (3) $INCOME2 = \alpha_2 + F2 + \varepsilon_2$
- (4) $INCOME1_{-1} = \alpha_3 + \lambda_1 F1 + \varepsilon_3$
- (5) $INCOME2_{-1} = \alpha_4 + \lambda_2 F2 + \varepsilon_4$

Where: *PRODUCT* is the product expenditure we want to consider; *MEMBER* is the number of members in the household; and *F1* and *F2* are latent-variables underlying two indicators (current and one quarter behind) of reported monetary and non-monetary income respectively. The variables *INCOME1* and *INCOME1₋₁* refer to monetary income in the current and last periods respectively. Similarly, *INCOME2* and *INCOME2₋₁* represent non monetary income at the current and one quarter behind periods. The α parameters are the intercepts of the regression equations; the β 's are the regression coefficients measuring the effects of two sources of income on expenditure; finally, the λ 's are the loading parameters of the observed variables on the different factors. The ε 's correspond to the disturbance terms of the regression equations and the factor model equation. Figure 1 shows a path-diagram representation of the model. In the figure the observed variables are enclosed in rectangles and factors are inside a circle. The diamond represents the constant term. Solid arrows represent regression and loading coefficients, while discontinuous ones represent the intercept parameters. Double arrows represent covariances among independent variables.

The above model is a specific case of the Bentler-Week's model implemented in the EQS package (Bentler, 1995). We use the multiple group approach with various levels of constraints across groups that correspond to substantive hypothesis on household heterogeneity effects. The model is estimated by Generalized Least Squares with an optimal weight matrix under normality. We use asymptotic robust standard errors and test statistics to take care for possible non-normality of the data. (See, for example, Satorra (1993), Satorra and Bentler (1994) and Satorra and Bentler (1999) for the theory of asymptotic robustness of LISREL type models). In this paper we have used the statistical package LISREL (Jöreskog and Sörbom, 1994), which in its latest version also provides robust standard errors and t-statistics. To deal with censored and ordinal dependent variables we used the statistical software PRELIS (Jöreskog and

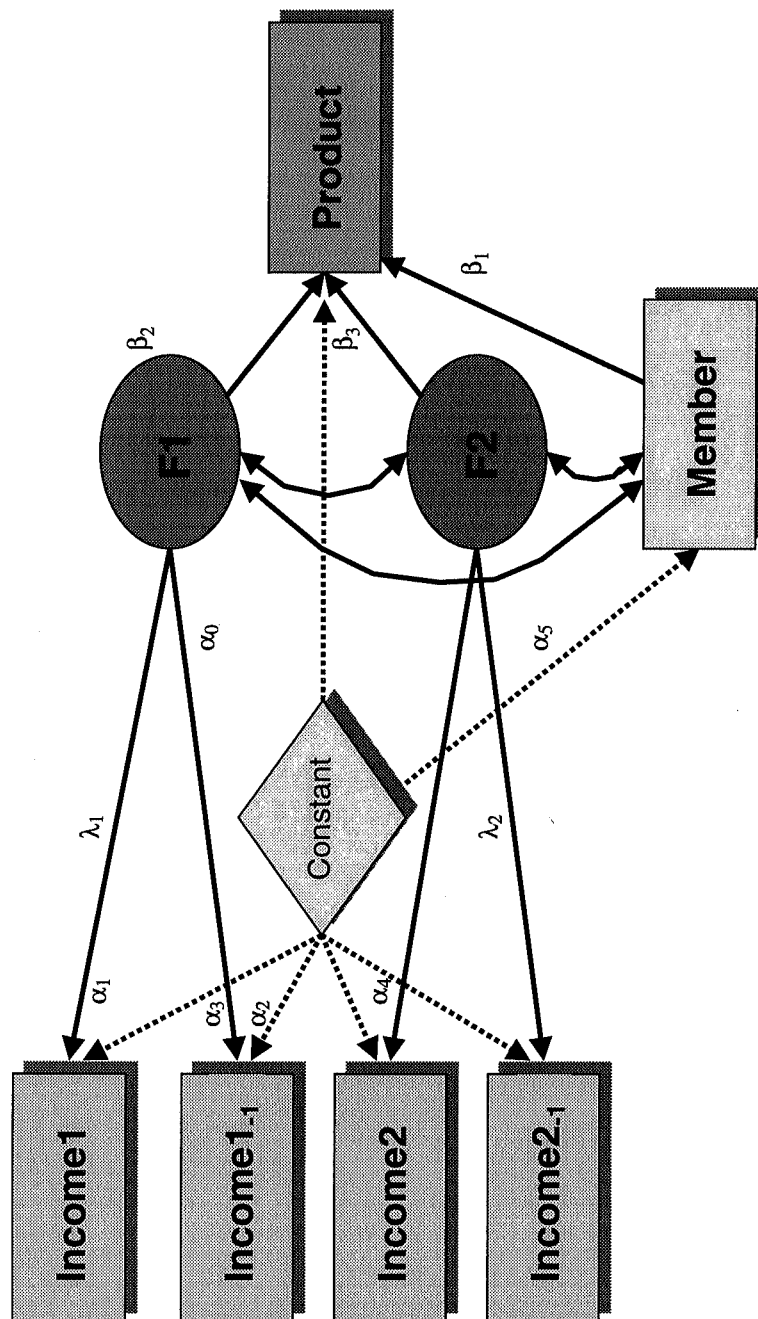


Figure 1. Path Diagram of the Product Expenditures Model.

Sörbom, 1994)³. The program code for the PRELIS and LISREL runs are available from the authors upon request.

3. RESULTS

The following subsections describe the statistical results of the analysis for each type of expenditure. An economic interpretation is offered at the end of the section.

3.1. Transportation and Communications Expenditures

Tables 1 to 4 report the parameter estimates and the test statistics of the model presented in section 2, for Transportation, Food, Durable and Medical expenditures respectively. (We do not show standard errors and t-values for those parameters which are known to be significant from a priori grounds, such as the λ 's and the α 's.). Asymptotic robust t-values are shown within brackets below the parameter estimates. The right columns of the table show the test statistics and the restricted (across-groups) parameter estimates associated to different null hypothesis concerning heterogeneity in family behavior. In all the tables, when a parameter estimate is significantly different than zero or a test statistic rejects the null hypothesis, the corresponding value is emphasized in bold.

Table 1 reports an acceptable fit of the unrestricted model: the chi-square goodness-of-fit of the unrestricted model is 23.87 with 30 degrees of freedom, which corresponds to a P-value of 0.78. We also observe that the intercept of the Transportation equation is basically the same for the first four groups, however it drops dramatically with the last group (old singles living alone or old couples).

Table 1 shows also that the number of members in the household does not affect significantly the transportation and communications expenditures. The coefficient of the first latent-variable — whose indicators are monetary income in the current and previous periods— is highly significant. In contrast, the coefficient of the second latent-variable (indicated by the non-monetary income variables) is significant only for the third (families in which the youngest member is a teenager) and last group (old singles living alone or old couples).

The last two columns serve to analyze household heterogeneity behavior. In these columns we show statistics associated to multiple group analysis for testing various equalities of parameters across groups. We report the value of the difference chi-square test

³EQS is one alternative commercial software to carry out this type of analysis. See Appendix 1 for more details on the statistical analysis used in this paper.

Table 1. Parameter estimates and test statistics for Transportation expenditures

	Groups					Testing for Household Heterogeneity effects on a:			
						single parameter		set of parameters	
	1	2	3	4	5	Difference test	Restricted parameters	Differences test	Restricted parameters
N	278	896	586	380	426				
β_1 MEMBER	-0.01 (-0.61)	-0.01 (-0.98)	0.02 (0.95)	0.00 (-0.02)	0.04 (1.46)	1.80 (0.77)	0.00 (0.20)	—	—
β_2 F1	0.11 (5.43)	0.07 (7.30)	0.07 (6.27)	0.09 (3.75)	0.08 (4.97)	3.87 (0.42)	0.08 (12.54)	10.68 (0.03)	0.08 (12.38)
β_3 F2	-0.02 (-0.63)	0.05 (1.82)	0.11 (3.16)	-0.01 (-0.18)	0.09 (2.54)	4.91 (0.30)	0.06 (3.32)		0.06 (3.22)
λ_1 F1	1.15	1.03	1.23	1.53	1.22	4.88 (0.30)	1.15	9.71 (0.05)	1.15
λ_2 F2	1.03	1.01	1.08	0.89	1.00	2.46 (0.65)	1.01		1.01
α_0	0.49	0.68	0.65	0.51	0.10	27.98	0.37	675.17 (0.00)	0.58
α_1	3.86	4.93	5.37	5.02	2.31	110.41	4.37		4.86
α_2	4.33	5.37	6.03	6.05	2.77	114.58	4.65		5.40
α_3	0.98	1.05	1.14	1.06	0.77	36.48	1.00		1.08
α_4	0.97	1.06	1.15	1.04	0.78	36.29	1.00		1.08
α_5	1.70	4.32	3.94	2.89	1.57	188.60	3.41		3.40
χ^2	23.87 ($P = 0.78$, d.f. = 30)								

Numbers in brackets below parameter estimates are asymptotic robust t-values. Numbers in brackets below test statistics are p-values. Bold indicates significant at the 5% level.

Table 2. Parameter estimates and test statistics for Food expenditures

						Testing for Household Heterogeneity effects on a:			
Groups						single parameter		set of parameters	
	1	2	3	4	5	Difference test	Restricted parameters	Differences test	Restricted parameters
N	284	885	588	377	426				
β_1 MEMBER	0.45 (6.52)	0.28 (10.63)	0.23 (6.18)	0.29 (5.48)	0.46 (8.91)	13.27 (0.01)	0.29 (15.83)	—	—
β_2 F1	0.03 (1.48)	0.05 (4.53)	0.09 (4.98)	0.05 (2.39)	0.08 (2.36)	6.21 (0.18)	0.06 (7.06)	7.01 (0.14)	0.06 (7.18)
β_3 F2	0.05 (1.18)	0.05 (1.38)	0.05 (1.16)	0.04 (0.80)	0.01 (0.24)	0.48 (0.98)	0.04 (2.11)		0.04 (2.00)
λ_1 F1	1.20	1.01	1.21	1.46	1.30	11.12 (0.03)	1.16	13.68 (0.01)	1.16
λ_2 F2	1.03	1.01	0.99	0.90	0.94	3.08 (0.54)	0.99		0.98
α_0	0.21	0.46	0.84	0.59	0.18	16.6	0.40	714.97 (0.00)	0.53
α_1	3.92	4.90	5.36	4.99	2.31	382.6	4.38		4.85
α_2	4.43	5.34	6.02	6.03	2.77	138.98	4.66		5.39
α_3	1.00	1.04	1.15	1.06	0.77	44.98	1.00		1.08
α_4	0.99	1.05	1.16	1.04	0.78	70.11	1.00		1.08
α_5	1.70	4.31	3.95	2.89	1.57	226.7	3.50		3.40
χ^2	20.37 ($P = 0.91$, d.f. = 30)								

Numbers in brackets below parameter estimates are asymptotic robust t-values. Numbers in brackets below test statistics are p-values. Bold indicates significant at the 5% level.

Table 3. Parameter estimates and test statistics for Durable Expenditures

						Testing for Household Heterogeneity effects on a:			
Groups						single parameter		set of parameters	
	1	2	3	4	5	Difference test	Restricted parameters	Differences test	Restricted parameters
N	284	904	602	384	426				
β_1 MEMBER	0.39 (3.07)	-0.03 (-0.56)	-0.19 (-2.65)	-0.05 (-0.21)	-0.02 (-0.31)	9.43 (0.05)	-0.04 (-1.17)	—	—
β_2 F1	0.04 (2.06)	0.14 (4.61)	0.16 (4.12)	0.20 (2.21)	0.18 (3.08)	6.76 (0.15)	0.14 (7.03)	11.91 (0.02)	0.14 (7.32)
β_3 F2	0.17 (2.34)	0.17 (2.03)	0.08 (0.91)	-0.13 (-0.58)	-0.01 (-0.26)	5.61 (0.23)	0.04 (1.10)		0.04 (1.16)
λ_1 F1	1.18	1.01	1.14	1.34	1.32	14.33 (0.01)	1.15	16.72 (0.00)	1.14
λ_2 F2	1.05	1.00	1.04	0.90	0.93	4.27 (0.37)	0.99		0.99
α_0	-0.37	0.72	1.36	0.55	0.22	17.03	0.33	755.87 (0.00)	0.45
α_1	3.90	4.95	5.42	5.06	2.31	155.65	4.41		4.95
α_2	4.41	5.39	6.06	6.08	2.77	159.46	4.72		5.50
α_3	0.99	1.06	1.15	1.06	0.77	73.84	1.00		1.09
α_4	0.98	1.07	1.16	1.04	0.78	75.76	1.01		1.09
α_5	1.70	4.31	3.94	2.90	1.57	244.42	3.50		3.48
χ^2	18.77 ($P = 0.94$, d.f. = 30)								

Numbers in brackets below parameter estimates are Normal theory and asymptotic robust t-values. Numbers in brackets below test statistics are p-values. Bold indicates significant at the 5% level.

Table 4. Parameter estimates and test statistics for Medical Expenditures

						Testing for Household Heterogeneity effects on a:			
Groups						single parameter		set of parameters	
	1	2	3	4	5	Difference test	Restricted parameters	Differences test	Restricted parameters
N	284	904	602	384	426				
β_1 MEMBER	0.09 (1.05)	−0.02 (−2.00)	0.01 (0.26)	0.00 (−0.11)	−0.01 (−0.36)	2.29 (0.68)	−0.01 (−1.62)	—	—
β_2 F1	0.03 (2.00)	0.03 (3.04)	0.03 (0.82)	0.04 (3.43)	0.07 (3.33)	2.69 (0.61)	0.03 (4.39)	5.24 (0.26)	0.03 (4.33)
β_3 F2	0.02 (0.27)	0.04 (1.24)	0.02 (0.27)	0.07 (1.03)	0.08 (2.07)	1.48 (0.83)	0.05 (2.45)		0.05 (2.45)
λ_1 F1	1.20	0.94	1.11	1.36	1.30	11.59 (0.02)	1.10	16.46 (0.00)	1.10
α_2 F2	1.04	1.00	1.03	0.92	0.94	3.61 (0.46)	0.99		0.98
α_0	−0.23	0.19	−0.03	0.00	−0.08	19.19	0.05	725.24 (0.00)	−0.01
α_1	3.90	4.95	5.42	5.06	2.31	132.0	4.41		4.95
α_2	4.41	5.39	6.06	6.08	2.77	146.92	4.72		5.50
α_3	0.99	1.06	1.15	1.06	0.77	75.04	1.01		1.09
α_4	0.98	1.07	1.16	1.04	0.78	77.56	1.01		1.08
α_5	1.70	4.31	3.94	2.90	1.57	216.74	3.39		3.48
χ^2	30.22 ($P = 0.45$, d.f. = 30)								

Numbers in brackets below parameter estimates are asymptotic robust t-values. Numbers in brackets below test statistics are p-values. Bold indicates significant at the 5% level.

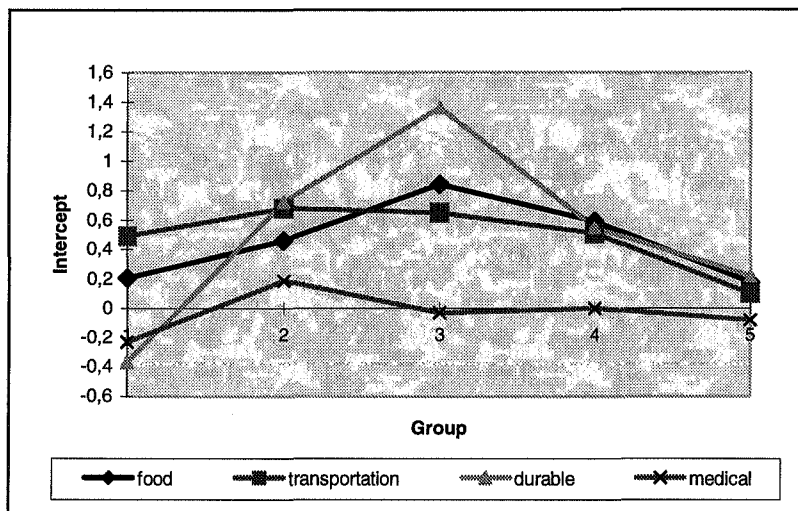


Figure 2. Intercepts of the expenditure equations

statistics and the estimated restricted parameters. The number in brackets below the test statistics is the corresponding P-value. To protect against deviations from normality, these difference test statistics have been computed using the scaled version of the difference chi-square goodness of fit as proposed in Satorra and Bentler (1999). First of all we note that the number of members of the household (MEMBER) does not affect transportation expenditures, therefore it makes no sense to evaluate a household heterogeneity effect on β_1 . The same non-significant effect results are observed for the β_3 coefficient, i.e. the impact of non-monetary income on expenditures, with the exception of groups 3 (TEENS) and 5 (OLD) in which we appreciate a significant value. In contrast, we realize that the β_2 coefficients, i.e. the effect of monetary income on transportation, are highly significant for each group. On the other hand, we can not reject the hypothesis of equality of the β_2 parameters across groups (i.e., we do not observe a household heterogeneity effect on the impact of monetary income on Transportation). Household heterogeneity effects are further investigated through the statistics of the last columns of the table.

The variation across groups of the intercept of the regression equation for expenditures (the α_0 's parameters) is described in Figure 2. Note the highly significant household heterogeneity effects reflected by the variation of these parameters, which correspond to the variation of expenditures after controlling for family size and unobserved income. In contrast with previous analysis, our model allows for an effect of income and family size that varies across the family groups. Figure 3 is a graphic representation of the variation across household typologies of the intercepts of the measurement equations

(parameters α_1 to α_4), i.e. the means of the different income measures. Differences in income related to the family type are clearly appreciated.

3.2. Food expenditures

Table 2 also shows an excellent fit of the model when the product expenditure analyzed is food. The chi-square goodness-of-fit of the unrestricted model is 20.37 (30 degrees of freedom), which corresponds to a P-value of 0.91. In contrast with the transportation expenditures case, now the β_1 's (the regression coefficients for MEMBER) are highly significant in each group. We also note a highly significant household heterogeneity effect on β_1 , since the hypothesis of equality across groups (a chi-square value of 13.27 for 4 degrees of freedom, P-value of 0.01) is rejected. We also observe significant values for the regression coefficients of the factor associated to monetary income in groups 2 (with children) and 3 (with teenagers), and to less extent in groups 4 (adults) and 5 (old singles and old couples). The values are not significant for the first group (young singles or young couples). The regression coefficient of the factor associated to non-monetary income is clearly non-significant. In conclusion, food expenditures are basically explained by family composition and exhibit a clear household heterogeneity effect through the intercepts and the β_1 coefficient.

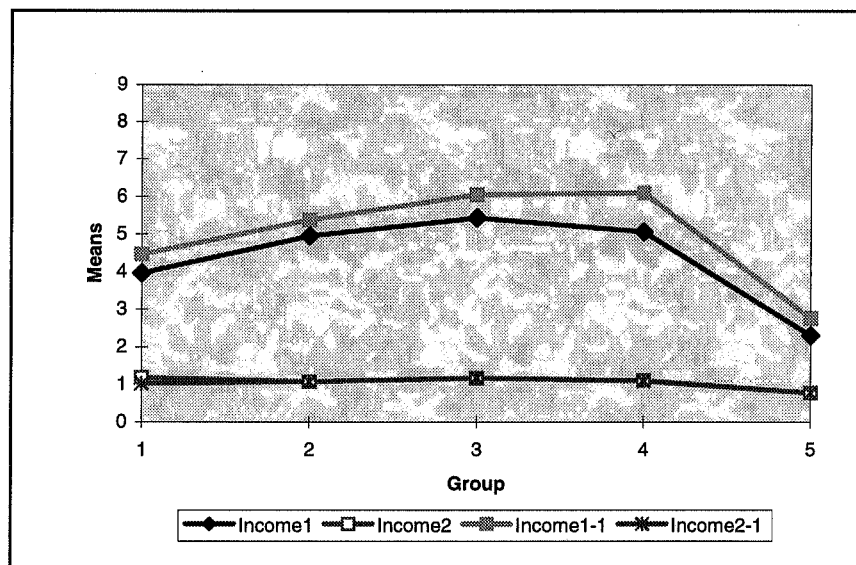


Figure 3. Means of the income measures

Table 5. Overview of household heterogeneity effects on parameters

	Transportation		Food		Durables		Medical	
	Single parameters	Set of parameters	Single parameters	Set of parameters	Single parameters	Set of parameters	Single parameters	Set of parameters
β_1 MEMBER	NO	—	YES	—	NO	—	NO	—
β_2 F1	NO	YES	NO	YES	NO	YES	NO	NO
β_3 F2	NO		NO		NO		NO	
λ_1 F1	NO	NO	YES	YES	NO	YES	YES	YES
λ_2 F2	NO		NO		YES		NO	

«YES» indicates that the corresponding test of parameter equality is statistically significant (5% level), and «NO» indicates lack of statistical significance.

In all the equations, the intercept parameters differ significantly across household typologies and therefore the table does not show information on them.

3.3. Durable expenditures

The results for the durable expenditures are shown in Table 3. The chi-square goodness-of-fit of the unrestricted model is 18.77 (30 degrees of freedom), which corresponds to a P-value of 0.94. In this case monetary income is the variable that influences spending in all the cases considered. The value of the β_1 coefficient show that the number of members in the family has a positive effect in the first group, indicating that young couples spend more in durable goods than young singles. Non-monetary income has a weak effect in groups one (YOUNG) and two (CHILDREN). Figure 2 shows the pattern of the intercept of the durable expenditures equation across the different family stages. The household heterogeneity effects are quite evident when we look at the picture. Expenditures rise sharply from group 1 (YOUNG) to group 3 (TEENS) as families are constituted and children are born and grow, and then decrease also quite sharply thereafter. The last columns of the table confirm that the strong household heterogeneity effects are reflected on the intercepts of the equations for which we reject the hypothesis of equality across groups. We can not reject the same hypothesis for the coefficients of the income and number of members variables.

3.4. Medical expenditures

The chi-square goodness-of-fit of the unrestricted model is 30.22 (30 degrees of freedom), which corresponds to a P-value of 0.45. We observe that the t-values associated

with the effect of income on this type of expenditure are much lower than in the previous cases. The β_2 coefficient is not significantly different from zero for the group 3 (TEENS). There is a slight significance of the coefficient of the non-monetary income in group 5 (OLD). Controlling for the number of members of the family becomes unnecessary, since its coefficient is never significantly different from zero in any of the groups. As in the preceding case in which we analyzed durable expenditures, household heterogeneity effects are present through the intercepts of the different equations.

Table 5 gives an overview of the variation across household typologies of the parameters of the model, for the various product expenditures considered.

These results show evidence in favor of the main hypothesis of our work: transitions from one stage of life to another do have an effect on consumer spending. Average expenditures exhibit an inverted U shape, growing steadily from the young stages of life, reaching a maximum for the households with teenager members in them, and declining as the members of the family get old and their offspring leave the household.

