

MaxEnt: una teoria simple de la complexitat

Sr. Jorge Wagensberg
Director científic de la Fundació "la Caixa"

Conferència pronunciada a l'Aula Magna de la Universitat de Barcelona, el dia 20 d'octubre del 2010, amb motiu del Dia Mundial de l'Estadística

Dia Mundial de l'Estadística Catalunya 2010



World Statistics Day
20.10.2010

Aula Magna de la Universitat
de Barcelona
11:00 h

Edita:

Generalitat de Catalunya

Institut d'Estadística de Catalunya

Via Laietana, 58

08003 Barcelona

<http://www.idescat.cat>

1a. edició: Barcelona, desembre del 2010

B-39.951-2010 versió digital



El contingut d'aquesta obra —excepte les imatges— està subjecte a una llicència de Reconeixement-No comercial-Sense obres derivades 3.0 Espanya de Creative Commons.

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/es/deed.ca>

La versió digital inclou els canvis que s'hagin pogut produir després del tancament de l'edició en paper.

<http://idescat.cat/p/pon02>

MaxEnt: una teoria simple de la complexitat

Sr. Jorge Wagensberg

Director científic de la Fundació "la Caixa"

El determinisme de la mecànica newtoniana va molt bé a l'hora d'anticipar coses, però molt malament a l'hora d'explicar què vol dir responsabilitat i, sobretot, què vol dir creativitat. Si un poeta escriu un poema i estava escrit que l'havia d'escriure, llavors tampoc no és massa reconfortant. Però aquesta il·lusió de determinisme científic que l'estadística estava amb l'observació, però no amb la comprensió, es va trencar amb Ludwig Volkmann, amb la física, i des de llavors, amb la física quàntica, les diferents mecàniques estadístiques: mecànica estadística relativista, mecànica estadística quàntica... La ciència, o la física en particular, ha pactat amb l'atzar. L'única manera de continuar junts és negociar amb l'atzar i ja fa anys que la ciència comprèn utilitzant aquesta idea de probabilitat i de molts casos per buscar què tenen aquests casos en comú.

Bé, voldria començar amb dues idees clares sobre què vol dir probabilitat i què vol dir informació. Són dues magnituds importantíssimes que han entrat en el llenguatge de la ciència i que han adquirit un estatus nou, perquè molts dels errors que es fan en estadística i molts dels errors que es fan en la comprensió científica tenen l'arrel en la incomprensió de la idea mateixa de probabilitat. Probabilitat vol dir grau de versemblança d'un esdeveniment i, en realitat, només té sentit abans que aquest esdeveniment succeeixi, en principi. Està acotat, com fem normalment els matemàtics i els físics, entre dos punts: zero, impossibilitat, i un, certesa absoluta. Des del punt de vista de comprendre la realitat, els dos límits són impossibles. És molt difícil trobar un objecte de probabilitat zero o és molt difícil trobar, a la realitat, un objecte de probabilitat un. Dir, per exemple, "d'aquest ou de gavina sortirà una merla" sona com molt impossible, molt a prop de zero, però no zero, perquè si no encara seríem tots bacteris. Hi ha un moment en què hi ha excepcions, en això. I la mateixa cosa respecte de la certesa. Trobar un fet real per dir que això serà cert segur, si tenim en compte la realitat d'aquest món, també és difícil. Fins i tot si dic que demà serà un altre dia, hi haurà un dia que serà l'últim de la vida de la Terra en què això no serà cert. Per tant, només hi pot haver possibilitat zero amb afirmacions lògiques, com dir que una gavina no pot sortir d'un ou que ha posat ella mateixa, però això és una idea lògica.

És a dir, no té sentit parlar d'esdeveniments que ja han succeït, i molts errors

estadístics i molts errors, fins i tot, de científics passen per barrejar esdeveniments que ja han succeït amb esdeveniments que no han succeït. Aquí hi ha aquella idea, aquell acudit de John Paulus que explica que un matemàtic puja a un avió amb una bomba amagada a la maleta i, quan la policia li diu: “Però on va vostè amb una bomba a la maleta? No sap que està prohibit?”, ell respon: “No, és que jo sóc matemàtic i he calculat la probabilitat que en un avió hi hagin dues bombes, i és molt més petita la probabilitat que n’hi hagi una, i per això porto la meva”. Això és un error bàsic, de barrejar dos esdeveniments. La bomba a la maleta és un esdeveniment de probabilitat un, i un multiplicat per qualsevol cosa és qualsevol cosa. Probabilitat és això. Es va construir tota una teoria de la probabilitat que va axiomatitzar Kol Mogorov. Aquesta axiomatització de Kol Mogorov va permetre una construcció gloriosa de moltes disciplines científiques i Volksmann va introduir l’entropia de Volksmann. Vull avançar que el truc de què parlaves. MaxEnt vol dir màxima entropia i, com veurem de seguida, d’aquesta idea estadística surt una teoria nova dintre mateix de la comprensió científica per explicar els diferents complexos.

I què vol dir informació? Durant molts anys informació era una sensació o un estat mental, com de fet va ser la força fins i tot de Newton. Això és quelcom interessant. Cada vegada que una paraula d’ús comú pretén un rigor científic, entra en una tensió molt gran i, quan aconsegueix tornar al diccionari normal, torna enriquida. Clar, energia no és el mateix abans que després de Newton, ni força. Força abans de Newton era: “Si jo tinc una sensació muscular que aguantar un piano i aguantar una ploma no és el mateix”, però no tenia una definició rigorosa. Avui en dia, quan parlem d’energia ja no podem parlar de qualsevol cosa, perquè energia és una magnitud de la mecànica clàssica des del segle XVII. La paraula informació, fins a la Segona Guerra Mundial, era una paraula sense un rigor científic, fins que Claude Shannon i altres van donar diferents versions del que podia ser informació. És curiós perquè està lligat a la idea de probabilitat, el concepte que acabem d’esmentar, però amb una gran diferència. De la mateixa manera que la probabilitat només té sentit abans que un esdeveniment succeeixi, la idea d’informació només té sentit després que l’esdeveniment succeeixi. És tan absurd parlar de probabilitats quan l’esdeveniment ja ha succeït com parlar d’informació quan encara no ha succeït l’esdeveniment. La idea genial de Shannon va ser dir que la probabilitat d’un esdeveniment abans de l’ocurrència està lligada amb la informació que s’obté en contemplar aquest esdeveniment. I la