Specific types of products follow different patterns of evolution. We observe that the average expenditure in the Transportation and Communication category is about the same for the first four groups of households but it decreases considerably in the old age group. This finding probably reflects the physical difficulties of the oldest members, which forces them to restrict their mobility. It also reflects a particular characteristic of the public transportation system. That is, aged people with the lowest retirement pensions are entitled to lower price transportation fares. Therefore the average amount spent by this group in this category will be lower even if the mobility of the individuals is not diminished. Furthermore, the youngest and the oldest people show a higher propensity to spend in Transportation and Communication out of their income.

The behavior of the expenditures in the Food category is completely different. The average spending grows through the first stages of the life cycle of the families, reaching a maximum when the young members are in the most demanding phase of their physical growth. Thereafter the families diminish their average food spending. As one could expect the number of members in the family strongly determines the total expenditure, but this effect is more important when we compare families with one and two members. Apparently, the addition of one more member to the household causes more consumption variation in these two groups than in the rest. Higher income will also induce higher expenditures in the food category for all the groups, but the effect is rather small.

The most striking differences in spending behavior appear when we examine the Durable goods category. The inverted U shape of the average expenditure through the stages of life is most marked, as can be appreciated in Figure 2. This type of expenditure is strongly influenced by the monetary income, in all the groups. The number of members in the family also affects positively the Durable goods spending of group 1, since new

households are established in the earlier stages of the life cycle and houses have to be furnished. The number of members of the family does not affect spending in Durable goods of the other groups, except however for group 3 which shows a negative and significant regression effect⁴.

Finally, the average expenditure in Medical goods and services show a peak for group two: families with small children. One would expect that group five (old age people) should show larger average spending in this category, but again one should remember that most of the medical expenditures have been subsidized until recently by the Spanish government. Old people might be less prone to spend money aside from the Social Security system than young people. This hypothesis would be reinforced by the observation that monetary income also affects medical spending, although not very strongly. In any case, the effect is more apparent in the old age group.

4. CONCLUSION

In the context of Spanish household consumption data, we have analyzed the relationship between product expenditures and income, controlling for family size. A latent-variable model approach was used to assess the impact of income on expenditures, allowing us to circumvent the problem of measurement error present in the income variables. We have also allowed for the case in which expenditures exhibit a pattern of infrequent purchases. The explanatory variables in the regression equations were the number of members in the household and two factors underlying repeated measures of monetary and non-monetary income.

We have found that multiple group analysis is an useful framework through which to specify and test several household heterogeneity hypothesis using classical chi-square tests. Household heterogeneity effects in spending behavior were reflected on the variation of intercept and regression parameters across different family typologies.

We conclude that there are household heterogeneity effects on expenditures, and that these effects vary with the type of expenditure considered. An important finding of our paper is that these household heterogeneity effects have been detected not only on the mean level of consumption but also on the coefficients that assess the impact of income and family size on expenditures.

⁴This singular effect deserves further investigation.

5. REFERENCES

- Aasness, J., Biørn, E. & Skjerpen, T. (1995). «Distribution of Preferences and Measurement Errors in a Desegregated Expenditure System», *Discussion Papers*, 149. Statistics Norway.
- (1993). «Engel Functions, Panel Data, and Latent-variables», *Econometrica*, 61(6), 1395-1422.
- Anderson, J. C. (1985). «A measurement model to assess measure-specific factors in multiple informant research», *Journal of Marketing Research*, 22, 86-92.
- Bagozzi, R. P. (1980). *Causal models in marketing*. Wiley, New York.
- Biørn, E. (1992). «The Bias of Some Estimators for Panel Data Models with Measurement Errors», *Empirical Economics*, 17, 51-66.
- Bollen, K. A. (1989). *Structural Equations with Latent-variables*. John Wiley & sons.
- Bentler, P. (1995). *EQS. Structural Equations Program Manual*. University of California, Los Angeles. Encino, CA: Multivariate Software, Inc.
- ECPF (1996). *Encuesta Continua de Presupuestos Familiares*, Instituto Nacional de Estadística. Spain
- Fritz, W. (1986). «The Lisrel-approach of causal analysis as an instrument of critical theory comparison within management science», in W. Gaul & M. Schader (Eds.), *Classification as a tool of research*, (pp. 142-152). Amsterdam: Elsevier Science.
- Hadi, A. S. (1992). «Identifying multiple outliers in multivariate data», *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 54, 761-771.
- Jöreskog, K. G. & Sörbom, D. (1994). *LISREL 7 and PRELIS, A guide to the program and applications*. Chicago: SPSS
- Liviatan, N. (1961). «Errors in Variables and Engel Curve Analysis», *Econometrica*, 29, 336-362.
- Magnus, J. R. & Neudecker, H. (1991). *Matrix Differential Calculus*, 2nd ed. Chichester: Wiley.
- McFatter, R. F. (1987). «Use of latent-variable models for detecting discrimination in salaries», *Psychological Bulletin*, 101, 120-125.
- Pung, G. N. & Staelin, R. (1983). «A model of consumer information search behavior for new automobiles», *Journal of Consumer Research*, 9, 366-380.
- Satorra, A. (1992). «Asymptotic Robust Inferences in the Analysis of Mean and covariance Structures». In: P. V. Marsden (ed.). *e Sociological Methodology 1992* (pp. 249-278). Cambridge, MA: Basic Blackwell.
- (1993). «Asymptotic Robust Inferences in multi-sample analysis of augmented-moment structures». In: C. M. Cuadras and C. R. Rao (Eds.). *Multivariate analysis: Future directions 2* (pp. 211-229). North Holland: Elsevier Science.

- Satorra, A. & Bentler, P. M. (1994). «Corrections to Test Statistics and standard errors in covariance structure analysis». In: Alexander von Eye and C. C. Clogg (Eds.). *Latent-variables analysis: applications to developmental research* (pp. 399-419). Thousand Oaks, CA: SAGE .
- (1999). «A Scaled Difference Chi-Square Test Statistic for Moment Structure Analysis», *UCLA Statistical Series WP*, 120.
- Satorra, A. & Neudecker, H. (1994). «On the Asymptotic Optimality of Alternative Minimum-Distance Estimators in Linear Latent-Variable Models», *Econometric Theory*, 10, 867-883.
- Schaninger, C. M. & Danko, W. D. (1993). «A Conceptual and Empirical Comparison of Alternative Household Life-cycle Models», *Journal of Consumer Research*, 19, 580-594.
- STATA CORP. (1997). *Stata Statistical Software: Release 5.0* College Station, TX: Stata Corporation.
- Summers, R. (1959). «A Note on Least Squares Bias in Household Expenditure Analysis», *Econometrica*, 27, 121-126.
- Wilkes, R. E. (1995). «Household Life-Cycle Stages, Transitions, and Product Expenditures», *Journal of Consumer Research*, 22, 27-42.

6. APPENDIX 1: ESTIMATION METHOD

The model considered in the paper is a specific case of the following general linear latent-variable model

$$(1) \quad \eta_i^{(g)} = B^{(g)}\eta_i^{(g)} + \Gamma^{(g)}\xi_i^{(g)}$$

$$(2) \quad z_i^{(g)} = G^{(g)}v_i^{(g)}, \quad g = 1, \dots, G; \quad i = 1, \dots, n^{(g)}$$

where for each group g , $z_i^{(g)}$ and $n^{(g)}$ are respectively the vector of observable variables and sample size in the g th sample, $v_i^{(g)} = (\eta_i^{(g)}, \xi_i^{(g)})'$ is a vector of observable and latent variables, $G^{(g)}$ is a fully specified selection matrix, $B^{(g)}$, $\Gamma^{(g)}$ and the moment matrix $\Phi^{(g)} = E(\xi_i^{(g)}\xi_i^{(g)'})$ are parameter matrices of the model. This is the Bentler-Weeks's (e.g., Bentler, 1985) specification of a linear latent-variable model, which is equivalent to the specification in LISREL (Jöreskog and Sörbom, 1995).

A specific model expresses the matrices $B^{(g)}$, $\Gamma^{(g)}$ and $\Phi^{(g)}$, $g = 1, \dots, G$, as matrix-valued functions of a common vector of parameters θ .

Note that equations (1) and (2) imply

$$(3) \quad z_i^{(g)} = G^{(g)} \begin{pmatrix} (I - B^{(g)-1})\Gamma^{(g)} \\ I \end{pmatrix} \xi_i^{(g)} = \Lambda^{(g)} \xi_i^{(g)}$$

say, where

$$\Lambda^{(g)} = G^{(g)} \begin{pmatrix} (I - B^{(g)-1})\Gamma^{(g)} \\ I \end{pmatrix};$$

hence, the moment matrices $\Sigma^{(g)} = E z_i^{(g)} z_i^{(g)'} , g = 1, \dots, G$, can be expressed as

$$\Sigma^{(g)} = \Lambda^{(g)} \Phi^{(g)} \Lambda^{(g)'} = \Sigma^{(g)}(\theta).$$

The analysis proceeds by fitting the matrix-valued functions $\Sigma^{(g)}(\theta)$'s to the sample moment matrices

$$S^{(g)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_g} z_i^{(g)} z_i^{(g)'}, \quad g = 1, \dots, G.$$

We use the following GLS fitting function:

$$F_{GLS}(\theta) = \frac{1}{2} \sum \frac{n_g}{n} \text{tr} \left\{ \left(S^{(g)} - \Sigma^{(g)} \right) S^{(g)-1} \right\}^2,$$

where $\Sigma^{(g)} = \Sigma^{(g)}(\theta)$ and $n = n_1 + \dots + n_G$. The minimizer $\hat{\theta}$ of $F_{GLS}(\theta)$ is a minimum-distance estimator that is asymptotically optimal when the $z_i^{(g)}$'s are iid normally distributed (see, e.g., Satorra, 1989).

For general type of distributions, asymptotic robust standard errors and test statistics can be developed. Define:

$$\sigma = \left(\sigma^{(1)}, \dots, \sigma^{(G)} \right)',$$

with $\sigma^{(g)} = \text{vech} \Sigma^{(g)}$;

$$s = \left(s^{(1)}, \dots, s^{(G)} \right)',$$

and $s^{(g)} = \text{vech} S^{(g)}$; the Jacobian matrix $R = \frac{\partial \sigma}{\partial \theta'} \Big|_{\theta=\theta}$; and, finally,

$$V = \text{diag} \left\{ \frac{n_1}{n} V^{(1)}, \dots, \frac{n^{(G)}}{n} V^{(G)} \right\}$$

with

$$(4) \quad V^{(g)} = \frac{1}{2} D' \left(\Sigma^{(g)-1} \otimes \Sigma^{(g)-1} \right) D.$$

where D is the so called «duplication» matrix of Magnus and Neudecker (1991) and «vech» is the vectorization operator that suppresses the redundant elements due to the symmetry⁵. Under this set-up, the general expression for the variance matrix of estimates is

$$(5) \quad \text{avar}(\hat{\vartheta}) = \frac{1}{n} J^{-1} R' V \Gamma V R J^{-1},$$

where $J = R' V R$ and Γ is the asymptotic variance matrix of s . The above variance matrix can be estimated substituting V , R and Γ for corresponding consistent estimates. A consistent estimate $\hat{V}$ of V is obtained by substituting in (4) $S^{(g)}$ for $\Sigma^{(g)}$; a consistent estimate $\hat{R}$ of R is obtained by evaluating R at the estimated value $\hat{\theta}$. Finally, an estimate of Γ that is consistent and unbiased under general distribution conditions is

$$\hat{\Gamma} = \text{diag} \left\{ \frac{n}{n^{(1)}} \hat{\Gamma}^{(1)}, \dots, \frac{n}{n^{(G)}} \hat{\Gamma}^{(G)} \right\}$$

where

$$\hat{\Gamma}^{(g)} = \frac{1}{n^{(g)} - 1} \sum_{i=1}^{n^{(g)}} h_i^{(g)} h_i^{(g)'}$$

with $h_i^{(g)} = \text{vech}(z_i^{(g)} - s^{(g)})(z_i^{(g)} - s^{(g)})'$ and $s^{(g)} = \text{vech} S^{(g)}$. Under normality of the $z_i^{(g)}$'s, the expression of Γ is such that the estimates' asymptotic variance matrix simplifies to

$$(6) \quad \text{avar}(\hat{\vartheta}) = \frac{1}{n} J^{-1},$$

an expression which we call the normal theory (NT) form of the variance matrix of estimates. See Satorra (1993) for full details on the derivations of the above results.

The test statistic for the goodness-of-fit of the model is obtained as n times the minimum of the fitting function, i.e. $T = nF_{GLS}(s, \hat{\theta})$. When the model is true and the distribution assumptions are met, then it can be shown that T is a chi-square statistic of degrees of freedom, where r is the number of independent restrictions implied by the model on the moment matrices. Under general distributional assumptions, a scaled version of this statistic that is approximately chi-square distributed despite non-normality has been developed (Satorra and Bentler, 1994). The scaled statistic is defined as $\bar{T} = c^{-1} T$ where

$$c = r^{-1} \text{tr} \{ (\hat{V} - \hat{V} \hat{J}^{-1} \hat{R}' \hat{V}) \hat{\Gamma} \}$$

⁵For a symmetric matrix A , $\text{vec} A = D \text{vech} A$ where D is the so-called duplication matrix and «vec» denotes vectorization of a matrix (see Magnus and Neudecker, 1991).

where r is the degrees of freedom of the goodness-of-fit test. The test of specific set of restrictions is carried out using the difference of chi-square goodness-of-fit test. The corresponding version of the Satorra-Bentler scaled chi-square tests applied also to the difference test statistic (see Satorra and Bentler, 1999), and this scaled statistic is the one reported in tables 1 to 4 of the paper.

To cope with variables that show an infrequent purchase pattern (in our paper, durable and medical expenditures), we introduced modifications on the sample matrices to be analyzed. When this occurs, we assume that the observed values of the variable are the result of censoring an underlying normal variable. In this case we modify the matrices $S^{(g)}$ used accordingly. In a first stage of the analysis, the matrices $S^{(g)}$ are computed as consistent estimates of the moment matrix involving the underlying uncensored variables. The PRELIS computer software of (Jöreskog and Sörbom, 1997) produces the modified matrices $S^{(g)}$, with the corresponding modification of the estimate $\hat{\Gamma}$ of Γ . Once we have the new matrices $S^{(g)}$'s and the new estimate $\hat{\Gamma}$, the analysis proceeds using the minimum-distance approach described above.

7. APPENDIX 2: PROGRAM CODE

In this appendix we reproduce PRELIS and LISREL code used in this paper.

PRELIS Code:

```
DA NI=7 NO=2600 MI= -999999 TR=LI
LA
GROUP NMEMB DURABLE TMY_1 TNMY_1 TMY_2 TNMY_2
RA=C:\WINDOWS\TEMP-LS3963.TMP FO; (8F15.6)
OR GROUP
CO NMEMB
CB DURABLE
CO TMY_1
CO TNMY_1
CO TMY_2
CO TNMY_2
CL GROUP 1 = YOUN 2 = CHIL 3 = TEEN 4 = ADUL 5 = OLD
SC 1 =1
OU MA=AM
```

LISREL Code:

MULTIGROUP ANALYSIS. EQUALITY CONSTRAINTS ON THE REGRESSION
COEFFICIENTS OF
THE TWO FACTORS UNDERLYING INCOME IN THE PRODUCT
EQUATION.

TI HETEROGENEITY EFFECTS ON TRANSPORTATION-GROUP 1

DA NI=7 NO=278 NG=5 MA=CM

LA

NMEMB TRANSPOR TMY_1 TNMY_1 TMY_2 TNMY_2 CONSTANT

CM FI=C:\DATA\LISREL~1\COVARI~1\GROUP1.AM SY

AC FI=C:\DATA\LISREL~1\COVARI~1\GROUP1.ACM

SE

1 2 3 4 5 6 7/

MO NY=7 NE=5 BE=FU,FI PS=SY,FR TE=DI

LE

NMEMB TRANSPOR F1 F2 CONSTANT

FI TE(1,1), TE(2,2),TE(7,7)

FI PS(2,1), PS(3,2), PS(4,2), PS(5,1), PS(5,2), PS(5,3),PS(5,4), PS(5,5)

FR BE(2,1), BE(1,5), BE(2,3), BE(2,4), BE(2,5)

FR LY(3,5), LY(4,5), LY(5,3), LY(5,5), LY(6,4), LY(6,5)

VA 1 LY(1,1) LY(2,2) LY(3,3) LY(4,4) LY(7,5) PS(5,5)

ST 1.0 ALL

PD

OU ME=ML IT=550 AD=OFF SE TV

TI HETEROGENEITY EFFECTS ON TRANSPORTATION-GROUP 2

DA NI=7 NO=896 MA=CM

LA

NMEMB TRANSPOR TMY_1 TNMY_1 TMY_2 TNMY_2 CONSTANT

CM FI=C:\DATA\LISREL~1\COVARI~1\GROUP2.AM SY

AC FI=C:\DATA\LISREL~1\COVARI~1\GROUP2.ACM

SE

1 2 3 4 5 6 7/

MO

FI TE(1,1), TE(2,2), TE(7,7)

FI PS(2,1), PS(3,2), PS(4,2), PS(5,1), PS(5,2), PS(5,3),PS(5,4), PS(5,5)

FR BE(2,1), BE(1,5), BE(2,3), BE(2,4), BE(2,5)

FR LY(3,5), LY(4,5), LY(5,3), LY(5,5), LY(6,4), LY(6,5)

VA 1 LY(1,1) LY(2,2) LY(3,3) LY(4,4) LY(7,5) PS(5,5)

ST 2.0 ALL

EQ BE 1 2 3 BE 2 3
 EQ BE 1 2 4 BE 2 4
 PD
 OU IT=550 SE TV AD=OFF

TI HETEROGENEITY EFFECTS ON TRANSPORTATION-GROUP 3
 DA NI=7 NO=586 MA=CM
 LA
 NMEMB TRANSPOR TMY_1 TNMY_1 TMY_2 TNMY_2 CONSTANT
 CM FI=C:\DATA\LISREL~1\COVARI~1\GROUP3.AM SY
 AC FI=C:\DATA\LISREL~1\COVARI~1\GROUP3.ACM
 SE
 1 2 3 4 5 6 7/
 MO
 FI TE(1,1), TE(2,2),TE(7,7)
 FI PS(2,1), PS(3,2), PS(4,2), PS(5,1), PS(5,2), PS(5,3),PS(5,4), PS(5,5)
 FR BE(2,1), BE(1,5), BE(2,3), BE(2,4), BE(2,5)
 FR LY(3,5), LY(4,5), LY(5,3), LY(5,5), LY(6,4), LY(6,5)
 VA 1 LY(1,1) LY(2,2) LY(3,3) LY(4,4) LY(7,5) PS(5,5)
 ST 3.0 ALL
 EQ BE 1 2 3 BE 2 3
 EQ BE 1 2 4 BE 2 4
 PD
 OU IT=550 SE TV AD=OFF

TI HETEROGENEITY EFFECTS ON TRANSPORTATION-GROUP 4
 DA NI=7 NO=380 MA=CM
 LA
 NMEMB TRANSPOR TMY_1 TNMY_1 TMY_2 TNMY_2 CONSTANT
 CM FI=C:\DATA\LISREL~1\COVARI~1\GROUP4.AM SY
 AC FI=C:\DATA\LISREL~1\COVARI~1\GROUP4.ACM
 SE
 1 2 3 4 5 6 7/
 MO
 FI TE(1,1), TE(2,2),TE(7,7)
 FI PS(2,1), PS(3,2), PS(4,2), PS(5,1), PS(5,2), PS(5,3),PS(5,4), PS(5,5)
 FR BE(2,1), BE(1,5), BE(2,3), BE(2,4), BE(2,5)
 FR LY(3,5), LY(4,5), LY(5,3), LY(5,5), LY(6,4), LY(6,5)
 VA 1 LY(1,1) LY(2,2) LY(3,3) LY(4,4) LY(7,5) PS(5,5)
 ST 1.0 ALL
 EQ BE 1 2 3 BE 2 3
 EQ BE 1 2 4 BE 2 4
 PD

OU IT=550 SE TV AD=OFF

TI HETEROGENEITY EFFECTS ON TRANSPORTATION-GROUP 5

DA NI=7 NO=426 MA=CM

LA

NMEMB TRANSPOR TMY_1 TNMY_1 TMY_2 TNMY_2 CONSTANT

CM FI=C:\DATA\LISREL~1\COVARI~1\GROUP5.AM SY

AC FI=C:\DATA\LISREL~1\COVARI~1\GROUP5.ACM

SE

1 2 3 4 5 6 7/

MO

FI TE(1,1), TE(2,2),TE(7,7)

FI PS(2,1), PS(3,2), PS(4,2), PS(5,1), PS(5,2), PS(5,3),PS(5,4), PS(5,5)

FR BE(2,1), BE(1,5), BE(2,3), BE(2,4), BE(2,5)

FR LY(3,5), LY(4,5), LY(5,3), LY(5,5), LY(6,4), LY(6,5)

VA 1 LY(1,1) LY(2,2) LY(3,3) LY(4,4) LY(7,5) PS(5,5)

ST 1.5 ALL

EQ BE 1 2 3 BE 2 3

EQ BE 1 2 4 BE 2 4

PD

OU IT=650 SE TV AD=OFF

Biometria

MESA REDONDA: LA ESTADÍSTICA EN LA INVESTIGACIÓN MÉDICA*

V. ABRAIRA
C. CADARSO
G. GÓMEZ
A. MARTÍN
S. PITA

Este artículo es una transcripción de las conferencias dictadas en la mesa organizada en el 4º Congreso Galego de Estatística y Investigación de Operacions que tuvo lugar en Santiago de Compostela en Noviembre de 1999. Los autores discuten sobre el posible uso o abuso de la estadística en artículos científicos, sobre lo que se necesitaría para alcanzar la interdisciplinariedad y lo que se entiende por éxito profesional. Se define la disciplina (Bioestadística) y se identifica a sus profesionales (Bioestadísticos). Se discute sobre el papel de un bioestadístico en un equipo de investigación médico y se repasan las dificultades que tienen los médicos para realizar estudios clínico-epidemiológicos.

Round Table: Statistics in Medical Research

Paraules clau: Colaboración bioestadística, controversias bioestadísticas, multidisciplinariedad, reconocimiento profesional

Classificació AMS (MSC 2000): 62-01, 62-06

* *Presentación:* Carmen Cadarso. *Moderadora:* Guadalupe Gómez. *Participantes:* Antonio Martín Andrés, Víctor Abraira y Salvador Pita.

Correspondencia: Guadalupe Gómez: lupe.gomez@upc.es.

Agradecimientos: Nuestro especial agradecimiento a los profesores Xose Luis Otero Cepeda y María José Lombardía Cortiña, co-Presidente y Secretaria, respectivamente, del Comité Científico y Organizador del 4º Congreso Galego de Estatística y Investigación de Operacións.

–Recibido en mayo de 2000.

–Aceptado en enero de 2001.

Desde su creación en 1992, nuestra *Sociedade Galega para la Promoción da Estatística e da Investigación de Operacions* (SGAPEIO) ha aceptado el reto de celebrar congresos bienales, donde tuviesen cabida no sólo personas especialistas de la Estadística y de la Investigación Operativa, sino también profesionales de otros colectivos que emplean en su actividad diaria técnicas de nuestra especialidad.

El hecho de que este IV Congreso se celebre en la Facultad de Medicina de la Universidad de Santiago de Compostela, nos permite ofrecer un marco idóneo al objetivo particular que nos hemos marcado para esta edición. Ésto es, poner de relieve los aspectos metodológicos y de aplicación en el ámbito específico de la Biomedicina. Así pues, desde la Organización hemos intentado que la presencia de la Bioestadística se reflejase de manera singular, tanto en las comunicaciones como en buena parte de las Conferencias que se han integrado en esta Edición.

El Comité Organizador y Científico ha considerado que este Congreso podría significar, asimismo, una magnífica oportunidad para realizar una reflexión multidisciplinar sobre el papel de la Bioestadística en nuestro país. Para ello hemos diseñado una Mesa Redonda titulada «La Estadística en la Investigación Médica», en la que interviniesen profesionales de la Bioestadística que pudiesen ofrecer una perspectiva actual de esta especialidad. En particular, una Mesa donde se tratase de forma específica su papel en los trabajos de investigación clínico-epidemiológica, discutiendo diversos aspectos como: ¿qué entendemos por la disciplina Bioestadística?, ¿cuál ha de ser el perfil de un buen bioestadístico?, ¿cuál ha de ser su formación académica?, ¿cuáles son las dificultades prácticas en la colaboración diaria entre el bioestadístico y el médico?, etc. Estas y otras cuestiones habrán de ser tratadas por profesionales, contando sus experiencias en el mundo universitario y también en otros ámbitos, como pueden ser las Unidades de Investigación de Hospitales Clínicos.

Es evidente que la coordinación de esta Mesa Redonda tendría que ser llevada por un/una profesional de la Bioestadística con gran experiencia en los temas a tratar. Hemos de decir con orgullo y satisfacción que no ha sido difícil encontrar a una persona más adecuada para llevar a cabo esta tarea.

En nombre del Comité Organizador y Científico, es para mí un honor dar la bienvenida a la Profesora **Guadalupe Gómez Melis**, que actuará como moderadora de esta Mesa Redonda. Guadalupe Gómez es una de las profesionales de la Bioestadística española con mayor prestigio nacional e internacional. Es profesora Titular del Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad Politécnica de Catalunya. Ha obtenido el título de Ph.D. en Estadística por la Universidad de Columbia de Nueva York (EEUU). Es especialista renombrada en el campo del Análisis de Supervivencia, siendo coautora de varios libros y numerosos artículos en revistas internacionales de Estadística y de Medicina. Es de reseñar su labor docente en el extranjero (Ohio State University), así como su participación en proyectos de investigación internacionales con las Universidades de Harvard (Boston) y Columbia (Nueva York). Como prueba de

su prestigio en el campo de la Bioestadística, hemos de destacar que Guadalupe es, en la actualidad, la Presidenta de la Región española de la International Biometric Society, siendo miembro electo del Council de dicha Sociedad hasta el 2003.

En esta Mesa Redonda, tenemos el honor de contar con la presencia de renombrados bioestadísticos españoles. Por orden de intervención, tengo el placer de presentarles a los profesores Antonio Martín Andrés, Víctor Abraira, y Salvador Pita.

El profesor **Antonio Martín Andrés** es Licenciado y Doctor en Matemáticas y Catedrático de Universidad en el Área de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad de Granada. Actualmente es el responsable de la unidad docente de Bioestadística de la Facultad de Medicina en la que fundamentalmente imparte su docencia. También tiene carga docente en Fisioterapia, Criminología y en la Licenciatura de Ciencias y Técnicas Estadísticas. Es coautor de varios libros y artículos tanto en revistas de medicina como en revistas de estadística y actualmente investiga sobre el análisis de tablas 2×2 y sobre los tests de equivalencia entre proporciones.

El profesor **Víctor Abraira** es Licenciado en Física y Doctor en Biología. Es actualmente el responsable de la Unidad de Bioestadística Clínica de la Unidad de Investigación del Hospital Ramón y Cajal. Comparte su dedicación en el hospital con la docencia en el Departamento de Matemática Aplicada (Biomatemática) de la Facultad de Biología de la Universidad Complutense de Madrid. Es coautor de un paquete estadístico, de varios libros y artículos en revistas.

Salvador Pita Fernández es médico, especialista en Medicina Familiar y Comunitaria. Obtuvo un MPH (Master in Public Health) en Epidemiología en la Columbia University de New York y el Doctorado en Medicina y Cirugía por la Universidad de Santiago de Compostela. Es actualmente el responsable de la Unidad de Epidemiología Clínica y Bioestadística del Complejo Hospitalario Juan Canalejo. Comparte su dedicación en el hospital con una Cátedra de Escuela Universitaria en el Área de Medicina Preventiva y Salud Pública en la Universidad de La Coruña. Está haciendo una excelente labor interdisciplinaria organizando a su alrededor un equipo de investigación formado por médicos y matemáticos.

Sin más preámbulos, demos paso a la profesora Guadalupe Gómez. Pero antes de nada, permítanme transmitir a todos los componentes de esta mesa nuestro mayor agradecimiento por haber aceptado la invitación a participar en este Congreso. Asimismo, nuestra más sincera felicitación por la perfecta organización y preparación de la Mesa Redonda a lo largo de estos últimos meses. Por sus contenidos, no cabe la menor duda de que esta sesión de trabajo va a resultar atractiva y de interés para la gran mayoría de los asistentes.

La Estadística en la Investigación Médica

Guadalupe Gómez

Dpto. de Estadística e Investigación Operativa. Universidad Politécnica de Cataluña

Quiero empezar agradeciendo al Comité Organizador del *4º Congreso Galego de Estatística y Investigación de Operacions* su invitación para moderar la sesión que ahora iniciamos y muy en particular a la profesora Carmen Cadarso de la Universidad de Santiago de Compostela por su confianza, su amabilidad y su inestimable ayuda. También quiero extender las gracias a mis compañeros de sesión por haber estado al «pie del correo electrónico» durante los dos últimos meses ayudándome a organizar y distribuir los temas que a continuación expondremos.

De las conversaciones con la profesora Carmen Cadarso se desprende que existe una cierta preocupación por cuál debería ser el perfil de un bioestadístico, cómo deberíamos incentivar la interdisciplinariedad, qué deberíamos aprender unos y otros para conseguir colaboraciones útiles, efectivas y gratificantes, cuál es nuestra opinión sobre la forma en cómo se llevan las investigaciones médicas que precisan de la colaboración del estadístico, qué opinamos sobre los errores de la estadística en las publicaciones médicas, qué podemos hacer para paliarlo, etc.

Mi rol como moderadora ha sido primordialmente organizativo, puesto que hasta el momento no hemos disentido en prácticamente ningún tema. Así pues hemos intentado cubrir diferentes aspectos relacionados directa o indirectamente con la Estadística en la Investigación Médica aún a sabiendas que podemos haber dejado puntos en el tintero y sobre los cuales agradeceríamos vuestra intervención al finalizar el turno de nuestras intervenciones.

El guión de la sesión es el que sigue:

Empezaré dando una visión panorámica y apuntando algunos temas en los que a continuación alguno de los participantes profundizará. Me seguirá el profesor Antonio Martín de la Universidad de Granada quien bajo su visión de matemático, trabajando desde hace más de 20 años en problemas que acontecen en la experimentación en medicina, nos definirá la bioestadística, los bioestadísticos y también nos hablará de dónde se encuentran, y de cómo se organizan, entre otras cosas. El profesor Víctor Abraira de la Universidad Complutense de Madrid y del Hospital Ramón y Cajal, bajo su perspectiva físico-biológico-informática, nos hablará sobre el rol que un bioestadístico debe satisfacer en un equipo interdisciplinar. Concluirá el profesor Salvador Pita de la Universidad de La Coruña y del Complejo Hospitalario Juan Canalejo, quien, bajo un perfil esencialmente médico, nos comentará la problemática del médico en los estudios clínico-epidemiológicos.

Bajo el epígrafe «Estadística en la Investigación Médica» caben un sinfín de temas

no todos resueltos, no todos conflictivos. Debemos pensar por tanto en el perfil de los bioestadísticos-estadísticos-matemáticos, así como en el de los médicos-clínicos-epidemiólogos-gestores de la salud. Nos podemos plantear sobre la formación adecuada de cada uno de estos colectivos: ¿cuánta estadística deben aprender los médicos?, ¿será el contenido cuantitativo el mismo tanto si investigan como si no lo hacen?, ¿qué contenidos estadísticos son los más adecuados para una buena formación como epidemiólogo? Y con respecto a los bioestadísticos-estadísticos-matemáticos, ¿cómo y en qué momento se les motiva para una interdisciplinariedad en el campo de la salud?, ¿cuánto deberían profundizar sobre el problema médico y cuánto esfuerzo deben poner en su entendimiento? Por último, deberíamos hablar de los distintos tipos de colaboraciones; las hay de muchas clases, desde simples consultas puntuales, que pueden resolverse en el transcurso de pocas horas, hasta desarrollos metodológicos, que pueden necesitar de la colaboración conjunta durante varias semanas o meses.

Para la preparación de esta mesa he revisado la literatura y he encontrado algunos artículos que discuten desde el uso de la estadística en investigación biomédica (Altman, 1991; Segú y Cobo, 1995), hasta la evaluación del uso de diferentes procedimientos estadísticos en los artículos publicados en Medicina Clínica (Mora, Ascaso y Sentís, 1995a, 1995b, 1996; González, Pulido y Sanz, 1995), pasando por reflexiones sobre las responsabilidades de los bioestadísticos involucrados en investigaciones médicas (Lesser y Parker, 1995), por los conflictos entre médicos y matemáticos (Feinstein, 1996) y de cómo sobrevivir en un «academic medical statistical world» (Pocock, 1995). Además de todos estos interesantes artículos —a algunos de los cuales se van a referir mis compañeros— ha habido dos con los que he disfrutado leyendo y que han sido básicamente la semilla de la sesión que ahora iniciamos. Me refiero, por un lado, al artículo «Biostatistical Collaboration in Medical Research» del profesor Jonas Ellenberg preparado para la Opening Ceremony de la International Biometrics Conference que tuvo lugar en Namur (Bélgica) en 1988 y aparecido en la revista *Biometrics* en 1990. Diez años después, muchos de los puntos suscitados en su artículo aún son vigentes en nuestro país. El segundo trabajo corresponde en realidad a las Actas del V Encuentro Marcelino Pascua que tuvo lugar en Granada en 1995. En los artículos que componen el libro de ponencias los seis firmantes se plantean el problema de la interdisciplinariedad y de la implicación del bioestadístico desde las primeras fases del diseño. En concreto, las ponencias de María Adela Sanz Aguado de la Universidad del País Vasco, de Carlos Aibar Remón de la Universidad de Zaragoza y de Josep Lluís Segú Juan de Pharma Consult Services han inspirado algunas de mis reflexiones.

Una visión rápida de los temas que a continuación discutiré se resume en los siguientes cinco puntos:

1. Resolución de problemas: ¿necesitamos o no especialistas?
2. La formación cuantitativa del médico: ¿debe ser mucha o poca?
3. En las publicaciones médicas: ¿se usa o se abusa de la estadística?

4. ¿Qué se entiende por éxito profesional? ¿Es lo mismo en ambos colectivos?
5. ¿Qué caminos debemos emprender para conseguir una auténtica interdisciplinariedad?

1.1. Resolución de problemas: ¿Necesitamos o no especialistas?

Muchos problemas son resueltos hoy día por no especialistas. ¿Dónde se establece el límite? ¿En qué momento es necesaria la presencia del estadístico?

En el mencionado artículo de Ellenberg se establece una muy afortunada analogía entre la relación de un médico con sus pacientes y la colaboración entre un bioestadístico y sus clientes, por lo general médicos, caricaturizando así lo que se espera de un estadístico y de su colaboración en un estudio médico. El gráfico de la Figura 1 nos servirá para explicar dicha analogía:

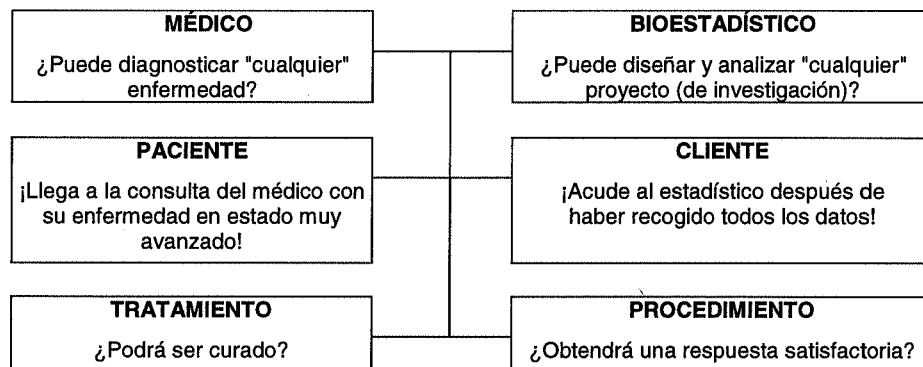


Figura 1. Analogía entre la relación de un médico con sus pacientes y la colaboración entre un bioestadístico y sus clientes.

1. De la misma forma que no cabe esperar que un médico pueda diagnosticar cualquier enfermedad, tampoco debemos esperar que un bioestadístico pueda diseñar y analizar cualquier proyecto.
2. Al igual que esperaríamos que los enfermos llegasen con celeridad a la consulta del médico al aparecer los primeros síntomas y no cuando su enfermedad estuviese ya en estado muy avanzado, tampoco se le debería presentar el problema al bioestadístico mucho tiempo después del inicio del proceso de planificación y diseño, o incluso después de haber recogido todos los datos, puesto que entonces el abanico de procedimientos útiles puede quedar muy limitado hasta el punto de que no sea posible

probar la evidencia científico-médica. ¡Qué pocas posibilidades tendrá el médico de curar a su paciente si éste llega con la enfermedad en estado muy avanzado y cuántas dificultades tendrá el bioestadístico para analizar un estudio si el problema le llega después de haberse planificado y diseñado y muy probablemente con los datos ya recogidos! El principal mensaje de este punto quedaría resumido en la siguiente célebre frase aparecida en el editorial de la revista Lancet en 1937 acompañando a los artículos de Bradford Hill «*The time to allow for statistical factors is when an inquiry is being planned, not when it is completed*» (Hill, 1937).

3. No podemos pretender tampoco que un procedimiento estadístico sea transferible de forma automática de un protocolo a otro, de la misma manera que un tratamiento válido para un paciente no tiene que ser válido para otro paciente. Por este motivo, y tal como comenta Armitage en su discusión al artículo del profesor Ellenberg, aunque por un lado nos tengamos que congratular de que el conocimiento estadístico haya superado muchas barreras y sea usado hoy día por no especialistas, también debe preocuparnos que, en algunas circunstancias, un desconocimiento profundo de los problemas fundamentales conlleve un mal uso de las técnicas estadísticas.

Toda vía de solución a esta controversia pasa necesariamente por una mayor comprensión de lo que significa la bioestadística —este punto lo abordará el profesor Antonio Martín— y por entender el rol del bioestadístico en un equipo interdisciplinar —de lo que se encargará el profesor Víctor Abaira.

1.2. La formación cuantitativa del médico: ¿debe ser mucha o poca?

Un apreciado científico, el profesor Thomas Chalmers, médico colaborador en la Escuela de Salud Pública de Harvard, en su discusión del artículo del profesor Jonas Ellenberg, opina que en buena parte el problema reside en la pobre formación cuantitativa de los médicos. Según él, cualquier estudiante de medicina debería aprender, desde el inicio mismo de sus estudios, sobre el significado de **error experimental** y de **variabilidad**. Estos conceptos, y las consecuencias que de ellos se derivan, deberían acompañarle a lo largo de sus estudios como parte integrante de los estudios de Medicina.

Según Chalmers la prioridad de la bioestadística en los estudios de medicina es pareja a la bioquímica o a la fisiología ya que, a modo de ejemplo, es como si el médico se enfrentara cada vez que inicia la historia clínica de un paciente a un pequeño ensayo clínico (de tamaño $n = 1$).

Imagino que es polémico decidir, y quizás no es este el marco adecuado, sobre los contenidos de bioestadística que deberían incluirse en los estudios de medicina y la necesidad de conocimientos cuantitativos que un médico debe tener para leer de forma crítica los artículos de su especialidad y así estar al día de los avances en su campo.

Otro aspecto, a mi parecer importante, tiene que ver con la actitud del médico delante de la resolución de un problema que conlleva la colaboración interdisciplinar. Desde mi punto de vista la colaboración médico-bioestadística no es simétrica; es decir, no hay un equilibrio entre lo que se espera que entienda y asimile uno y otro colectivo. En general, o al menos así es mi experiencia, se espera que el bioestadístico esté preparado para entender el problema médico y que basándose en esto proponga los procedimientos estadísticos más adecuados. Sin embargo, el médico se inhibe de entender la metodología usada para describir el problema o para probar la evidencia, so pretexto de que el lenguaje matemático sólo es accesible a unos pocos. Queda este comentario en el aire,...

1.3. En las publicaciones médicas: ¿se usa o se abusa de la estadística?

Sobre los usos y abusos de la estadística en las publicaciones médicas se ha escrito bastante y diversas revisiones indican que hay problemas tanto de infrautilización como de sobreutilización de la estadística. Las ponencias de C. Aibar y de J.L. Segú en las Actas del V Encuentro Marcelino Pascua exploran de forma muy acertada estos temas. El profesor Víctor Abraira ahondará sobre cuánta estadística se usa, y si se usa bien o mal.

Quiero resaltar tres puntos que pienso que compiten en las causas de una mala praxis de la estadística:

1. El colectivo de «metodólogos» necesita ilustrar de forma convincente sus logros. Se sobreentiende demasiado a menudo que un análisis estadístico de complejidad superior a las técnicas tradicionales ilustra de forma más convincente una hipótesis o evidencia científica.
2. Los editores de revistas «tienden» a premiar, con su publicación, los análisis estadísticos más sofisticados.
3. Desde el punto de vista de algunos estadísticos los estudios más interesantes son aquellos con problemas en el diseño y en el cumplimiento del protocolo puesto que significa un reto el elaborar la teoría que los analiza correctamente. Sin embargo, el estadístico debe plantarse si es ética su colaboración en un proyecto cuando no se está de acuerdo con el diseño o la solución que se plantea.

No he podido resistir la tentación de presentaros los siete **pecados capitales en la investigación médica** extraídos de la ponencia de J.L. Segú en el V Encuentro Marcelino Pascua. Figuran en la Tabla 1

Tabla 1. Los siete pecados capitales en la investigación médica.

LUJURIA	La padecen los estadísticos que encuentran placer en utilizar la técnica más compleja posible con el secreto propósito de impresionar y hacer más difícil la vida a los sufridos editores y lectores. Se olvidan que en los artículos médicos la estadística debe estar al servicio de la medicina.
PEREZA	La padecen aquellos médicos a los que no les apetece usar técnicas cuantitativas para presentar sus datos.
SOBERBIA	La padecen aquellos clínicos con conocimientos mínimos de estadística y que se creen autosuficientes. Corren el riesgo de utilizar inadecuadamente una técnica estadística puesto que los programas informáticos no distinguen un uso adecuado de uno inadecuado.
ENVIDIA	Plagio o copia de métodos utilizados en otros artículos. Practicada con prudencia puede ser beneficiosa y productiva
IRA	Utiliza la estadística con enfado. El médico entiende que necesita de la estadística pero se niega a aprenderla.
GULA	Diversidad de excesos. La cometen tanto los bioestadísticos como los médicos cuando se plantean demasiados objetivos, cuando analizan demasiadas variables o cuando extraen demasiadas conclusiones.
AVARICIA	Necesidad incontrolable de aumentar el número de publicaciones. La cometen ambos colectivos bajo una presión cada vez más acusada de publicar y un deseo irrefrenable de rentabilizar todo lo que hacen para así engordar su curriculum.

1.4. ¿Qué se entiende por éxito profesional? ¿Es lo mismo en ambos colectivos?

Quiero destacar muy brevemente que lo que se entiende por éxito profesional no significa lo mismo para los médicos y/o epidemiólogos que para los estadísticos. Los intereses de uno y otro colectivo no van siempre de la mano. El objetivo de un estudio clínico (y/o epidemiológico) es demostrar una hipótesis clínica y/o describir y encontrar relaciones causales en situaciones concretas. Por consiguiente, el éxito en la investigación médica se mide a partir del logro de dichos objetivos y en este caso la metodología estadística es irrelevante siempre y cuando se esté usando con rigor y adecuadamente. El éxito de un estadístico-bioestadístico se mide a partir de su capacidad de hacer innovaciones metodológicas y también de utilizar de forma original y novedosa procedimientos descritos en la literatura estadística. Por otro lado, Pocock (Pocock, 1995) cuestiona el hecho de que un background en matemáticas y estadística conlleve necesariamente un entusiasmo en la aplicación de la estadística en las investigaciones médicas. Esta diferencia en la valoración del éxito está muchas veces fomentada por las autoridades responsables de valorar unos y otros curriculums para la concesión de diversos premios y complementos. Es mi opinión que mientras exista esta parcelación en la evaluación

de nuestros trabajos, el camino hacia la absoluta interdisciplinariedad continuará siendo muy arduo.

1.5. ¿Qué caminos debemos emprender para conseguir una auténtica interdisciplinariedad?

Quiero acabar mi intervención planteando lo que debería ser la meta para la próxima década en nuestro país y esperando que esta mesa redonda nos haya acercado un poco más a ella. Me refiero a la **INTERDISCIPLINARIEDAD** y en particular a las actitudes y aptitudes que un buen equipo pluridisciplinar debe tener.

Hemos de continuar trabajando en la construcción de equipos de investigación sólidos, productivos y competitivos mediante la colaboración de (bio)estadísticos, epidemiólogos y clínicos. La interdisciplinariedad de los equipos de investigación puede conseguirse actuando en diversos frentes: contratando a todos los investigadores bajo el mismo techo, por ejemplo mediante la creación de plazas de estadístico en la Escuela Nacional de Sanidad, de plazas de estadístico senior en los Institutos Municipales de Salud, creando departamentos universitarios interdepartamentales, procurando que la docencia de la bioestadística en las facultades de medicina, farmacia, biología, etc., se comparta con los estadísticos, añadiendo asignaturas de epidemiología y de ensayos clínicos en las facultades de matemáticas, etc.

Los miembros de dicho equipo deben tomar consciencia de sus propias habilidades y esforzarse en transmitir sus ideas con tacto pero con persistencia, deben comprometerse con el proyecto y deben desarrollar la habilidad de escuchar a su colega. En otras palabras, deben esforzarse en ser unos comunicadores razonables y abiertos y unos colaboradores no dogmáticos. Los biestadísticos deberán hacer un esfuerzo especial para que el lenguaje matemático sea accesible y digerible para el colectivo médico, quienes a su vez deberán esforzarse en allanar su camino mediante el estudio necesario. Concluyendo, la llave del futuro está en la capacidad de entrenar a una nueva generación de bioestadísticos

El contenido de mi aportación bien podría resumirse con las siguientes frases del profesor Stuart J. Pocock extraídas de su artículo «Life as an academic medical statistician and how to survive it», aparecido en *Statistics in Medicine* en 1995.

*Medical statisticians can sometimes be more enthused by the technical statistics than the medical problem, but **true collaborative success** is best achieved by a joint professional commitment to the overall scientific goals. It is also worth recognizing the importance of the **personal relationships**, and any statisticians view that «it is the data that matter» is in danger of missing out on the richer pastures of **multidisciplinary interactions**. Rela-*

tionships can also experience considerable strain if the statistician's role is not clearly defined and it pays to clarify early what is intended on key matters such as publications, authorship and time commitment.

REFERENCIAS

- Altman, D.G. (1991). «Statistics in medical journals: developments in the 1980s», *Statistics in Medicine*, 10, 1897-1913.
- Ellenberg J. (1990). «Biostatistical Collaboration in Medical Research», *Biometrics*, 46, 1-32.
- Feinstein, A.R. (1996). «Two centuries of conflict-collaboration between medicine and mathematics», *Journal of Clinical Epidemiology*, 49, 1339-43.
- González, J.C., Pulido, M. y Sanz, F. (1995). «Evaluación del uso de procedimientos estadísticos en los artículos originales publicados en Medicina Clínica durante tres décadas (1962-1992)», *Medicina Clínica*, 104, 448-452.
- Hill, A.B. (1937). «Principles of medical statistics. I. The aim of the statistical method», *Lancet*, i, 41-43.
- Lesser, M.L. and Parker, R.A. (1995). «The biostatistician in medical research: Allocating time and effort», *Statistics in Medicine*, 14, 1683-1692.
- Mora, R., Ascaso, C. y Sentis, J. (1995a). «Tendencias actuales en la utilización de la estadística en medicina. Estudio de los artículos originales publicados en Medicina Clínica (1991-1992)», *Medicina Clínica*, 104, 444-447.
- (1995b). «Uso y presentación de la metodología estadística en los artículos originales publicados en Medicina Clínica durante 1993», *Medicina Clínica*, 105, 9-12.
- (1996). «Uso actual de la estadística en investigación biomédica: una comparación entre revistas de medicina general», *Medicina Clínica*, 106, 451-446.
- Pocock, S.J. (1995). «Life as an academic medical statistician and how to survive it», *Statistics in Medicine*, 14, 209-222.
- Sánchez-Cantalejo, E. ed. (1995). «La epidemiología y la estadística». V *Encuentro Marcelino Pascua*. Granada.
- Segú, J.L. y Cobo, E. (1995). «La estadística en Medicina Clínica», *Medicina Clínica*, 104, 456-457.

La Disciplina y sus profesionales

Antonio Martín Andrés

Bioestadística. Facultad de Medicina. Universidad de Granada

Antes que nada deseo agradecer a la profesora Cadarso y al Comité Organizador del Congreso la oportunidad que me han dado de estar aquí con todos Uds., a los que también agradezco su amable presencia, lo cual me ha obligado a revisar todo ese material que uno va guardando sin disponer nunca de tiempo para organizarlo, y a meditar sobre determinados aspectos de la Bioestadística sobre los que uno nunca tuvo tiempo de reflexionar de modo global.

En esta 2ª Parte de la Mesa Redonda se va a definir la disciplina (LA BIOESTADÍSTICA), se va a identificar a sus profesionales como conjunto (LOS BIOESTADÍSTICOS) y, finalmente, se va a describir la problemática de los mismos como individuos (EL BIOESTADÍSTICO). El criterio seguido para ello será el de proporcionar citas ajenas alusivas a cada concepto (a fin de transmitir una opinión no excesivamente individual), complementadas, cuando ha lugar, con algunos comentarios personales. Al principio primará lo primero; al final, cada vez más, lo segundo. Pero he de advertir que las citas no son literales, sino que con frecuencia me he permitido entresacar las frases más relevantes para el fin perseguido (aún cuando las citas vayan circunstancialmente entrecomilladas).

Finalmente, señalar que cada aproximación a cada uno de los tres objetivos se efectuará planteando preguntas específicas acerca del mismo.

2.1. La Bioestadística

Definir una disciplina es siempre un asunto complejo que no deja satisfecho a nadie, de modo que lo mejor es comenzar por preguntarse **¿Cuál es su origen?** Inicialmente la *Estadística* fue una asignatura más dentro de la *Matemática*, pero su pujanza la ha hecho convertirse actualmente en una Licenciatura independiente (de hecho algunos discuten hoy día que la Estadística sea una parte de la Matemática, pero eso no es nuestro tema actual, aunque, personalmente, no me parece bueno poner en cuestión los claros orígenes de las cosas o personas). Cada campo de aplicación de la Estadística proporciona una visión especial de la misma, dando lugar así a disciplinas como la *Geoestadística*, *Psicometría*, *Bioestadística*, ..., la más exitosa de las cuales es la que nos ocupa. Así, Greenfield (1993) alude a la Estadística Médica «como modelo de éxito en la introducción de la Estadística en la práctica científica; señala las razones de tal éxito (para que las demás copien) e indica que es un término reconocido y respetado por la Sociedad». De otro lado DeMets *et al.* (1994) indican que «la Bioestadística se ha convertido en una parte integral de la investigación médica para el diseño y análisis

de laboratorio, la Epidemiología y los Ensayos Clínicos, siendo reconocida como tal desde 1940», si bien David (1998) señala que «el término Bioestadística surgió por primera vez en 1890 (en el Webster's Dictionary)».

En este preámbulo se han utilizado dos términos distintos para aludir al concepto actual (Estadística Médica y Bioestadística) ¿Qué sucede? **¿Cuál es su definición?** En realidad no hay un acuerdo específico claro, y así conviven en esencia dos definiciones de *Bioestadística*, una «amplia» y una «estrecha». Por ejemplo, la Encyclopedia of Statistical Sciences (ESS en adelante) de 1982 indica que «Es la rama de las ciencias que aplica métodos estadísticos a los problemas biológicos», en tanto que la Encyclopedia of Biostatistics (EB en adelante) de 1998 la define como «Los métodos estadísticos en Medicina y Ciencias de la Salud» y la OMS (1983) indican que ella alude a «El estudio de las aplicaciones y métodos estadísticos a la teoría y práctica de la Medicina». La primera definición (amplia) acoge, dentro de la Bioestadística, las aplicaciones a la Biología y la Medicina; la segunda (estrecha) acoge sólo las aplicaciones a la Medicina. Personalmente estoy de acuerdo con la primera, pero en la práctica lo que sucede es que el desarrollo y la relevancia social de la Salud ha hecho que el sentido médico prime sobre el biológico.

De la propia definición, se ve cómo existe una interrelación entre Medicina y Estadística, por cuanto la segunda habrá de resolver nuevos problemas médicos con viejas fórmulas estadísticas o habrá de crear nuevas fórmulas para viejos/nuevos problemas médicos, con lo que la motivación esencial es el problema práctico médico. Y es de esta interrelación de donde surge la Bioestadística (Médica). Como definición complementaria, conviene ver en qué difiere la *Bioestadística* de otras disciplinas relacionadas. Así, la ESS (1982) indica que difiere de la *Estadística tradicional* en que «ha de conocer otros campos (Genética, Epidemiología, Demografía, Ensayos Clínicos, Salud Pública, ...)», en tanto que la EB (1998) señala que difiere de las otras *Estadísticas Aplicadas* «en el contexto humano (problemas éticos; el ser humano no es una perfecta unidad experimental; los médicos que los juzgan no son siempre coherentes; asociación es distinta de casualidad; etc)».

Existen otros términos relacionados con la Bioestadística sobre los que tampoco hay acuerdo específico. **¿Cuáles son las disciplinas relacionadas?** La más conocida de todas es la *Biometría*, la cual, para unos (ESS, 1982) es una disciplina «cercana, pero *más restringida*, pues la Bioestadística también ha de trabajar con epidemiólogos, estadísticos vitales, demógrafos, ...», en tanto que para otros (EB, 1998) «es *más amplia*: cuando acoge también a la Biología». Personalmente entiendo que la Biometría es *mucho más amplia* que la Bioestadística, por cuanto que aquella acoge a la Bioestadística Médica y Biológica, a la Psicometría, a la *Biomatemática*, ... y en general a todas las aplicaciones de la Matemática o de la Estadística a las Ciencias de la Vida y de la Salud. Debe también tenerse en cuenta que la Biomatemática alude al tratamiento cuantitativo determinista de los problemas biológicos en general (en contraposición al tratamiento

aleatorio que efectúa la Bioestadística). ¿Y qué decir de la *Estadística Médica*? La EB (1998) no indica mucho al señalar que «puede ser sinónimo de Bioestadística (Médica), pero es más restringido» (?). Personalmente entiendo que *Bioestadística (Médica)* es lo mismo que Estadística Médica, la cual está incluida en la Bioestadística en general junto a la *Bioestadística (Biológica)*.

Finalmente **¿Cuál ha sido su pasado? y ¿Cuál es su futuro?** en cuanto a las técnicas de mayor utilidad. Según Armitage (1995) «Los temas de la Estadística que más han influido en la Estadística Médica en los últimos 50 años son: Regresión Múltiple y Modelo Lineal Generalizado; Análisis de Datos de Supervivencia; Análisis de Datos Categóricos; Análisis Espacial (problemas de crecimiento en Epidemiología Geográfica); Métodos Bayesianos (en los estudios de diagnóstico, epidemiológicos y Ensayos Clínicos), todos ellos posibles gracias al desarrollo de los ordenadores», si bien personalmente considero que en realidad Estadística y Bioestadística se han influido mutuamente; echo en falta al Metaanálisis (una temática esencialmente de origen médico) y a la Regresión Logística (que supongo incluye dentro de la Múltiple); y, finalmente, no tengo la impresión de que hasta ahora los Métodos Bayesianos hayan tenido una especial relevancia dentro de la Bioestadística (cosa distinta es que la tendrán en el futuro). En cuanto a tal futuro, Houwelingen (1997) indica que él «vendrá marcado por las *nuevas aplicaciones* (datos históricos de pacientes oncológicos o de familiares en epidemiología; datos espaciales en ecología); *nuevas filosofías* (modelos causales en lugar de Ensayos Clínicos aleatorizados; predicción vs ajuste de modelos pronósticos); *nuevos modelos* (cadenas gráficas; modelos de efectos aleatorios); *nuevas facilidades de cómputo* (lo que incide en el resto); *nuevas técnicas* (gráficas; métodos exactos; pseudoverosimilitud); *nuevas formas de colaboración* (bases de datos en Metaanálisis; software por Internet; publicaciones por Internet).»

2.2. Los bioestadísticos

Entendidos como el colectivo de profesionales que se dedican a la Bioestadística, conviene preguntarse sobre su número, ubicación, formación, etc.

Para responder a **¿Cuántos son?**, conviene referir que, según ESS (1982), «en 1978, un 20% de los estadísticos de USA estaban interesados por la Bioestadística, en tanto que un 10% de los estadísticos se declaraban bioestadísticos», y que según DeMets *et al.* (1998) «un 28% de los estadísticos son bioestadísticos, y un 29% de los estadísticos son biómetras», lo que indica dos cosas. Por un lado que en 20 años el colectivo de bioestadísticos de USA casi se triplicó (con relación al total de estadísticos); por otro, que ellos son casi la totalidad de biómetras. Para España no se dispone prácticamente de datos, pero casi todos los bioestadísticos se encuentran en la Universidad; de ellos puede decirse que en la última solicitud de creación del Área de Conocimiento de Bioestadística (1998), 104 profesores desearon acogerse a la misma. Si se tiene en cuenta que

tal número es muy inferior al de Bioestadísticos (pues muchos de ellos podrían no querer que se creara el Área, o no estar dispuestos a acogerse a ella o, frecuentemente, no querer manifestarlo así públicamente), podría estimarse que un 7% de los estadísticos españoles son bioestadísticos. Para el futuro es previsible otro gran incremento en el número de bioestadísticos; como prueba de ello, cabe citar el dato de Martín (1996) según el cual «un 40% de las ofertas de trabajo internacionales de estadística son para bioestadísticos (fuentes: Amstat News, Biometrics Bulletin y RSS news) y en los países más diversos (mayoritariamente en USA y UK)».

Y ¿dónde trabajan? Según DeMets *et al.* (1994) el 45% se encuentra en la Universidad, el 45% en la Industria y el 10% en el Gobierno. Para España, una vez más, no hay datos, pero casi todos los bioestadísticos están en la Universidad y una estimación generosa podría cuantificar el anterior reparto en un 80%, 17% y 3%.

Como se ve, la situación en España sobre las dos cuestiones anteriores es muy diferente a la de USA y UK, y ello por dos razones: 1) Prácticamente sólo la Universidad los acoge, aunque las Unidades Mixtas de Investigaciones Médicas y las necesidades Hospitalarias empiezan a cambiar el panorama; 2) Dentro de la Universidad, su dispersión administrativa en diferentes Áreas (58% en Estadística e I.O.; 31% en Med. Preventiva y S.P.; 11% en el resto), la escasa valoración oficial de su trabajo (tramos de Investigación, colegas, ...) y la ausencia de una formación específica, no favorecen el crecimiento del colectivo.

Puesto que la bioestadística es una profesión, cabe preguntarse **¿cómo se forman?** los miembros de la misma. En primer lugar la EB (1998) confirma tal necesidad al indicar que «el grado de estadístico no prepara para ser bioestadístico»; en segundo lugar DeMets *et al.* (1994) es bastante pesimista al respecto al señalar que «el problema de la próxima generación de bioestadísticos es que no tienen un lugar reglado donde formarse», aunque Iglewicz es más esperanzador al destacar la gran proliferación de Cursos, Doctorados y Masters en Bioestadística en los últimos años (por ejemplo, en el periodo 1981 a 1995 el número de programas de Doctorado de Bioestadística respecto al de Estadística se multiplicó por más de 3, siendo en 1995 un 20% del total). En España los bioestadísticos se forman solos (mal y tarde), aunque cada vez es más frecuente que en su trabajo se encuentren con colegas que le ayuden en el empeño. En la actualidad no hay un lugar donde formarse (ni es previsible que lo haya en un próximo futuro), aunque es de señalar que el 15-11-99 comienza en la Universidad de Barcelona un Doctorado en Biometría patrocinado por los Departamentos de Estadística, Ciencias del Comportamiento y Salud Pública. Desde aquí queremos sugerir la conveniencia de un **BEIR (BioEstadísticos Internos Residentes)** que dé respuesta a la próxima demanda de Bioestadísticos en los Hospitales (pero ello probablemente requiera de una masa crítica previa en los mismos que está lejos de haber sido alcanzada).

Pero los componentes de este colectivo **¿quiénes son?** La Bioestadística es probablemente la profesión con componentes más diversificados pues sus procedencias son di-

versas (matemáticos, médicos, biólogos, físicos, ...), como prueba la propia composición de esta mesa, si bien la procedencia mayoritaria es del campo de la estadística.

Y ¿cuánto publican? Los bioestadísticos realizan dos labores que dan lugar a publicaciones: 1) *De apoyo*: Publican en Revistas Médicas (difícil de cuantificar); 2) *Propia*: Publican en Revistas de Estadística (Ellenberg, 1990, lo evalúa en 100.000 pgs en 4 Revistas en 40 años). La necesidad de dar cabida a los artículos de la profesión ha ocasionado el nacimiento de nuevas revistas, a razón de una revista relevante cada 10 años (Statistics in Medicine en 1982; Statistical Methods in Medical Research en 1992; Biostatistics, de Biometrika, en el 2000). Un asunto emparentado con el anterior es **¿a qué dedican su tiempo?** Lesser and Parker (1995) indica que «los bioestadísticos están demasiado ocupados con consultas cortas, colaboraciones largas, investigación en Bioestadística y la enseñanza (en lo que influye el tamaño del grupo y su financiación) lo que los envuelve en *demasiados trabajos desarrollados simultáneamente*». En España la situación no es muy diferente, pero el problema está agravado por el menor tamaño de los grupos frente al de sus colegas con otra dedicación. Todo ello es fruto de la deseable integración del bioestadístico en su centro de trabajo, lo que los envuelve en multitud de peticiones de amigos y colegas. Sin embargo esto presenta sus problemas de valoración externa, y así Kraemer *et al.* (1987) ya indicaban que «Dentro de un Departamento de Bioestadística o de Estadística los jóvenes investigadores son recompensados sólo por su trabajo en Estadística Teórica, no por sus aplicaciones a la Medicina. Si no queremos que nos trabajen bioestadísticos inexpertos, hay que premiarles económicamente y en estatus de algún modo».

En cuanto a **¿cómo son considerados?**, Ellenberg (1990) indica que «hemos pasado de ser *tolerados* a *aceptados* por los médicos», en lo que influye el hecho de que somos *necesitados*. En España, el bioestadístico es considerado por sus Departamentos y Centros como algo «raro» (para la Universidad no existen como tales), pero es bastante más respetado por los segundos (que suelen recibirlos con los brazos abiertos, aunque para que la actitud se mantenga es preciso que se integre y colabore plenamente). En general el bioestadístico se convierte en un miembro más de su Centro, fundamentalmente porque se le necesita y no hay relación de competencia con él (aunque el reciente desarrollo de la Epidemiología en España puede cambiar el panorama).

Finalmente, **¿cuánto ganan?** Según Iglewicz (1998), en USA un matemático gana menos que un estadístico, el cual gana aproximadamente igual que un bioestadístico de la Universidad que, a su vez, gana menos que uno de la industria farmacéutica. Allí, un Doctor en Bioestadística tiene un salario mediano de 11 millones de pesetas (casi el doble que un joven Catedrático de Universidad en España).

2.3. El bioestadístico

En este último apartado vamos a introducirnos en la piel de un bioestadístico individual para analizar sus sensaciones, análisis y conclusiones desde que llega por primera vez a su trabajo hasta que alcanza la cima de su carrera.

Su llegada suele ser *traumática*, pues se le plantean problemas que no entiende (y, si los entiende, no sabe cómo resolverlos). Pronto observa que una cosa es el problema «ya digerido» y con la pregunta específicamente planteada, y otra es la descripción general de un problema en el que la pregunta clave no está clara, así como que, si da con la solución, no sabe cómo transmitirla al médico. En resumen él se enfrenta a cinco dificultades: 1) Entender el problema expresado en lenguaje médico y pasarlo al lenguaje estadístico; 2) Comprender lo que el médico desea y saber sugerirle objetivos nuevos; 3) Conocer la técnica estadística a utilizar; 4) Tener conocimientos de Estadística Aplicada que le permitan extraer de la técnica todas sus posibilidades; y 5) Pasar al lenguaje médico sus conclusiones obtenidas en el lenguaje estadístico. Para la dificultad 3) cuenta solo con su esfuerzo y formación previa; para las demás puede contar además (y le será muy útil) con la ayuda de los colegas más experimentados. Es por ello que en la formación del Bioestadístico debe incluirse *sesiones de escucha* a bioestadísticos experimentados (como hacen los MIR con los médicos experimentados). Los temas en los que se formará dependen de (EB, 1998) «el Centro a que se incorpore (Medicina, Compañía Farmacéutica, Odontología, Agencia Gubernamental, ...)», y, en España, de su ubicación o no en un Centro, de su integración o no en un grupo ya formado y de la investigación dominante de su Centro (más preclina o más clínica).

Una vez que alcanza **su desarrollo**: 1) Comienza a transmitir los clásicos consejos de Hill en Lancet (no por tópicos menos vigentes) de que «el momento de acudir al estadístico es cuando uno se pregunta si el experimento está bien planificado, no cuando ha sido completado, y que ningún método estadístico puede compensar un experimento mal planificado»; 2) Adquiere las pautas de conducta de un estadístico profesional preconizadas por Deming (1965, 1982), asimilando que «debe ayudar al cliente a plantear el problema en términos estadísticos; debe explicarle el procedimiento, su costo y su precisión, y debe explicarle que los resultados pueden ser inútiles si no se ajusta al plan indicado»; 3) Comprende (OMS, 1984) que «la interdisciplinariedad ... es un elemento fundamental para modificar la misión y la condición de las Universidades en el seno de la sociedad» (lo que es aplicable también al ámbito actual); y 4) Finalmente, es capaz de distinguir los tres grupos de médicos que cita Murray (1990): «*Facultativos* (con conocimientos genéricos de Bioestadística y del método científico); *Investigadores casuales* (que sólo quieren embellecer su curriculum y culpables de las malas aplicaciones de la estadística), e *Investigadores profesionales* (que suelen ser editores ó coeditores, que publican, nos enseñan e influyen).

Con el paso del tiempo alcanza **su madurez**, momento en el que ha adoptado uno

de estos 3 caminos (no necesariamente excluyentes, pues suele participar en mayor o menor cuantía de cada uno de ellos): **I)** Es un bioestadístico *especializado* que se dedica a Proyectos a largo plazo —de los que obtienen fuentes extras de financiación— en temáticas en las que se ha formado de modo intensivo; **II)** Es un bioestadístico *ómnibus* que sabe un poco de todo y para el que cualquier nuevo problema constituye un reto motivador; o **III)** Es un bioestadístico *teórico* que desarrolla nuevos métodos sugeridos por las problemáticas aplicadas de su experiencia.

En todo caso, en su labor de investigación se tropieza con lo que constituye **sus problemas**: **A)** *¿Qué Proyectos acoger y qué participación económica exigir?* A estos efectos Lesser and Parker (1995) evalúan los factores que influyen en el nivel de esfuerzo que requiere un Proyecto para, en función de ello, responder a la pregunta anterior; **B)** *¿Cómo publicar con calidad?* En las próximas secciones se dan consejos específicos para ello, pero Lang and Secic (1997) y Byrne *et al.* (1998) son dos libros recientes sobre el tema; y **C)** *¿Cuándo figurar como coautor?*, a cuyos efectos Parker and Berman (1998) dan una tabla de puntuaciones (en función del trabajo realizado) que ayudan a tomar la decisión, y la ejemplifican con varios casos prácticos. La declaración de Vancouver (International Committee of Medical Journal Editors, 1997) contiene también unos sencillos criterios de autoría.

REFERENCIAS

- Armitage, P. (1995). «Before and after Bradford Hill: Some Trends in Medical Statistics», *Journal of the Royal Statistical Society A*, 158, Part 1, 143-53.
- Byrne, D.W. (1998). *Publishing your Medical Research Paper: what they teach in Medical School*. Williams & Wilkins, Philadelphia.
- David, H.A. (1998). «First (?) Occurrence of Common Terms in Probability and Statistics-A Second List, with Corrections», *The American Statistician*, 52 (1), 36-40.
- DeMets, D.L.; Anbar, D.A.; Fairweather, W.; Louis, T. and O'Neill, R.T. (1994). «Training the Next Generation of Biostatisticians», *The American Statistician*, 48 (4), 280-284.
- DeMets, D.L.; Woolson, R.; Brokks, C. and Qu, R. (1998). «Where the Jobs Are: A Study of Amstat News Job Advertisements», *The American Statistician*, 52 (4), 303-307.
- Deming, W.E. (1965). «Principles of Professional Statistical Practice», *The Annals of Mathematical Statistics*, 36 (6), 1883-1900.
- (1982). «Code of professional conduct: a personal view», *International Statistical Review*, 40, 214-219.
- Ellenberg, J.H. (1990). «Biostatistical Collaboration in Medical Research», *Biometrics*, 46, 1-32.

- Encyclopedia of Statistical Sciences (1982). Kotz, S. and Johnson, N.L. Wiley.
- Encyclopedia of Biostatistics (1998). Armitage, P. and Colton, T. Wiley.
- Greenfield, T. (1993). «Communicating Statistics», *Journal of the Royal Statistical Society A*, 156, part 2, 287-297.
- Houwelingen (van), H.C. (1997). «The future of Biostatistics: expecting the unexpected», *Statistics in Medicine*, 16, 2773-2784.
- Iglewicz, B. (1998). «Selected Information on the Statistics profession», *The American Statistician*, 52 (4), 289-294.
- International Committee of Medical Journal Editors (1997). «Uniform requirements for manuscripts submitted to biomedical journals», *Annals of Internal Medicine*, 126(1), 36-47.
- Kraemer, H.C. et al. (1987). «Methodology in psychiatric research. Report on the 1986», *MacArthur Foundation Network I Methodology Institute. Arch. Gen. Psychiatry*, 44 (12), 1100-6.
- Lang, T.A. and Secic, M. (1997). *How to report statistics in Medicine: annotated Guidelines for authors, editors and reviewers*. American College of Physicians, Philadelphia.
- Lesser, M.L. and Parker, R.A. (1995). «The Biostatistician in Medical Research: Allocating Time and Effort», *Statistics in Medicine*, 14, 1683-1692.
- Martín Andrés, A. (1996). «Sobre la conveniencia de la existencia de una Área de Bioestadística», *Qüestió*, 20 (1), 93-97.
- Murray, G.D. (1990). «How we should approach the future», *Statistics in Medicine*, 9, 1063-1068.
- OMS (1983). «La estadística de salud y el estudiante de medicina. Manual del profesor», *Serie Desarrollo de Recursos Humanos*, 52.
- OMS (1984). «Función de las Universidades en las estrategias de Salud para todos (contribución al desarrollo humano y a la justicia social)», *37ª Asamblea Mundial de la Salud*, Discusiones Técnicas.
- Parker, R.A. and Berman, N.G. (1998). «Criteria for authorship for statisticians in medical papers», *Statistics in Medicine*, 17, 2289-2299.

El papel del bioestadístico en un equipo de investigación médica

Víctor Abraira

Unidad de Bioestadística Clínica. Hospital Ramón y Cajal. Madrid

Yo también quiero empezar mostrando mi agradecimiento al Comité Organizador por su invitación a participar en esta mesa y a Guadalupe Gómez por su magnífico trabajo de coordinación. Ha sido un verdadero placer preparar esta presentación siguiendo el método de trabajo propuesto por ella.

Antes de hablar del papel del bioestadístico en un equipo de investigación médica creo que es útil revisar el contexto, es decir ¿cuánta estadística se usa en la investigación médica? L.C. Silva (1997) revisó todos los artículos publicados durante el periodo 1986-1990 en *New England Journal of Medicine (NEJM)*, la revista de mayor impacto en el área de la medicina general e interna en el periodo del estudio, y *American Journal of Epidemiology (AJE)*, la segunda en factor de impacto en el área de la epidemiología. Cada técnica estadística fue clasificada en uno de los siguientes niveles de complejidad:

Nivel 0: ninguna técnica estadística

Nivel 1: estadística descriptiva

Nivel 2: técnicas convencionales univariadas o de muestreo

Nivel 3: postestratificación, regresión logística, regresión lineal múltiple, análisis de supervivencia

Nivel 4: otras técnicas multivariantes, recursos inferenciales avanzados o técnicas de alta especificidad.

Y a cada artículo se le asignó el nivel de la técnica de mayor nivel que usara. Los resultados se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Distribución de los artículos publicados en el quinquenio 1986-1990 en las revistas *NEJM* y *AJE*, según el nivel de la técnica estadística usada.

Nivel	NEJM			AJE		
	Artículos	%	% acu.	Artículos	%	% acu.
0	226	16,9	16,9	41	3,9	3,9
1	80	6,0	22,9	71	6,8	10,7
2	552	41,1	64,0	275	26,3	37,0
3	252	18,8	82,8	530	50,8	87,8
4	231	17,2	100,0	128	12,2	100,0
Total	1341	100,0		1045	100,0	

Además, ningún artículo usa, entre otras, las siguientes técnicas: análisis de componentes principales, análisis factorial, análisis espectral, análisis de Box-Jenkins, correlación canónica, autocorrelación, regresión múltiple no lineal (excepto logística o de Cox), o diagnósticos de la regresión.

Estos resultados son muy consistentes. Como señala Altman (1991), hay un número masivo de estudios sobre el uso de la estadística en revistas médicas y desde los primeros estudios, publicados por Dunn en 1929 y Greenwood en 1932, a los más de 150 publicados hasta 1986 el resultado es siempre similar: se usan pocas técnicas estadísticas. ¿Cuál puede ser la causa? quizás no se necesiten más, o quizás se necesiten más, pero no se percibe esta necesidad. Quizás a los investigadores médicos les ocurra con respecto a las técnicas estadísticas lo que me ocurrió a mí con respecto al aire acondicionado del coche. Hasta que no tuve un coche que lo tuviera instalado no percibí que, viviendo en el centro de España y disfrutando de mis vacaciones en el verano, el aire acondicionado era un elemento necesario, casi imprescindible, en un coche.

O quizás, usar técnicas estadísticas más complejas crea problemas con los coautores, con los revisores de las revistas, con los lectores. Todos los que llevamos algún tiempo trabajando en este campo tenemos anécdotas con problemas en este sentido. Yo recuerdo la irritación de un revisor ante la mención de la técnica «*jackknife*» para estimar el error estándar del estadístico κ en un estudio, con diseño incompleto, de concordancia entre médicos. Prácticamente, nos acusaba a los autores de usar intencionadamente técnicas complejas para confundir a los lectores. Si alguna de las dos últimas razones jugara algún papel relevante en la verdadera causa del pequeño repertorio de técnicas estadísticas usadas en las revistas médicas, tendríamos que mejorar la formación estadística de los médicos e incorporar bioestadísticos a los estudios. Una parte, al menos, del papel de un bioestadístico en un equipo de investigación médica sería formativo.

Y, ¿qué pasa con la calidad? Pues también aparece consistentemente como manifiestamente mejorable, por decirlo de una manera suave. Por ejemplo, en una revisión citada por Altman (1991) y particularmente ilustrativa por el prestigio de las revistas analizadas, seguramente las más prestigiosas en el ámbito de la medicina interna y porque se refiere a ensayos clínicos, que son los estudios más protocolizados y con mayores controles previos tanto para su realización como para su publicación, de 80 ensayos clínicos publicados en 1987 en las revistas *Annals of Internal Medicine*, *British Medical Journal*, *New England Journal of Medicine* y *Lancet* aparecen errores tan llamativos como:

- i) no está claro si han sido verdaderamente aleatorizados, el 30% de los ensayos. En algún artículo:
- ii) se calcula la potencia para una variable no analizada.
- iii) se muestra un intervalo de confianza que no incluye la estimación puntual.
- iv) se muestra un intervalo de confianza para una proporción con el límite inferior negativo.

La mayor parte de los estudios sobre el uso de la estadística en las revistas médicas analizan la situación en un intervalo de tiempo y hay muy pocos que comparen dos periodos. Uno de los pocos que lo hacen es, citado también por Altman (1999), debido a Seldrup y compara los artículos publicados en *British Medical Journal* en 1977 y 1994. Los cambios más marcados son: algún autor es estadístico (10% a 25%), se cita literatura estadística (9% a 47%), se cita software estadístico (1% a 36%), se muestran intervalos de confianza de las estimaciones (4% a 62%) y aparecen valores p «huérfanos», sin identificación de la prueba estadística usada para su cálculo (30% a 6%).

Podemos resumir el panorama diciendo:

- i) Se usa poca estadística.
- ii) Se usa mal.
- iii) El problema es muy conocido. Es sorprendentemente alta la cifra citada antes de 150 artículos publicados hasta 1986 sobre el uso de la estadística en revistas médicas. Y sigue aumentando. No hay nada similar en otros campos.
- iv) Mejora poco y lentamente: las más marcadas mejorías encontradas por Seldrup lo son sobre indicadores intermedios: autores estadísticos, citas de literatura y software estadístico. Hasta el punto de que en 1997, 70 revistas médicas se ponen, por primera y única vez, de acuerdo para mejorar la calidad de los artículos sobre ensayos clínicos, creando las normas CONSORT (Moher, 1998) con los requisitos metodológicos mínimos que los artículos sobre ensayos clínicos deben cumplir para ser publicados en cualquiera de ellas.

¿A qué puede ser debido un panorama tan desalentador? Tengo la sensación de que el problema no se debe sólo a la pobre formación cuantitativa de los médicos. Si fuera así, la solución sería relativamente fácil: consistiría, como se apuntó antes, en incorporar bioestadísticos a los equipos de investigación médica y que tuvieran un papel formativo además de investigador. Pero no parece que, para las técnicas que aparecen en la Tabla 2, sea necesaria mucha formación cuantitativa. No parece tampoco que con un 10% en 1977, o un 25% en 1994, de artículos con algún autor estadístico, podamos decir que sea éste un campo donde no hayamos entrado los estadísticos.

Mi impresión es que la causa es más profunda: en la comunidad científica, como en la sociedad en general, se percibe la estadística **únicamente** como un requisito formal, imprescindible en ciertos campos, pero meramente formal. Hay una cita, me gustaría que apócrifa, que he oído atribuida a distintos autores, por ejemplo a Schrödinger, y siempre sin referencia explícita, que resume esta percepción: «Si para entender el resultado de un experimento necesitas estadística, tira el experimento». En la misma línea la definición de «estadígrafa» que da un personaje de C. Fuentes (1999) «Una ciencia nueva pero menor. Una manera novedosa de contar mentiras». En otro plano las denominadas «Notas técnicas» de las encuestas publicadas en la prensa no científica. Siempre que

un periódico publica los resultados de una encuesta de opinión, y todos lo hacen varias veces al año, incluye, en letra más pequeña, unas «Notas técnicas» que supuestamente explican el «material y método» seguido. Estas notas son siempre incompletas y están redactadas en un estilo críptico que las hace incomprensibles. Su misión no puede ser describir el método (si fuera así, se notaría un esfuerzo por la comprensibilidad del texto, aunque ello requiriera mayor extensión). Su misión parece ser simplemente dar a la encuesta el barniz de científica y rigurosa. Algo parecido ocurre con las «explicaciones» sobre el tamaño muestral en algunos artículos científicos y, sobre todo, en los proyectos de investigación, aquí parecen cumplir un objetivo ritual, en los formularios de solicitud de los proyectos hay un apartado sobre tamaño muestral que hay que rellenar, pero todo ocurre como si existiera el convenio de que no importa cómo.

¿Qué podemos hacer, ante esta situación, los bioestadísticos? ¿Dimitir? Esto es obviamente una broma que me permito aquí porque no está en la sala ninguno de mis jefes, delante de ellos no la repetiría, no fuera a ser que se la tomaran en serio. Con ella quiero indicar que, en mi opinión, debemos aproximarnos al problema con humildad, no es un problema de «ellos» (los médicos) que «nosotros» (los estadísticos) vamos a resolver; es un problema común del que tenemos nuestra parte de responsabilidad. No hemos sabido transmitir cómo se usan las herramientas de nuestra disciplina, quizás porque ¿tampoco nosotros lo entendemos del todo?¹ o quizás sólo porque no logramos encontrar el difícil punto medio entre el formalismo deductivo de la Estadística Matemática en el que nos formamos y el pragmatismo inductivo en el que necesariamente tenemos que trabajar en Bioestadística. Debemos incorporarnos al equipo como «uno más», no como el que sabe **cómo hacer**. Sólo sabemos cómo hacer algunas cosas, los otros miembros del equipo saben cómo hacer otras. En este sentido es importante, como también ha señalado la Dra. Gómez, participar en todas las fases del proyecto, no sólo en los aspectos metodológicos del diseño y el análisis, haciendo esfuerzos por entender los aspectos biológicos del problema y por explicar los aspectos estadísticos. Aceptar el papel de «el metodólogo» me parece un error de consecuencias especialmente graves para los jóvenes estadísticos recién graduados que se incorporan a equipos médicos; creo que ellos, como todos los recién graduados, deben tener, para su bien y para su mejor rendimiento en el equipo, la oportunidad de incorporarse como «aprendices».

He dejado intencionadamente para el final el ambivalente papel del paquete estadístico. Por un lado herramienta insustituible, no es necesario hacer énfasis aquí de cuán dependiente de esa herramienta es nuestra profesión. Sin los paquetes estadísticos ninguno de los métodos multivariantes hubiera salido de las revistas teóricas de estadística. Sin ellos, poco trabajo y muy aburrido tendríamos los bioestadísticos aplicados, pero también, en ocasiones, son la forma suprema del «farol del borracho»². Los paquetes

¹ Poniendo el dedo en esta llaga fue magnífica la conferencia que el Prof. Silva impartió el día siguiente.

² Se dice que algunos investigadores usan la estadística del mismo modo que los borrachos las farolas: no

estadísticos permiten hacer complejos cálculos estadísticos fácilmente a todo el mundo, incluido a aquellos que no saben interpretar sus resultados, ni siquiera qué método ayuda a contestar su pregunta, y ahí están, cada vez más fáciles de usar, cada vez más accesibles y los usuarios los usan sin pedirnos permiso ni preguntarnos cómo, reemplazando con ellos el conocimiento de las técnicas estadísticas. Algunos tienen, además, un halo de prestigio proporcional a su precio. No es infrecuente encontrarse en el apartado de *análisis estadístico* de las memorias de los proyectos de investigación, escuetas descripciones del tipo: «Se hará con SAS, o con SPSS».

Y aquí incidimos otra vez en la necesidad de la formación estadística de los investigadores, en la que seguramente todos estamos de acuerdo. Todas las Facultades de Medicina del país, y probablemente del mundo, tienen una asignatura de bioestadística en sus curricula, que no ha evitado la situación que acabamos de repasar. El problema ya no es si hay que impartir o no formación estadística sino ¿qué formación estadística y cómo impartirla? Tradicionalmente se diseñan los programas pensando en la formación estadística necesaria para investigar, cuando la mayoría de los alumnos no va a hacer investigación y lo sabe; ello hace que para ellos resulte una asignatura difícil y poco atrayente. Una aproximación que me parece más útil es pensar en la formación estadística necesaria para hacer lectura crítica de la literatura científica. Todos los alumnos deberán ser capaces de hacerla. Además, de este modo se actuaría sobre la demanda de estándares metodológicos. Si los lectores de la literatura científica fueran capaces de evaluar adecuadamente la validez de los artículos, ello presumiblemente aumentaría su calidad.

Un modelo formativo que ha surgido en la última década poniendo énfasis en esta aproximación es la denominada *Medicina basada en la evidencia* (Evidence-Based Medicine Working Group 1992, Sackett *et al.* 1997) que comenzó en la Universidad de McMaster en Ontario, Canadá. Se inspira en la escuela pedagógica constructivista y usa las técnicas de enseñanza orientada a problemas y enseñanza en pequeños grupos. Además del impacto sobre sus estudiantes, está produciendo herramientas útiles para ayudar al médico a resolver problemas clínicos concretos usando el mejor conocimiento disponible generado por la investigación, pero también útiles como material docente, por ejemplo *las guías del usuario de literatura médica* (Oxman *et al.* 1993) publicadas como serie en el *Journal of the American Medical Association*. En el ámbito específico de la bioestadística, un material preparado también desde la perspectiva de la lectura crítica y orientado a problemas son las notas estadísticas de Altman y Bland (1999) publicadas en *British Medical Journal* generalmente al hilo de algún artículo publicado poco antes en la misma revista.

para alumbrarse, sino para apoyarse.

Nosotros estamos introduciendo sesiones de lectura crítica y orientando en función de ellas otras actividades docentes tanto en los cursos de pregrado en la Facultad de Biología como en los de postgrado en el Hospital y, a falta de una evaluación objetiva de su rendimiento, resultan muy favorablemente valoradas por los estudiantes. Tenemos también la percepción de que en estas sesiones los estudiantes ven los elementos de diseño de estudios y análisis de datos como algo mucho más cercano a sus intereses que con la enseñanza convencional y se propician discusiones que en otros contextos docentes hubieran parecido áridas y con poca relación con su disciplina.

REFERENCIAS

- Altman, D.G. (1991). «Statistics in medical journals: developments in the 1980s», *Statistics in Medicine*, 10(12), 1897-1913.
- (1999). «Statistics in the medical literature: 3», *Statistics in Medicine*, 18(4), 487-90.
- Altman, D.G. and Bland, J.M. (1999). «Statistics notes. Treatment allocation in controlled trials: why randomise?», *British Medical Journal*, 318(7192), 1209.
- Evidence-Based Medicine Working Group (1992). «Evidence-based medicine. A new approach to teaching the practice of medicine», *Journal of American Medical Association*, 268(17), 2420-5.
- Fuentes, C. (1999). *Los años con Laura Díaz*. Alfaguara. Madrid
- Moher, D. (1998). «CONSORT: an evolving tool to help improve the quality of reports of randomized controlled trials. Consolidated Standards of Reporting Trials», *Journal of American Medical Association*, 279(18), 1489-91.
- Oxman, A.D., Sackett, D.L. and Guyatt, G.H. (1993). «Users' guides to the medical literature. I. How to get started. The Evidence-Based Medicine Working Group», *Journal of American Medical Association*, 270(17), 2093-5.
- Sackett, D. L., Richardson, W. S., Rosenberg, W. and Haynes, R. B. (1997). *Medicina Basada en la Evidencia. Cómo ejercer y enseñar la MBE*. Churchill Livingstone España. Madrid
- Silva, L.C. (1997). *Cultura estadística e investigación científica en el campo de la salud: una mirada crítica*. Díaz de Santos. Madrid

Dificultades de los médicos para la realización de estudios clínico-epidemiológicos

Salvador Pita Fernández

Unidad de Investigación. Hospital Juan Canalejo. La Coruña

Muchas gracias por la presentación de la moderadora, quisiera agradecer a su vez la amable invitación del comité organizador del 4º Congreso Galego de Estadística E Investigación de Operacións para participar en esta reunión y permitir que un médico presente las dificultades que nos surgen en la realización de estudios clínico-epidemiológicos.

La práctica médica diaria requiere la toma de decisiones sobre actividades preventivas, diagnósticas, terapéuticas y pronósticas basadas en cálculo de probabilidades que pretenden delimitar la incertidumbre que envuelve la práctica de la medicina. Con frecuencia existen dificultades para trasladar los resultados de una investigación a la práctica clínica por la forma en que habitualmente se presentan los resultados en términos de: $p < 0.05$, $p < 0.01$, riesgo relativo, odds ratio, reducción absoluta del riesgo, reducción relativa del riesgo, fracción atribuible poblacional o fracción etiológica. A este lenguaje con el que muchos profesionales sanitarios no están familiarizados y tienen dificultades para su comprensión (Greenwood 1948, Berwick *et al.* 1981) se suma el hecho que además los resultados de un estudio pueden ser estadísticamente significativos y no ser clínicamente relevantes (Laupacis *et al.* 1988).

Tabla 3. Esquema general del planteamiento de un estudio.

Hipótesis de trabajo
Objetivos
Diseño del estudio
Selección de variables
Definición de variables
Escala de medida
Protocolo de recogida de datos
Selección de la muestra
¿Cuántos? ¿Quiénes?
Recogida de datos
Automatización de los datos
Depuración de los datos
Análisis
Resultados
Conclusiones

El método científico parte de la observación de una realidad, se elabora una hipótesis explicativa, se contrastan las hipótesis y si dicha hipótesis es aceptada se realizan pro-

posiciones que forman la teoría científica. Dicho procedimiento requiere un proceso sistemático, organizado y objetivo destinado a responder a una pregunta (Tabla 3) (Contandriopoulos *et al.* 1991, Hulley *et al.* 1993) que los profesionales sanitarios perciben como una carrera infinita de obstáculos. En este contexto de dificultad muchos profesionales sanitarios acuden a los epidemiólogos y estadísticos solicitando diferentes tipos de ayudas. Así, algunos acuden solamente para que se les calcule una «*p*», otros acuden porque quieren cruzar variables, otros a que le «echen los números», otros a que se les calcule el tamaño de la muestra y otros cada vez más numerosos a que se les ayude a diseñar el estudio desde el principio.

Las dificultades que presentan los médicos para entender el lenguaje y/o metodología de los estadísticos y epidemiólogos radica fundamentalmente y entre otras razones en que ambos trabajan en escenarios diferentes. Los clínicos y los epidemiólogos/estadísticos deben resolver problemas diferentes. El clínico trabaja con un paciente que conoce por nombre y apellidos, sabe sus antecedentes y hasta conoce a su familia, los estadísticos estudian a los pacientes de cien en cien o de mil en mil y siempre le dicen al clínico que tiene pocos pacientes. El clínico desea realizar un diagnóstico concreto a un paciente determinado y el estadístico le habla de curvas ROC, valores predictivos, sensibilidad, especificidad... El clínico quiere concretar la causa de la enfermedad y el estadístico le calcula un OR (odds ratio) un RR (riesgo relativo), 95% intervalos de confianza y gradientes biológicos controlando eso sí por confusión con técnicas de regresión múltiple. El clínico desea conocer la mejor terapéutica y el estadístico le calcula reducciones relativas de riesgo, reducciones absolutas y número necesario de pacientes a tratar para prevenir un evento. El clínico desea conocer el pronóstico de un paciente determinado y el estadístico le habla de Kaplan-Meier, de asunción de riesgos proporcionales y de regresiones de Cox. Ambos abordan problemas en escenarios diferentes de los cuales ambos logran objetivos diferentes, el clínico se centra en el paciente y los estadísticos y epidemiólogos se centran en la enfermedad (Jenicek *et al.* 1988, Sackett *et al.* 1994). Los problemas que presentan los clínicos para la ejecución de diferentes tipos de estudios clínico epidemiológicos no son sólo puramente estadísticos, como lo muestra el resultado de la evaluación de los 454 ensayos clínicos evaluados por el comité ético de ensayos clínicos de la Comunidad Autónoma de Galicia que, siguiendo los procedimientos normalizados de trabajo, se presentan en la Tabla 4 (Comité Ético de Investigación Clínica de Galicia, 1999). La causa más frecuente de valoración positiva condicional o negativa han sido los aspectos éticos, entendiendo como tales y por orden de frecuencia: la información al paciente/consentimiento informado, póliza de seguros/indemnización, consideraciones éticas generales y contenidos del presupuesto económico. Los problemas de análisis estadístico figuran en último lugar. Es evidente que este hallazgo refleja la realidad de que el aspecto cuantitativo del ensayo esté diseñado por grupos de expertos conocedores de la metodología cuantitativa que la industria farmacéutica posee.

Los problemas estrictamente estadísticos de los ensayos clínicos han sido, por otra parte, señalados por Pocock (1987) y se resumen en la Tabla 5.

Tabla 4. Dictamen final de todos los ensayos clínicos evaluados por el Comité Ético de Investigación Clínica de Galicia (Octubre/1996 a Octubre/1999).

	<i>n</i>	%
Procedentes	337	74.2
Procedente condicionado	61	13.4
No procedente	43	9.5
Retirado	12	2.6
Otros	1	0.2
	454	100.0
Causas de valoración positiva condicional o negativa		
Aspectos éticos		49.1%
Investigador Principal (falta de firma del proyecto...)		8.4%
Selección de los pacientes		8.3%
Justificación y objetivos		6.8%
Consideraciones prácticas		5.6%
Tipo de ensayo clínico y diseño del mismo		5.6%
Descripción del tratamiento		3.6%
Desarrollo del ensayo y evaluación de la respuesta		3.4%
Análisis estadístico		2.4%
Otras causas		6.8%

Tabla 5. Problemas estadísticos de los ensayos clínicos.

– Múltiples «end points»
– Los resultados de objetivos secundarios deben presentarse como datos exploratorios
– Si no hay suficiente poder estadístico los análisis de subgrupos deben evitarse
– Los ensayos con medidas repetidas en el tiempo requieren un abordaje estadístico de análisis diferente y los tests estadísticos repetidos de un punto en el tiempo deben evitarse
– En ensayos con más de dos tratamientos el tratamiento primario de contraste debe claramente indicarse y enfatizarse en el informe
– Limitar el número de tests estadísticos realizados.
– Poner el valor exacto de la <i>p</i> , indicar la magnitud del efecto del tratamiento y sus intervalos de confianza
– El tamaño muestral y su justificación deben indicarse en el diseño
– Los análisis y frecuencia de análisis intermedios a realizar deben estar claramente definidos
– La decisión de parar el estudio debe basarse en criterios estadísticos claramente definidos e indicados en el diseño
– El resumen mencionará la magnitud del efecto del tratamiento más que su significación estadística
– Los aspectos estadísticos, el diseño, el análisis, su interpretación y la presentación de resultados deben estar claramente definidos

Una parte importante de la investigación que se realiza en el ámbito de la atención primaria en nuestro país se presenta en los congresos nacionales de Medicina Familiar y Comunitaria. En el año 1993 nosotros pusimos en marcha un sistema de evaluación de las comunicaciones que se presentan en los congresos nacionales de esta especialidad (Pita, 1994). Dicho sistema pretende identificar las causas de denegación de los trabajos que se rechazan considerando las normas de presentación, la originalidad, el interés y la metodología. En dicho año se aceptaron 358 comunicaciones (54.9%) de un total de 652, siendo las causas de exclusión las que se resumen en la Tabla 6. En dicho análisis se objetivó que los problemas más frecuentemente detectados han sido la falta de originalidad, resúmenes mal estructurados que no aportaban elementos de valoración, conclusiones que no se derivaban del estudio y estudios no apropiados para alcanzar los objetivos del mismo.

Tabla 6. Causas de denegación de comunicaciones. XIII Congreso Nacional de Medicina Familiar y Comunitaria.

Presentación		
<i>n</i>	<i>%</i>	
17	5.8	No cumple las normas de aceptación Ilegible Tachaduras o erratas graves Abreviaturas no explicadas
Originalidad		
112	38.1	Tema reiteradamente expuesto
Interés para la atención primaria		
14	4.8	El tema de investigación no está, o lo está escasamente, relacionado con la Atención Primaria
Metodología		
36	12.2	Objetivos mal definidos
79	26.9	El tipo de estudio no es apropiado para alcanzar los objetivos del estudio
19	6.5	Selección de muestra inadecuada
13	4.4	Tamaño de muestra inadecuada
49	16.7	Presencia de sesgos de selección información o confusión que invalidan el estudio
12	4.1	La inferencia es incorrecta
35	11.9	Resultados no cuantificados
26	8.8	Análisis incorrecto del estudio
31	10.5	Presentación inadecuada de resultados
14	4.8	No hay conclusiones
80	27.2	Las conclusiones no se derivan del estudio realizado o de los resultados obtenidos
83	28.2	Trabajo invalorable pues no aporta elementos

En las fases de una investigación clínico-epidemiológica la colaboración del bioestadístico con los profesionales sanitarios consideramos que es de suma utilidad para activamente participar en apartados como: selección de la variable respuesta, definición de los criterios de selección de la población de estudio, elección de la técnica de selección de los sujetos, cálculo del número de sujetos necesarios, selección de las variables que deben ser medidas, estimación de la magnitud del efecto o respuesta observada, control de factores de confusión e interpretación de los resultados.

Señalábamos inicialmente que los problemas que presentan los profesionales sanitarios para la ejecución de estudios clínico-epidemiológicos son múltiples y como hemos indicado no solo se limitan a problemas estrictamente metodológicos y estadísticos sino que se deben abordar además problemas éticos y problemas de originalidad entre otros. La estadística y el método epidemiológico consideramos que pretenden aportar más ciencia al arte de la medicina y es por ello que la colaboración de expertos en metodología, bioestadísticos y los clínicos deben conjuntamente colaborar para en un esfuerzo conjunto reducir la variabilidad que rodea al ejercicio de la medicina que es una ciencia de probabilidades y un arte de manejar la incertidumbre.

REFERENCIAS

- Berwick, D.M., Fineberg, H.V. and Weinstein, M.C. (1981). «When doctors meet numbers», *American Journal of Medicine*, 71, 991-998.
- Comité Ético de Investigación Clínica de Galicia (1999). *Memoria 1996-1999*. División de Farmacia e Productos Sanitarios. Servicio Galego de Saude. Xunta de Galicia.
- Contandriopoulos, A.P., Champagne, F., Potvin, L., Denis, J.L. and Boyle, P. (1991). *Preparar un proyecto de investigación*. Barcelona: SG Editores SA.
- Greenwood, M. (1948). «The statistician and medical research», *British Medical Journal*, 2, 467-8.
- Hulley, S.B. and Cummings, S.R. (1993). *Diseño de la investigación clínica. Un enfoque epidemiológico*. Barcelona. Doyma.
- Jenicek, M. and Clérout, R. (1988). *Epidemiología. Principios-Técnicas-Aplicaciones*. Barcelona: Salvat, 1988.
- Laupacis, A., Sackett, D.L. and Roberts, R.S. (1988). «An assesment of clinically useful measures of the consequences of treatment», *New England Journal of Medicine*, 318, 1728-1733.
- Pita Fernández, S. (1994). «Evaluación de comunicaciones del XIII». Congreso de Medicina Familiar y Comunitaria (La Coruña). *Aten. Primaria*, 13, 150-152.
- Pocock, S.J., Hughes, M.D. and Lee, R.J. (1987). «Statistical problems in the reporting of clinical trials. A survey of Three Medical Journals». *New England Journal of Medicine*, 317, 426-32.
- Sackett, D.L., Haynes, R.B., Guyatt, G.H. and Tugwell, P. (1994). *Epidemiología clínica. Ciencias básicas para la medicina clínica*. 2ª Edición. Madrid: Editorial Médica Panamericana.

ENGLISH SUMMARY

ROUND TABLE: STATISTICS IN MEDICAL RESEARCH*

V. ABRAIRA
C. CADARSO
G. GÓMEZ
A. MARTÍN
S. PITA

This paper corresponds to the talks given in the round table organized within the 4º Congreso Galego de Estatística y Investigación de Operacions held in Santiago de Compostela in November 1999. The authors discussed about whether we use or abuse of statistics in scientific medical papers, what we need to reach interdisciplinarity, what we understand by professional success. The definition of the discipline (biostatistics) and the professionals (biostatisticians) is addressed, as well as the role of the biostatistician in a medical research team and the doctors' difficulties for the realization of clinical-epidemiological studies

Keywords: Biostatistical collaboration, biostatistical controversies, multidisciplinary, professional recognition

AMS Classification (MSC 2000): 62-01, 62-06

* *Presentación:* Carmen Cadarso. *Moderadora:* Guadalupe Gómez. *Participantes:* Antonio Martín Andrés, Víctor Abaira y Salvador Pita.

Correspondencia: Guadalupe Gómez: lupe.gomez@upc.es.

Agradecimientos: Nuestro especial agradecimiento a los profesores Xose Luis Otero Cepeda y María José Lombardía Cortiña, co-Presidente y Secretaria, respectivamente, del Comité Científico y Organizador del 4º Congreso Galego de Estatística y Investigación de Operacións.

– Received May 2000.

– Accepted January 2001.

Introduction: Carmen Cadarso

Presenter: Guadalupe Gomez

Participants: Antonio Martín Andrés, Víctor Abaira, Salvador Pita

Carmen Cadarso

Statistics and Operations Research Dpt., University of Santiago de Compostela

Since its creation in 1992, our galician Society for the Promotion of Statistics and Operational Research has held biannual meetings. These are open not only to specialists on Statistics and OR but to all those who use statistical techniques in their professional activities. This fourth edition was organized by the Department of Statistics and OR of the University of Santiago de Compostela, and it was mainly focused on methodological aspects and practical applications in Biomedicine. The scientific committee took that opportunity to organize a multidisciplinary discussion on the role of Biostatistics in Spain. To answer questions such as what is biostatistics, what is the profile of a good biostatistician, what has to be his/her academical background, and which are practical difficulties in daily cooperation between biostatisticians and physicians we organised a *Statistics in Medical Research Round Table*.

The coordination of such a round table was to be done by a professional with large experience in biostatistics. This person is professor Guadalupe Gómez Melis, one of the most prestigious professionals of the Biostatistics in Spain. Guadalupe Gómez has obtained her PhD in Statistics at the Columbia University of New York. She is author of various books and numerous articles in Statistics and Medicine, specially on the topic of survival analysis. Currently she is associate professor of Statistics and Operational Research at the Polytechnical University of Catalunya. It is worth mentioning her teaching activity at the Ohio State University, and her collaboration on several projects with the Columbia and Harvard Universities. She is also the President of the spanish region of the International Biometric Society, being an elected member of the Council of this Society until 2003.

Three outstanding spanish biostatisticians will also take part in this round table. Following the sequence of their interventions, I would like to introduce Antonio Martin AndrÚs, Victor Abaira, and Salvador Pita.

Antonio Martin Andrés is professor of Statistics and Operational Research at the University of Granada. He is the head of the Teaching Unit of Biostatistics at the School of Medicine, carrying out teaching activities in other Schools as Physiotherapy, Criminology, or Sciences. Antonio Martin has written biostatistics upper-level texts for undergraduate and graduate students and numerous articles in Medicine as well as in

Statistics. His research interest includes the analysis of two-by-two contingency tables and statistical tests about proportions.

Victor Abaira has a bachelor degree in Physics and obtained his PhD in Biology. He is the current head of the Clinical Biostatistics Unit of the Ramon y Cajal Hospital (Madrid), mainly devoted to consulting and research activities in collaboration with practitioners. He is also assistant professor of the Biomathematics Department of the School of Biology at the Complutense University in Madrid. He has written several books on applied statistical methods, articles, and is author of an statistical software.

Salvador Pita is medical doctor, specialized in Primary Care and Public Health. He obtained the Master in Public Health at the Columbia University of New York, and his PhD in Medicine at the University of Santiago de Compostela. He is associate professor in the Nurses' School at the University of La Coruña. He is the chief of the Clinical Epidemiology and Biostatistics Unit of the Juan Canalejo Hospital, coordinating a multidisciplinary team made up of statisticians and clinicians.

On behalf of the organizing and scientific committee, I would like to thank all the members of the round table, for kindly accepting our invitation to participate in this conference. There is no doubt that the contents of this round table will be of great interest for the audience.

Guadalupe Gómez

Statistics and Operations Research Dpt. Politechnical University of Catalonia

Many of my thoughts have been inspired in the papers that appear in the bibliography, however, two of them have been essential: on one hand the Presidential Address giving by J. Ellenberg in the Opening Ceremony of the International Biometrics Conference held in Namur (Belgium) in 1988 and on the other the proceedings of the «V Encuentro Marcelino Pascua» held in Granada (Spain) in 1995. One can discuss a large number of issues under the title «Statistics in Medical Research». I will concentrate in the following five topics:

1.1. Do we need specialists to solve the problems?

Ellenberg establishes a clever analogy between the relationship of a physician with his/hers patients and the collaboration between a biostatistician and the doctors on the team. Analogously as it is inconceivable that a physician could diagnose any disease, it cannot be expected that a biostatistician could design and analyze any project. Similar to expecting that a patient goes to the physician as soon as the first symptoms appear, the work of the biostatistician should start at the beginning of the design process and

before the data is being collected. Paraphrasing B. Hill «*The time to allow for statistical factors is when an inquiry is being planned, not when it is completed*» (Hill, 1937). In the same way that a treatment valid for a patient could be invalid for another, the transfer of the statistical procedures it does not have to be straightforward.

1.2. How much quantitative knowledge must have a medical doctor?

As Professor T. Chalmers claims, any student in a medical school should learn the meaning of **experimental error** and of **variability** from the beginning of his/her studies.

1.3. Do we use or abuse of statistics in scientific medical papers?

From my point of view, the following three points compete in the causes for a wrong praxis of statistics. First, it is sometimes understood that a complex statistical analysis illustrates more convincingly a scientific evidence. Second, often the editors tend to reward sophisticated analysis. Third, for many statisticians the interesting studies are those with problems in the design and in the compliance because they often need a new methodological solution. Ethics here is indeed an important issue.

1.4. What do you understand by professional success? Is it the same for both statisticians and medical doctors?

Professional success in a medical research is measured from the ability of proving or disproving a clinical hypothesis. In these cases, the statistical methodology used is irrelevant provided that it has been used adequately. The success for a statistician is measured from the ability of innovating as well as of using, in a new and original way, other statistical procedures.

1.5. What do we need to do to reach interdisciplinarity?

I hope that this new decade and beginning of millenium will close the gap between researchers in one and other field and that we will succeed in putting together solid, competitive and productive research teams by means of the collaboration between (bio)statisticians, epidemiologist and clinicians. Members of a team should make an effort in developing their ideas delicately, should get involved in the project and must try to be open and non dogmatic communicators. Furthermore, statisticians must make an effort in transmitting those mathematical ideas in such a way that the phisicians can intuitively follow them, who simultaneously should make an effort in understanding the ideas behind the mathematical concepts.

The discipline and the professionals

Antonio Martín Andrés

Biostatistics. School of Medicine. University of Granada.

The aim of this second part is threefold: to give a definition of the discipline (BIOS-STATISTICS), to identify the professionals as a group (BIostatisticIANS) and to describe the problems of the individual practitioner (THE BIostatisticIAN). With regard to the first, the paper notes that in spite of the origins of Biostatistics going back to 1890 and the fact that it was the model followed for the introduction of statistics into scientific practice, it does not enjoy a universally accepted definition; its relationship with Medical Statistics, Biometrics and Biomathematics is analyzed and its past and future is discussed. Regarding the second point (BiostatisticIANS), the paper shows the great increase in the numbers of this group in the past 20 years, analyzes their professional origin, place of work and remuneration (both in Spain and in the rest of the world) and notes their high production of publications as well as the problems occasioned by having to undertake too many tasks simultaneously. With regard to the third point (the BiostatisticIAN), the paper gives a chronological sketch of the individual's experience from the time s/he first begins working: on arriving (which can often be traumatic), during on development (when s/he begins to understand and transmit the rules of conduct of the professional statistician) and in maturity (when s/he has opted for one of three possible specializations, and is able to decide what work to take on, how much to charge and when to appear as co-author).

The role of the biostatistician in a medical research team

Víctor Abraira

Biostatistics Unit. Hospital Ramón y Cajal. Madrid

There is a surprisingly high number of papers that review the use of statistics in medical journals showing very consistent results: statistics is underused and frequently misused. Moreover, this situation is changing so slightly and so slowly that, to improve the quality of reports of randomized controlled trials, 70 medical journals have agreed to mandatory standards for all reports of trials sent for publication in any of them. In this intervention I will speculate about a possible cause of this picture: the scientific community, like society in general, perceives statistics **exclusively** as a formal requirement, imperative in some fields, but merely formal. Statisticians have not known how to transmit the way the tools of our discipline are used, so our role in a research team must be partially educational, although at the same time we must join the team as «just one more member», not as «the one who knows how to do it». We only know how to do some things; the other team members know how to do other things. With regard to pre-graduate education, a useful approach is putting the emphasis on the statistics training needed to make critical appraisal of scientific literature in the same way as the so-called

Evidence-Based Medicine, which, inspired by the constructivism pedagogical school, uses problem-oriented and small group teaching.

Doctors' difficulties for the realization of clinical-epidemiological studies

Salvador Pita Fernández

Research Unit. Hospital Juan Canalejo. La Coruña

Health professionals work in a environment of uncertainty. Prevention, diagnosis and therapy are sorrounded by uncertainty. The difficulties of the doctors for the realization of clinical-epidemiological studies arise not only from the difficulties in the execution of a study itself but from the different language that statisticians and epidemiologists use. Clinicians, epidemiologists and biostatiscicians address different problems. The clinical one is centered in the patient and the statistician and epidemiologist in the illness and in the population inference. The combination of both groups of professionals is clearly needed to achieve, in a combined way, to contribute more science to the art of the medicine

Secció Docent i Problemes

SECCIÓ DOCENT I PROBLEMES

La «Secció docent i problemes» té l'objectiu de publicar articles de caire docent, difícilment publicables en revistes de recerca. A cada número de *Qüestió* s'inclouen d'un a tres problemes i les solucions es donen en el número següent.

Els lectors poden proposar problemes amb les solucions pertinents i enviar-los a *Qüestió*, que farà una selecció i en publicarà els més adequats, fent la corresponent referència a l'autor.

També seran ben rebudes solucions alternatives a les propostes fetes per l'autor dels problemes. L'editorial es reservarà, però, el dret a publicar-les.

SOLUCIÓ AL PROBLEMA PROPOSAT AL VOLUM 24 N. 3

PROBLEMA N. 87

Hay $N_1 = 5$ números favorables y $N_2 = 85$ números desfavorables al extraer 5 números de $N = 90$. Si un jugador compra n números, la probabilidad de que k sean favorables es

$$\frac{\binom{N_1}{k} \binom{N_2}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

función de densidad de probabilidad de la ley hipergeométrica. Las condiciones del juego son que un jugador gana si los n números que compra son todos favorables. La probabilidad de ganar es pues

$$p(k) = \frac{\binom{N_1}{n} \binom{N_2}{0}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{N_1}{n}}{\binom{N}{n}}$$

Para $n = 1, 2, 3, 4, 5, N_1 = 5, N_2 = 85$ se obtiene

$$p(1) = \frac{\binom{5}{1}}{\binom{90}{1}} = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$$

$$p(2) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{90}{2}} = \frac{4 \cdot 5}{90 \cdot 89} = \frac{2}{801}$$

$$p(3) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{90}{3}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{90 \cdot 89 \cdot 88} = \frac{1}{11.748}$$

$$p(4) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{90}{4}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87} = \frac{1}{511.038}$$

$$p(5) = \frac{\binom{5}{5}}{\binom{90}{5}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86} = \frac{1}{43.949.268}$$

Ganar comprando 1 número es relativamente probable, aunque la ganancia esperada es

$$\frac{1}{18} \times 15c - \frac{17}{18} \times c = -\frac{c}{9}$$

siendo c el importe del billete con 1 número. Ganar comprando 2 números es también asequible, pero la ganancia esperada vuelve a ser negativa

$$\frac{2}{801} \times 270d - \frac{799}{801} \times d = -\frac{259d}{801}$$

siendo d el importe del billete con 2 números. Ganar comprando un billete de 3 números, cuyo importe es e , es bastante más difícil, y la ganancia esperada es

$$\frac{1}{11.748} \times 5.500e - \frac{11.747}{11.748} \times e = -\frac{6.247}{11.748}e$$

Así, por la apuesta c (1 billete) los organizadores del sorteo se quedan, por término medio, $c/9$; por la apuesta d (2 billetes) se quedan casi un tercio de d ; por la apuesta e (3 billetes) se quedan con más de la mitad de e . Todas estas apuestas son muy desfavorables para el jugador.

Acertar con un billete de 4 ó 5 números es tan poco probable que no sorprende que nadie ganara. Además, la ganancia esperada de los organizadores era el 85% del importe del billete (4 números) y el 97% del importe del billete (5 números). En la práctica, se quedaban la totalidad del importe, pues nadie ganaba comprando un billete de 4 ó 5 números.

C.M. Cuadras
Universitat de Barcelona

PROBLEMA PROPOSAT

PROBLEMA N. 88

La revista *Qüestió*, antes de aceptar la publicación de un artículo, se vale del informe razonado de uno, dos o tres expertos en el tema del artículo. Durante el período 1987-1997, *Qüestió* se valió de la colaboración de 146 expertos, y tal como se indica en la lista del vol. 21(3), pp. 541-544,

80 expertos evaluaron un artículo,
66 expertos evaluaron más de un artículo.

Admitiendo que el número de artículos evaluados por cada experto sigue la distribución de Poisson (suponiendo que algunos expertos, que no están en la lista, «evaluaron» 0 artículos), estimar el número medio de artículos evaluados por cada experto de la lista.

C.M. Cuadras
Universitat de Barcelona

Comentaris de llibres

APRENDER DE LOS DATOS:
El Análisis de los Componentes Principales
Una Aproximación desde el DATA MINING

Tomàs Aluja y Alain Morineau

Edicions Universitàries de Barcelona
Col·lecció: Ciència i Tecnologia, n° 21, 1999, 176 pp.

L'autoritat científica de Tomàs Aluja i Alain Morineau en el camp de l'estadística multivariable ens fa esperar que el llibre tingui un gran interès. En efecte, per una banda Alain Morineau, juntament amb Ludovick Lebart, és un dels principals protagonistes de l'escola francesa d'anàlisi de dades que, ja fa molts anys, va introduir l'anàlisi i els gràfics de correspondències entre individus i variables. Per l'altra banda, Tomàs Aluja es va formar en aquesta escola, ha treballat estretament amb ells i ha obtingut resultats apreciables. Quan examinem meticulosament el llibre, comprovem que les nostres expectatives eren encertades.

L'estratègia d'aquesta obra consisteix no en presentar un tractat general d'estadística multivariable, sinó en oferir una monografia, clara i completa, sobre l'Anàlisi de les Components Principals. El treball va destinat a estudiants de primers cursos universitaris que han de comprendre i utilitzar aquesta tècnica. Requereix només una preparació general de matemàtiques i estadística, que inclogui les bases del càlcul matricial, les idees fonamentals d'estadística multivariable i el maneig de programes informàtics. La seva presentació fa que es segueixin sense pràcticament cap dificultat.

El llibre ens ofereix tant els aspectes teòrics de l'anàlisi de components principals, com la manera d'aplicar-lo. Fidel a la idea directriu que els estudiants puguin emprar aquesta tècnica, els text s'estructura, seguint una lògica clara, en les parts següents: després d'una introducció breu i d'un glossari de termes molt útil, el capítol primer presenta l'anàlisi de les distàncies i la visualització de les dades estadístiques. El capítol segon, amb el títol de *mecànica de l'anàlisi*, correspon a la introducció dels factors principals i la seva discussió. El capítol tercer explica la pràctica de l'anàlisi i el quart en presenta un exemple.

Aquesta estructura destaca el fil conductor que normalment segueixen els estudis aplicats de l'anàlisi de components principals. A fi que aquest procés quedi ben clar en separa els fonaments teòrics més generals i els explica en els apèndixs finals que inclouen les fórmules de les distàncies, les transformacions de variable i el seu càlcul matricial.

El llibre adopta l'aproximació de *data mining* i ens proposa l'objectiu d'extreure informació de les dades que tenim, de nombrosos individus respecte de nombroses variables. Per mostrar-nos la complexitat d'aquesta classe de problemes i la potència dels mètodes que introdueix, en els primes apartats, ens proposa un estudi de 51 ciutats, de les quals en tenim els valors de 40 variables; i ens convida a descobrir relacions que estan amagades en aquesta massa numèrica. Clarament és un repte.

El text ens dona tots els elements conceptuals per resoldre aquests problemes, que podem expressar amb un llenguatge teòric eixut, en el sumari següent: espais vectorials amb productes escalars i les distàncies que indueixen; projeccions octogonals; representacions de variables estadístiques mitjançant núvols de punts i sistemes de masses; l'àlgebra de variances i covariances; transformacions lineals de variables estadístiques amb el càlcul matricial corresponent; vectors i valors propis i, naturalment, les components principals.

De totes les operacions i els seus resultats se'n comenta el significat estadístic i el sentit que tenen en els exemples que s'analitzen. En aquest punt és important destacar l'ús que fan els autors dels exemples que incorporen. No els posen merament amb la finalitat que els lectors practiquin una sèrie de procediments estàndard sinó que mostren que és necessari desenvolupar la imaginació creativa, i prendre decisions. L'estadística, i sobre tot l'anàlisi exploratòria de dades, no consisteix només en aplicar unes fórmules predefinides, sinó que involucra un saber pràctic, desenvolupat a partir de l'experiència d'encarar-nos a moltes situacions. Aquest coneixement d'ofici s'adquireix amb el contacte amb d'altres persones que en tenen un domini més gran.

En *Aprender de los Datos*, Tomàs Aluja i Alain Morineau, han aconseguit transmetre brillantment tant el tipus de coneixement que s'expressa en fórmules estadístiques i s'aprèn en textos convencionals, com també una part important del seu saber pràctic, del seu domini de l'ofici, que han acumulat al llarg dels anys.

E. Bonet

Ressenyes d'activitats institucionals

Sociedad Española de Biometría



Región Española
de la Sociedad Internacional de Biometría
Spanish Region
of the International Biometric Society



<http://www.iata.csic.es/ibsresp>

La Sociedad Española de Biometría/Región Española de la Sociedad Internacional de Biometría (abreviadamente SEB o *REsp*) tiene como objetivos promover, impulsar y difundir el desarrollo y la aplicación de los métodos matemáticos y estadísticos a la biología, medicina, psicología, farmacología, agricultura y otras ciencias afines (ciencias relacionadas con los seres vivos). Cualquier profesional o alumno de estas disciplinas puede ser miembro de la SEB.

Consejo Directivo

<i>Presidenta:</i>	Guadalupe Gómez Melis (Biología)
<i>Vicepresidente:</i>	María Jesús Bayarri García (Medicina)
<i>Secretario y Tesorero:</i>	Fernando López Santoveña (Agronomía)
<i>Vocal en calidad de</i>	
<i>Miembro del Consejo de la IBS:</i>	Emilio A. Carbonell Guevara (Agronomía)
<i>Vocales:</i>	Juan Luis Chorro Gascó (Psicología)
	Juan Ferrándiz Ferragud (Biología)
	Purificación Galindo Villardón (Medicina)
	Eduardo García Cueto (Psicología)
	José Luis González Andújar (Agronomía)
	Alex Sánchez Plá (Biología)
<i>Corresponsal de la REsp en el</i>	
<i>«Biometric Bulletin» de la IBS:</i>	María Luz Calle Rosingana

VIII CONFERENCIA ESPAÑOLA DE BIOMETRÍA

Pamplona, 28, 29 y 30 de marzo de 2001

Información: www.unavarra.es/directo/congresos/apoyo/biometria.htm



**The TES Institute
Training of European Statisticians**

GENERAL INTRODUCTION

The TES Institute is a non-profit making association of 17 European National Statistical Institutes and the University Centre of Luxembourg. It offers a post-graduate vocational training programme for statisticians and other groups working in the statistical environment. The TES Institute today boasts a solid foundation of statistical training experience, built up since the beginning of the nineties.

Our mission is to provide world-wide cutting edge lifelong international training for professional statisticians. The training emphasises the inter country know-how transfer and focuses on the dissemination of best practices in terms of providing statistics compliant with both European and International Statistical System standards.

The training programmes of the TES Institute are designed for both public and private sector statisticians in the broadest sense of the word i.e. university graduates of any discipline involved in statistical work within Statistical Institutes, European Institutions, Government Agencies, National or private Banks, Enterprises, ...

Training methods are problem-oriented and based on a twofold track approach combining both teaching of theoretical concepts and practical sessions using real life cases. Moreover, the «learning-by-doing» process provides an opportunity to respond in an effective way to recent scientific and technological developments as well as new requirements from the labour market.

The training programmes offered by the TES Institute provide both theoretical and practical background but the courses have all a very strong applied character.

These programmes also offer participants the opportunity to meet colleagues from all over Europe and other countries since the TES Institute has extended its activities to the Central European, Mediterranean Basin and TACIS countries.

The above characteristics represent the basic conditions to acquire sharper competence in their work environment and highlight the European dimension of their activity.

After ten years of existence, the programme became entire part of the statistical world. For the time being, around 500 participants coming from more than 30 countries are trained every academic year. Such an interest is mainly due to the large number of courses on offer. Indeed, the TES portfolio comprises more than 80 courses of short duration all at post-graduate level.

The TES Institute offers a coherent set of interrelated courses in the following domains:

- Official Statistics: General Issues (OSG)
- Official Economic Statistics (ECO)
- Official Social Statistics (SOC)
- Data Collection and Survey Methodology (DAT)
- Applied Statistical Analysis (ASA)
- Publication and Dissemination of Statistics (PDS)
- Management in a Statistical Institute (MSI)
- Statistical Information Systems (SIS)

To reach the widest audience possible, the TES Institute currently offers courses in English, French, German, Arabic and Russian.

After a few years of co-operation with the Central European countries, the TES Institute has recently extended the co-operation to the MEDSTAT and TACIS region. Such an internationalisation is the direct result of the growing importance of training as a part of the current technological and intellectual development. Therefore, as far as statistics and economics are concerned, it is of the utmost importance to extend the best national practices to an international level.

It is obvious that the TES programmes should be considered as a complement and not a substitute to the training provided at national level.

In brief, one may say that by offering training opportunities which are complementary to the ones provided at national level, the TES Institute is offering a new approach of the subsidiarity concept.

TRAINING

The Core Programme 2001 offering 26 courses will run from January to November 2001. The overview of the courses can be found at the end of the present paper.

Beside the execution of the subsidised annual vocational training programme – which is only one of our many activities– the TES Institute is active through the PHARE programme for Central European Countries, through the MEDSTAT programme in the countries of the Mediterranean Basin and through the TACIS programme in a number of CIS countries.

CONSULTING

In addition to the vocational training activities, we will continue to develop and extend our consulting activities in the above mentioned regions and elsewhere in order to maintain and solidify our position in the market of professional training and staff development for statisticians. These consulting activities consist in the training of trainers, the setting up of training centres, reform of training policy and curricula. For example, the TES Institute has also been involved in consulting activities with Ukraine and the Russian Federation for the set-up of training centres and for drafting recommendations for the improvement of the vocational training system for the Russian Statistical Agency.

RESEARCH

In various Research Institutes, Universities and National Statistical Institutes of the Member States of the European Union and other countries, research is taking place covering statistical methodology and statistical techniques such as data collection methods, data transmission, storage and warehousing, statistical data analysis, etc. TES is confident that, being closely involved in dissemination of the results of activities in the field of research and technological development, will not only help the Commission in its future policy on R&D but will also contribute to a better communication between the various players in statistical research. As a result, the TES Institute has decided to play an active role in European research projects in various fields of statistics.

Within this framework, the TES Institute is participating in a consortium, in the 5th Framework Programme of the Commission, focusing on the creation and the development of on-line training courses (VL-CATS Project). On the basis of possibilities offered by existing tools, the VL-CATS project will provide access over the Internet, to teaching and educational material with a special focus on Official Statistics. Through this project, experts will be given the opportunity to share and disseminate their statistical knowled-

ge on a wider scale. Along with EU and EFTA countries, statisticians from accession countries and other Central European countries will also be given the opportunity to produce statistics compliant with the European Statistical System standards.

The main objectives of VL-CATS Project are:

- To create a virtual library of all reference material available in Official Statistics;
- To define and implement standards for the development of distance courses in the various fields of Official Statistics;
- To develop a controlled environment that will support the virtual library and give selective access to training courses;
- To develop a service for update and quality assurance of VL-CATS.

PUBLICATIONS

The TES Institute is regularly publishing articles on its current activities in periodic Newsletter of several Statistical Institutes and some statistical journals as *Qüestió* (Quaderns d'Estadística i Investigació Operativa), edited by the Institut d'Estadística de Catalunya.

The TES Institute has started the production of TES Manuals on subjects covered by the vocational training programme:

- The first manual available at the TES institute presents *The role of statistics in a democracy*.
- The second manual to be published soon will cover the *Index numbers for spatial and temporary comparisons*.
- Further manuals will cover topics of *sampling techniques, seasonal adjustment methods*.

TES NEWSLETTER

Beginning of February, the TES Institute has disseminated the first issue of its Newsletter named «Facts & Visions». This newsletter should be considered as an important information tool between the TES Institute and its partners from all over Europe focusing on matters related to training and staff development in the statistical world.

We hope that our partners will use «Facts & Visions» to report on their own activities. So, may we encourage you to use your keyboards for European information purposes.

Copies of «Facts & Visions» are available at the TES Institute as well as guidelines for the submission of articles.

GENERAL INFORMATION

For further details on any of the above mentioned topics, please contact directly Ms. Valérie Vandewalle (co-ordinator for *Evaluation and Information*):

Phone: (352) 29.85.85.34

Fax: (352) 29.85.29

E-mail: vvandewalle@tes-institute.lu

Code	Course Title	Days	Course Leader	Location	From	To
DAT-202/2001	Use of Auxiliary Information in Sampling Surveys	4	Olivier Sautory	Paris	20-feb-01	23-feb-01
ASA-201/2001	Seasonal Adjustment Methods	5	Agustin Maravall	Luxembourg	26-feb-01	2-mar-01
PDS-001/2001	Basic Principles of Publication and Dissemination of Statistical Products	5	Ed Swires Hennessy	London	5-mar-01	9-mar-01
OSG-001/2001	The European Statistical System	3	Eurostat Experts	Luxembourg	19-mar-01	21-mar-01
SIS-203/2001	Geographical Information Systems	4	Marco Painho	Lisbon	26-mar-01	29-mar-01
MSI-101/2001	Adding Value through Strategic Management	5	John Scrivener	London	2-abr-01	6-abr-01
ECO-150/2001	Business Cycle Statistics	n 3	Klaus Reeh	Luxembourg	17-sep-01	19-sep-01
ECO-101/2001	Nomenclatures, Classifications and their Harmonisation	4	Niels Langkjaer	Vienne	23-abr-01	26-abr-01
SIS-201/2001	Statistical Disclosure Control	4	Peter Paul de Wolf	Voorburg	24-sep-01	27-sep-01
ECO-204/2001	The European System of Accounts (ESA95) - Goods and Services	3	Paul Konijn	Luxembourg	2-may-01	4-may-01
ECO-151/2001	Measuring the Economic Activity on the Internet	n 3	Pierre Dybman	Luxembourg	7-may-01	9-may-01
PDS-101/2001	Towards User-friendly Statistical Reporting	n 3	John Wright	London	9-may-01	11-may-01
ECO-203/2001	The European System of Accounts (ESA95) - Financial Accounts	3	Christine Coin	Luxembourg	21-may-01	23-may-01
PDS-105/2001	Marketing and Sales of Statistical Products and Services	3	Klaus Haagensen	Copenhagen	28-may-01	30-may-01
DAT-002/2001	Sampling Techniques and Practice	10	Prof. T.M.F. Smith	Southampton	18-jun-01	29-jun-01
ECO-001/2001	National Account Statistics in Practice (French)	10	François Lequiller	Paris	18-jun-01	29-jun-01
MSI-150/2001	Quality Management in Statistics	n 3	Lilli Japac Werner Grünwald	To be announced	25-jun-01	27-jun-01
DAT-105/2001	The Use of Administrative Sources for Statistical Purposes	n 3	Steve Vale	Helsinki	3-sep-01	5-sep-01
SOC-102/2001	Labour Cost and Labour Price Statistics	3	Steve Clarke	Luxembourg	12-sep-01	14-sep-01
DAT-207/2001	Advanced Sampling Techniques	n 3	Yves Tillé	Neuchatel	24-sep-01	27-sep-01
ECO-105/2001	Theory and Application of Enterprise Panel Surveys	5	Pierre Lavallée	Madrid	1-oct-01	5-oct-01
ECO-201/2001	Environmental Expenditure Statistics and Accounts (SERIEE)	n 4	Anton Steurer	Luxembourg	1-oct-01	4-oct-01
ASA-101/2001	Introduction to Applied Time Series Analysis	5	Agustin Maravall	Brussels	8-oct-01	12-oct-01
OSG-003/2001	Confidentiality and Protection of Privacy	3	Photis Nanopoulos	Luxembourg	15-oct-01	17-oct-01
ECO-103/2001	Enterprise Statistics	5	Johan Lock	Voorburg	5-nov-01	9-nov-01
SOC-001/2001	Systems of Social Statistics	5	Pieter Everaers	Heerlen	12-nov-01	16-nov-01

Applied Statistics Week
(7th edition) Barcelona, 25-29 June 2001
Short Courses: Statistics in Finance

Aims

The seven APPLIED STATISTICS WEEK is organized by the Pompeu Fabra University (UPF) between 25 to 29 June 2001, in Barcelona.

The APPLIED STATISTICS WEEK aims to provide a set of intensive short courses on a particular statistical theme of an applied nature. The courses are presented by acknowledged leading researchers of international stature, who are also known to have excellent teaching skills.

Past themes of the APPLIED STATISTICS WEEK have been: «Statistics in the Health Sciences» (1995), «Statistics in Classification and Pattern Recognition» (1996), «Design and Analysis of Survey Data» (1997), «Statistics in Environmental Science» (1998), «Statistics in Marketing Research» (1999) and «Statistics in Society» (2000). This year's theme is «Statistics in Finance». As financial databases grow and the complexity of financial systems increases, so statistical methods are becoming essential for identifying patterns and trends to facilitate the task of decision-makers. The three courses presented this year cover three key application areas in finance: (i) credit scoring and assessment, (ii) neural networks and data-mining, and (iii) times-series analysis and forecasting.

The first course, presented by David Hand of Imperial College, London, deals with the consumer credit market, characteristics of credit data, methods for credit-scoring, and the range of statistical methods available for modelling and prediction in this market. The second course, by José Ignacio Latorre, of the University of Barcelona, gives a comprehensive practical introduction to the use of neural networks in data mining of large databases, with many applications to financial data and hands-on experience of this important analytical tool. The third course by Stephen Pollock of the University of London, deals with financial time series, both modelling and forecasting and the latest developments in this area, including use of software.

After attending these courses, participants will have an insight into the important role played by statistical methodology in assisting with problem-solving and decision-making in these three crucial areas of finance.

We feel that UPF is uniquely placed to foster such intensive courses of high quality in Spain and, indeed, in Europe as a whole. The university and the city of Barcelona enjoy an optimal location for gathering scholars from different parts of Spain and Europe, a city known for its strong work and innovation ethic as well as its richness of leisure and cultural activities. The courses are concentrated into one week to facilitate the enrolment of working professionals and the academic community. We also promote a lively interaction between participants and instructors that assist in achieving the goal of improving the application of statistical concepts and methods to problems in our society.

Programme directors

Michael J. Greenacre
Albert Satorra
Pompeu Fabra University, Barcelona

Target Audience

These courses are aimed at all those who are working with financial data and who wish to obtain practical skills in the latest statistical methods available for analyzing their data. The audience would include, for example, financial analysts, managers at financial institutions, researchers in quantitative management and operations research, and marketing researchers. Academics and students working in finance and economics who wish to broaden their skills in quantitative methods will also find these courses particularly useful.

Place

Classes will be held at IDEC (Continuing Education Institute, Pompeu Fabra University) - Balmes, 132. 08008 Barcelona.

Language

All the courses will be taught in English.

Supporting Institution

As in all six previous editions, the seven APPLIED STATISTICS WEEK is being organized also in cooperation with the **Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat)**.

Programme

Course 1.

STATISTICAL METHODS IN CONSUMER CREDIT

David Hand

Imperial College, London

The consumer credit environment is in a state of great change, driven by developments in computer technology, more demanding customers, availability of new products and increased competition. Banks and other financial institutions are coming to rely more and more on increasingly sophisticated mathematical and statistical tools. These tools are used in a wide range of situations, including predicting default risk, estimating likely profitability, fraud detection, market segmentation, and portfolio analysis.

The consumer credit market will be described, covering descriptions of the changing face of the retail banking industry using the UK credit card market as an example, a discussion of corporate versus consumer loans, the differences between application and behavioural scoring, as well as a discussion of the characteristics of consumer credit data.

Both the tools which are used in the industry at present and those which are likely to be used in the near future will be described, including linear and logistic regression, mathematical programming, trees, nearest neighbour methods, and neural networks. The central importance of effective methods of assessing predictive performance will be discussed, and appropriate criteria outlined. Methods based on stochastic process models, as well as tools for market segmentation, will be outlined. The important distinction between front end and back end applications will be described.

The simplistic use of predictive tools in the credit market can lead to certain problems, and strategies for dealing with these problems will be discussed, as well as holistic models, measurement models for determining customer quality, population drift, and problem uncertainty. Problems as a result of poor quality data will also be discussed, including methods to tackle selectivity bias and ways to handle indeterminates.

David Hand is Professor of Statistics at Imperial College, London. He has written over 150 research papers and 18 books, including the book «Statistics in Finance». His research interests include multivariate statistics, classification methods, measurement problems, issues at the interface between statistics and computing, and financial applications of statistical and data analytic tools.

Date: Monday, 25 June 2001, from 9.30 to 13.30, and from 15.00 to 18.00 hours.

Course 2.

NEURAL NETWORKS FOR FINANCE AND DATA MINING

Jose Ignacio Latorre
University of Barcelona

Artificial neural networks provide a well-established, powerful tool to infer patterns from large databases. They have proven to be very useful to solve problems of interpolation, classification and prediction, and have been used in a vast number of business and financial applications.

This course will present an introduction to the basic concepts of neural networks, their use in data mining and their application to problems in finance. We shall focus on feedforward neural networks, trained using back-propagation, which remain the most widespread and efficient technique to implement supervised learning. It will be stressed that the successful use of neural networks depends on an understanding of how to preprocess the data, on the appropriate selection of variables, on the postprocessing of the results and a final validation of the global strategy. These steps will be illustrated with many practical examples of data mining, using real data from different companies. In addition, we shall cover in detail the use of neural networks for stock market predictions, including transformation of variables, types of training and understanding the differences between our approach and chartism.

These examples will be designed to turn the participant into a neural network practitioner, and a practical class will be included in the course where participants have the chance of «hands-on» experience of using neural networks.

Jose Ignacio Latorre obtained his Ph. D. in Theoretical High Energy Physics, following which he was awarded a Fulbright fellowship at M.I.T., and then another fellowship at the Niels Bohr Institute in Denmark. He has published over 50 research papers in international journals on topics ranging from elementary particles to the recent field of Quantum Information. He belongs to a team implementing applications of advanced statistical techniques in the field of finance, as well as developing computer software.

Date: Tuesday and Wednesday, 26-27 June 2001, from 10.30 to 13.30, and from 15.00 to 18.00 hours.

Course 3.

TIME-SERIES ANALYSIS AND FORECASTING: TOOLS FOR MANAGERS

Stephen Pollock
University of London

Over the last twenty years, an integrated body of knowledge, resting on firm mathematical foundations and accompanied by a sophisticated empirical methodology in time-series analysis and forecasting, has been gradually replacing the ad hoc methods that have been used up to now in business management, in financial analysis, and in governmental decision-making.

This course will examine the ways in which modern methods of time-series analysis and forecasting can be used in managerial decision-making, in financial analysis and in numerous other

applications. It will demonstrate some of these techniques using generally available modern software as well as some more advanced computer programs which have originated in scientific research.

Some of the most intensive uses of the modern methods of time-series analysis are occurring in the field of financial analysis, where a variety of specialised techniques have been developed. Many unsolved problems remain in this area, and the course will aim to expose both the doubts and the certainties of financial time-series analysis.

Participants in the course will be encouraged to raise problems from their own experience, which can form the basis for group discussion.

Stephen Pollock is Reader in Econometrics in the Department of Economics at Queen Mary College of the University of London. He has a wide experience of time-series analysis in engineering, in economics and in finance. He has recently published a major work titled «*A Handbook of Time-Series Analysis, Signal Processing and Dynamics*». He is also an experienced computer programmer and his book is accompanied by a compact disc that contains a large suite of programs and algorithms aimed at practical time-series analysis.

Date: Thursday and Friday morning, 28 June 2001, from 9.30 to 13.30, and from 15.00 to 18.00, and 29 June 2001, from 9.30 to 12.30 hours.

Course fees

The course fees include course notes, a Diploma of Institut d'Educació Contínua, meals and refreshments during the courses.

- **Course 1:** 180 € (29.950 ptas. if paid before the 25th of May 2001). (260 €; 43.260 ptas.)
- **Course 2:** 300 € (49.916 ptas. if paid before the 25th of May 2001). (450 €; 74.874 ptas.)
- **Course 3:** 225 € (37.437 ptas. if paid before the 25th of May 2001). (335 €; 55.739 ptas.)

For those who register for 2 courses the fee is reduced by 10%.

For those who register for 3 courses the fee is reduced by 20%.

SPECIAL FEES for doctoral students and participants in a previous **APPLIED STATISTICS WEEK**:

Course 1: 135 € (22.462 ptas.)

Course 2: 225 € (37.437 ptas.)

Course 3: 170 € (28.286 ptas.)

Registration

The registration form must be sent by the 25th of May to take advantage of the reduced fees. Payment can be made by bank transfer (including a copy of the bank transfer), by credit card (VISA) or by bank cheque to the Institut d'Educació Contínua. In the case of foreign payments, the cheque should be in convertible pesetas or euros.

Accommodation

The Continuing Education Institute has arranged a special price of 87,15 € (14.500 ptas.) with some hotels in Barcelona for the accommodation of participants:

Astòria ***, address: Paris, 203 (300m from IDEC)

Balmes ***, address: Mallorca, 216 (200m from IDEC)

In all cases, prices are for a double room for either one or two persons (breakfast and VAT not included). You can ask for reservation of rooms in the Registration Form.

Information and enrolment

IDEC (Continuing Education Institute)
Balmes, 132 · 08008 Barcelona - Spain
Telephone: (+34) 93 542 18 00 · Fax (+34) 93 542 18 08
<http://www.upf.es/idec> · e-mail: idec@upf.es

Further information about the Applied Statistics Week, including links to the personal web pages of the course presenters, can be found at:
<http://www.upf.es/idec/estiu/applied.htm>

In cooperation with:



Generalitat de Catalunya
Institut d'Estadística de Catalunya

Informació per als autors i lectors

NORMES PER A LA PRESENTACIÓ D'ARTICLES A QÜESTIÓ

La revista accepta, per a la seva publicació, articles originals no sotmesos a consideració en cap altra revista dins els àmbits de l'Estadística, la Investigació Operativa, l'Estadística Oficial i la Biometria. Els articles poden ser teòrics o aplicats, incloent aspectes computacionals i/o de caire docent, i poden presentar-se en anglès, francès, català o qualsevol altra llengua oficial a l'Estat espanyol.

Tots els originals destinats a les esmentades seccions temàtiques de *Qüestió*, incloent-hi els articles per a la «Secció docent i problemes», seran sotmesos sistemàticament a una avaluació prèvia a càrrec d'especialistes independents i/o membres del Consell Editorial, llevat dels articles convidats per la revista i les reimpressions d'articles. El resultat de l'avaluació serà comunicat a l'autor principal als efectes d'eventuals correccions formals o dels seus continguts.

Per a totes les trameses d'originals, la revista emetrà un acusament de recepció la data del qual figurarà com a «data de rebuda» en la publicació de l'article. Per la seva banda, la «data d'acceptació» de l'article serà la data de recepció de la versió definitiva.

Per a la presentació d'articles, l'autor trametrà a la Secretaria de *Qüestió* (Institut d'Estadística de Catalunya) dues còpies del treball mecanografiat en DIN A4, a una sola cara, a doble espai i amb marges amplis. Cada article ha d'incloure el títol, el nom de l'autor o autors, la seva afiliació i l'adreça completa, així com un resum de 75-100 paraules al principi de l'article, seguit de les principals paraules clau (en l'idioma original) i la seva adscripció a la classificació MSC2000 de l'American Mathematical Society. Abans de sotmetre els articles a la revista, s'aconsella els autors que revisin la correcció lingüística de textos d'acord amb l'idioma original i les eventuais traduccions a l'anglès.

Les referències bibliogràfiques es faran indicant el cognom de l'autor seguit de l'any de la publicació entre parèntesi [i.e.: Mahalanobis (1936), Rao (1982b)] i seran llistades alfabèticament al final de l'article; les referències múltiples d'un mateix autor s'ordenaran cronològicament. Les notes explicatives es numeraran correlativament i han d'aparèixer al peu de la pàgina corresponent. Les taules i figures també es numeraran correlativament en el text i seran reproduïdes directament dels originals tramesos en cas que no sigui possible la seva autoedició.

Una vegada avaluat satisfactòriament l'article cal que, a més de la versió impresa, l'autor el trameti en disquet de 3.5 polsades i en format MS-DOS, on han de constar de forma clara els noms dels autors i el títol de l'article. Aquesta versió final s'ha de trametre preferiblement en el processador de textos $\text{\LaTeX}$ [subsidiàriament, es poden trametre els textos i les taules en Word Perfect —versió 6.0A o anterior— o ASCII]; en el cas de figures, diagrames o gràfics es recomanen els formats adients per als programes editors PS, EPS o PCX. Els autors han de garantir la correspondència exacta entre la versió impresa i la còpia electrònica. D'altra banda, si l'article no està escrit en llengua anglesa s'haurà d'adjuntar la traducció del títol original, de l'abstract i de les paraules clau, així com un ampli resum en anglès (amb una extensió d'entre 2 i 5 pàgines i amb la mateixa estructura de l'article original).

La Secretaria de *Qüestió* posa a disposició dels autors que ho sol·licitin plantilles en format $\text{\LaTeX}$ per a la seva edició i les referències adients de la classificació de l'AMS.

QÜESTIÓ
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laietana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questiio@idescat.es

GUIDELINES FOR THE SUBMISSION OF ARTICLES FOR QÜESTIÓ

The journal well comes submission of articles and contributions that are not being considered for publication in any other journal in the fields of Statistics, Operational Research, Official Statistics or Biometrics. Articles may be theoretical or applied, including teaching aspects and applications, and will be accepted in English, French, Catalan or any of the other official languages in Spain.

All originals assigned to the thematic sections of Qüestió, including articles for the «Teaching section and problems» will be systematically reviewed by independent referees and/or members of the Editorial Board, who will send a report to the main author of the article in order to correct, if necessary, any formal or content aspects. The articles invited by the journal and articles reprinted will be excluded from this evaluation process.

For all submissions, the journal will issue a receipt corresponding to the submission date, which will appear as «date received» in the final publication of the article. The «acceptance date» of the article, which will appear in its final publication, will be the date of sending the final version to the journal.

For the presentation of original articles, the author should send, to the Secretary of Qüestió (Institut d'Estadística de Catalunya), two copies of the paper typed on A4 sheets, one side of the paper only, double spaced and with wide margins. Each article should include the title, the name of the author or authors, their affiliation, full address and also an abstract of the paper (75-100 words) at the beginning of the article, followed by the main keywords (in the original language) and its assignation in the MSC2000 classification of American Mathematical Society. Before submitting their papers, authors are advised to seek assistance in the writing of their articles for the correct use of English and/or of original language.

Bibliographical references should state the author's name followed by the year of publication in brackets [e.g.: Mahalanobis (1936), Rao (1982b)] and they should be listed at the end of the article in alphabetical order; multiple references to the same author should be given in chronological order. Footnotes should be numbered in the article and appear at the foot of the corresponding page. Figures and tables are to be numbered in consecutive order in the text using Arabic numerals and will be directly reproduced from the originals submitted if it is not impossible to print them electronically.

Once the evaluation has been passed, the author is required to provide the article on a diskette (a 3.5-inch disk in MS-DOS format) together with its paper copy; it must be a new diskette and must bear very clearly the names of the authors and the title of the article. This final version should be processed by $\text{\LaTeX}2_{\epsilon}$, preferably, or, failing that, by Word Perfect (6.0A or earlier) or ASCII for text and tables; for figures, diagrams or graphs, the appropriate formats of PS, EPS or PCX software tools are strongly recommended. Authors must ensure that the version of the electronic copy is exactly the same as the paper copy which accompanies it. Furthermore, if the article is not written in English, the translation of its original title, short abstract and keywords should be enclosed, as well as a full summary of the article in English (that is, 2-5 pages with the same structure as the original).

The Secretary of Qüestió can send, by request of the authors, the $\text{\LaTeX}2_{\epsilon}$ style of Qüestió for manuscript preparation and the appropriate classification of AMS references.

QÜESTIÓ
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laietana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

NORMES PER A LA PUBLICACIÓ D'ANUNCIS INSTITUCIONALS A QÜESTIÓ

Qüestió convida les entitats patrocinadores, les institucions col·laboradores, els organismes públics i privats, i tota la comunitat científica vinculada a l'estadística o la investigació operativa, a la publicació d'anuncis institucionals sobre cursos, seminaris, congressos i activitats similars que, preferentment, tinguin lloc en el nostre país. Els textos poden presentar-se en anglès, francès, català o en qualsevol altra llengua oficial a l'Estat espanyol. Les iniciatives per a una possible publicació sempre són a instància de les entitats interessades, de manera que Qüestió no fa una cerca sistemàtica d'esdeveniments d'aquesta naturalesa, ni té cap ànim d'exhaustivitat en les ressenyes d'activitats finalment publicades.

Una vegada aprovada la inclusió dels anuncis sol·licitats es procedirà a la seva publicació, i es reproduirà directament dels originals tramesos amb les mides adequades i la màxima qualitat tipogràfica possible; en aquest cas, Qüestió no procedeix a cap mena de procés d'autoedició de la versió impresa que l'anunciant hagi tramès. Si els originals es trameten en els mateixos termes electrònics exigits per als articles (vegeu «Normes per a la presentació d'articles a Qüestió»), la revista procedirà a la seva autoedició. Si es desitja una qualitat superior a la reproducció simple o l'autoedició, o bé la seva publicació en color, els sol·licitants hauran de posar-se en contacte amb la Secretaria de Qüestió per tal de trametre els fotolits dels textos originals corresponents.

La disposició dels textos i les figures adjuntes dels anuncis han de procurar la màxima intel·ligibilitat i claredat expositiva, sense atapeir la informació ni utilitzar formats o fonts de lletres excessivament petites. D'altra banda, la publicitat ha de ser fidedigna, exempta d'enganys i respectuosa amb les persones i institucions. En qualsevol cas, la direcció de Qüestió es reserva la decisió final pel que fa a la seva publicació.

L'anunciant es compromet a lliurar els textos/materials amb l'antelació que se li indiqui per a la inserció en els números/volums de Qüestió que prèviament s'hagi establert. La revista no es fa responsable dels retards, per part de l'anunciant, que impedeixin la publicació de l'anunci en els termes previstos.

Mònica M. Jaime
Secretaria de Qüestió
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laletana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

GUIDELINES FOR INSTITUTIONAL ADVERTISEMENTS IN QÜESTIÓ

Qüestió invites all sponsor entities, collaborating institutions, other public and private bodies and the entire scientific community related to Statistics or Operations Research to submit institutional advertisements on courses, seminars, congress and similar activities that will be held, preferably in our country. These will be accepted in English, French, Catalan or any of the other official languages in Spain. The initiative should always come from the entities interested in advertising them so that Qüestió's aim is not to do a systematic search of these events and therefore does not publish a comprehensive list of such activities.

Once their insertion is approved the advertisements will be reproduced from the most accurate photocopy of the originals sent by the advertiser to Qüestió in paper copy, with the appropriate size and at the best possible typographic quality. Therefore, in this case the journal does not elaborate any further editing process to the printed version that the advertiser has sent. If the original advertisements are sent in the same electronic format requested by the articles (please see «Guidelines for the submission of articles for Qüestió») the journal will print it directly from the file. If a better quality than the simple reproduction or automatic printing or a colour version of the adverts is desired, the authors should contact the Secretary of Qüestió in order to negotiate this.

The typesetting of texts and figures in the advertisement should have maximum intelligibility and clearness, neither compressing the information too much nor using formats or letter fonts that are too small. Furthermore, the information has to be reliable, without errors and respectful of the people and institutions. The management of Qüestió has the right to a final decision concerning the insertion of the advertisement.

Advertisers commit themselves to give the text/materials on request in order to insert them in the issues of Qüestió that have been previously agreed. The journal is not responsible for any delay from the announcer that could prevent the advertisement from been published on the agreed terms.

Mònica M. Jaime
Secretaria de Qüestió
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laletana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

NORMES PER A LA PUBLICACIÓ D'ANUNCIS PRIVATS O AMB FINALITAT COMERCIAL A QÜESTIÓ

Qüestió accepta la publicació d'anuncis privats o amb finalitat comercial sobre productes, serveis o altres eines promocionals a l'entorn de l'estadística o la investigació operativa. Els textos poden presentar-se en anglès, francès, català o en qualsevol altra llengua oficial a l'Estat espanyol. Les iniciatives per a una possible publicació sempre són a instància de les organitzacions que hi estiguin interessades, de manera que Qüestió no fa una cerca sistemàtica de novetats o productes d'aquesta naturalesa ni té cap ànim d'exhaustivitat en els anuncis finalment publicats.

Els anuncis en **blanc i negre** s'elaboren a partir de la fotocòpia més acurada possible dels originals que trameti l'anunciant en versió impresa, amb les mides adequades i la màxima qualitat tipogràfica. Per tant, en aquest cas la revista no efectua cap procés d'edició ulterior respecte de la versió impresa que l'anunciant hagi tramès. Alternativament, si els anuncis originals es trameten en els mateixos termes formals exigits per als articles (vegeu «Normes per a la presentació d'articles a Qüestió»), la revista procedirà a la seva autoedició. Igualment, si es desitja una qualitat superior a la reproducció simple, els sol·licitants hauran de trametre els fotolits dels originals corresponents o encarregar-los a Qüestió, que els facturarà separatament.

Els anuncis en **color** requereixen els fotolits dels textos originals, que poden ser subministrats directament per l'anunciant o bé encarregats per la revista a compte de l'anunciant; en el segon cas, l'anunciant ha de trametre a la revista els originals impresos en color amb la màxima qualitat, per tal de filmar-los amb les millors garanties i condicions. El cost dels fotolits realitzats per Qüestió serà sempre a càrrec de l'anunciant, a qui se li repercutirà l'import i l'IVA d'aquests, juntament amb les tarifes que corresponen a la modalitat d'anunci per la qual hagi optat.

La disposició dels textos i figures adjuntes dels anuncis ha de procurar la màxima intel·ligibilitat i claredat expositiva, sense atapeir la informació ni utilitzar formats o fonts de lletres excessivament petites. D'altra banda, la publicitat ha de ser fidedigna, exempta d'enganys i respectuosa amb les persones i institucions. En qualsevol cas, la direcció de Qüestió es reserva la decisió final de la seva inclusió.

L'anunciant es compromet a lliurar els textos/materials amb l'antelació que se li indiqui per a la seva inserció en el(s) número(s)/volum(s) de Qüestió que prèviament s'hagi establert. La revista no es fa responsable dels retards per part de l'anunciant que impedeixin la publicació de l'anunci en els termes previstos.

Imports:

1 pàgina en color (un número aïllat):	125.000 PTA + IVA
1 pàgina en color (tres números consecutius):	200.000 PTA + IVA
1 pàgina en blanc i negre (un número aïllat):	30.000 PTA + IVA
1 pàgina en blanc i negre (tres números consecutius):	50.000 PTA + IVA
1/2 pàgina en blanc i negre (un número aïllat):	20.000 PTA + IVA
1/2 pàgina en blanc i negre (tres números consecutius):	35.000 PTA + IVA

Mides opcionals dels anuncis:

1 pàgina sencera (espai intern):	19.0 cm. x 12.3 cm.
1 pàgina sencera (espai extern):	23.8 cm. x 17.0 cm.
1/2 pàgina (espai intern):	9.5 cm. x 12.3 cm.
1/2 pàgina (espai extern):	11.9 cm. x 17.0 cm.

Forma de Pagament:

- Transferència bancària al compte: 2013-0100-53-0200698577
- Xec bancari nominatiu a l'Institut d'Estadística de Catalunya
- Pagament amb targeta de crèdit

El pagament serà per l'import total de la factura corresponent, on hi figurarà el cost dels fotolits en el cas que l'edició de l'anunci hagi estat a càrrec de l'Institut. En el cas que l'anunciant necessiti una factura proforma, només cal que ho faci saber amb l'antelació suficient.

Correspondència:

Mònica M. Jaime
Secretaria de Qüestió
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laletana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

GUIDELINES FOR THE PRIVATE OR COMMERCIAL ADVERTISEMENTS IN QÜESTIÓ

Qüestió accepts for their publication both private and commercial advertisements on products, services or other promotional tools related to statistics or operational research and will be accepted in English, French, Catalan or any of the official languages in Spain. The initiatives should always come from entities interested in advertising them so that Qüestió's aim is not to do a systematic search of news and therefore does not publish a comprehensive list of such private or profit activities.

The **black and white** advertisements are made out from the most accurate photocopy of the originals sent by the advertiser to Qüestió in paper copy with the appropriate size and at the best possible typographic quality. Therefore, in this case the journal does not elaborate any further editorial process to the printed version that the advertiser has sent. Alternatively, if the original advertisements are sent in the same formal terms required by the articles (please see «Guidelines for the submission of articles for Qüestió»), the journal will proceed to its autoedition. In the same way, if a better quality than the simple reproduction is wanted, the authors should send the photolits of the corresponding original texts or, on the other hand, order to Qüestió their fulfilment, which will be invoiced separately from the rates charged as advertisements.

The advertisements in **colour** need the photolits of the original texts, which can be provided directly by the advertiser or requested by Qüestió to the advertiser charge; in the second case, the advertiser must sent to the journal the originals printed in colour with the best possible quality, so that they can be filmed at the best conditions and guarantees. The cost of the photolits made by Qüestió will always be charged to the advertiser together with the VAT derived from it, plus the prices corresponding to the type of the advertisement that has been chosen.

The set up of texts and figures of the advertisement should provide the maximum intelligibility and clearness, neither squeezing together the information nor using set ups or letter types that are too small. On the other hand the publicity has to be reliable, without fraud and respectful to the persons and institutions. The direction of Qüestió has the right of the last decision concerning the insertion of the advertisement.

The advertiser commits himself to give the texts/materials on request, in order to insert them in the issue(s) of Qüestió that had been previously agreed. The journal is not responsible for any delay from the announcer that could prevent the advertisement from been published in the agreed terms.

Rates:

1 colour page (only one issue):	125.000 PTA + VAT
1 colour page (three consecutive issues):	200.000 PTA + VAT
1 black and white page (only one issue):	30.000 PTA + VAT
1 black and white page (three consecutive issues):	50.000 PTA + VAT
1/2 black and white page (only one issue):	20.000 PTA + VAT
1/2 black and white page (three consecutive issues):	35.000 PTA + VAT

Advertisement sizes (optional):

1 full page (internal space):	19.0 cm. x 12.3 cm.
1 full page (external space):	23.8 cm. x 17.0 cm.
1/2 page (internal space):	9.5 cm. x 12.3 cm.
1/2 page (external space):	11.9 cm. x 17.0 cm.

Payment:

- A bank transfer to account number: 2013-0100-53-0200698577
- A bank cheque to Institut d'Estadística de Catalunya
- Charge on a credit card

The payment should be for the amount shown at the invoice, where it will be shown the total cost of the photolits, in case that Qüestió would be in charge of the filiation of the advertisement. If advertiser need a pro-forma invoice, he should let us know some time in advance so that Qüestió could send it to the proper address.

Mail address:

Mònica M. Jaime
Secretaria de Qüestió
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laietana, 58
08003 Barcelona
Tel: +34-93 412 15 36
Fax: +34-93 412 31 45
E-mail: questio@idescat.es

Butlleta de subscripció a la revista *Qüestió*

Nom i cognoms _____

Empresa/Institució _____

Adreça _____

Codi postal _____ Ciutat _____

Tel. _____ Fax _____ NIF _____

Data _____

Signatura

Desitjo subscriure'm a **Qüestió** per a l'any 2001

Preu de subscripció vigent:

- Estat espanyol: 3.600 Pta/any (21,64 €) (IVA inclòs)
- Estranger: 4.000 Pta/any (24,04 €) (IVA inclòs)

Forma de pagament

- ☐
- Transferència al compte 2013-0100-53-0200698577

- ☐
- Domiciliació bancària al compte número

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- ☐
- Xec nominatiu a l'Institut d'Estadística de Catalunya

- ☐ Gir postal

- En efectiu

Retorneu aquesta butlleta (o una fotocòpia) a:

Qüestió

Institut d'Estadística de Catalunya

Via Laietana, 58

08003 Barcelona

Preu de números solts (actuals i endarrerits):

- Estat espanyol: 1.500 Pta/exemplar (9,02€) (IVA inclòs)
- Estranger: 1.700 Pta/exemplar (10,22€) (IVA inclòs)

Exemplar per a l'entitat bancària

Autorització de domiciliació bancària per al pagament de les subscripcions anuals de la revista **Qüestió**

El sotasignat _____
autoritza el Banc/Caixa _____
Adreça _____
Codi postal _____ Ciutat _____
a abonar les subscripcions a la revista Qüestió amb càrrec al seu compte
número
Data _____
Signatura

Qüestió
Institut d'Estadística de Catalunya
Via Laietana, 58
08003 Barcelona

Novetats editorials en matèria estadística de la Generalitat de Catalunya gener-abril 2001

- **Anuari Estadístic de Catalunya, 1992-2000 CD-ROM**
gener 2001, 3.000 PTA (18,03 €)
ISBN 84-393-5332-4
- **Xifres de Catalunya 2001**
(quadríptic divulgatiu en català, castellà, francès, anglès i alemany)
- **Estadística de població 1996**
Vol. 6 Lloc de naixement i nacionalitat de la població. Dades comarcals i municipals
octubre 2000, 1.500 PTA (9,02 €) 274 pp.,
ISBN 84-393-5264-6
- **Estadística de població 1996.**
Vol. 11 Professions de la població. Dades comarcals i municipals
febrer 2001, 1.250 PTA (7,51 €) 173 pp.,
ISBN 84-393-5360-X
- **Estadística de població 1996.**
Vol. 14 Estructures familiars de la població. Dades comarcals i municipals
febrer 2001, 1.500 PTA (9,02 €) 247 pp.,
ISBN 84-393-5361-8
- **Moviments migratoris 1998**
Dades comarcals i municipals
gener 2001, 1.600 PTA (9,62 €) 184 pp.,
ISBN 84-393-5341-3
- **Planificació i coordinació de l'estadística catalana**
desembre 2000, 1.900 PTA (11,42 €) 350 pp.,
ISBN 84-393-5201-8
- **Estadística de biblioteques 1998**
Característiques bàsiques
febrer 2001, 1.250 PTA (7,51 €) 131 pp.,
ISBN 84-393-5359-6
- **Localització de l'activitat econòmica 1998**
Empreses, professionals, establiments i superfícies
febrer 2001, 1.700 PTA (10,22 €) 365 pp.,
ISBN 84-393-5364-2
- **Anuari Estadístic del Departament de Política Territorial i Obres Públiques 1998 (CD-ROM)**
Departament de Política Territorial i Obres Públiques
Secretaria General
2000, 2.000 PTA (9,02 €) 246 pp.,
ISBN 84-393-5332-4

LLIBRERIES DE LA GENERALITAT

Barcelona

Rambla dels Estudis, 118 (tel. 93 302 64 62)
llibrbcn@correu.cattel.com

Girona

Gran Via de Jaume I, 38 (tel. 972 22 72 67)
llibrgi@ibernet.com

Lleida

Rambla d'Aragó, 43 (tel. 973 28 19 30)
llibrlll@ibernet.com

Madrid

Blanquerna. Llibreria catalana.
Serrano, 1 (tel. 91 431 00 22)
blanquerna@nauta.es

PUNT DE VENDA

Puigcerdà

Plaça del Rec, 5 (tel. 972 88 05 14)

VENDA PER CORREU

Apartat 2800, 08080 Barcelona
eadop@correu.gencat.es
Plaça del Rec, 5 (tel. 972 88 05 14)

Publicacions de la Generalitat. Apartat de correus 2800, 08080 Barcelona	
Nom i cognoms _____	
Empresa / Institució _____	
Professió _____	E-mail _____
Adreça _____	
Població _____	CP _____
NIF / DNI _____	Telèfon _____
Desitjo rebre els volums _____	
☐ Carregueu l'import a la meva targeta de crèdit Signatura	
☐ American Express	☐ 6000
☐ Master Charge	☐ Visa
☐ Contra reemborsament	
Núm. de targeta	_____
Data de caducitat	_____

DOGC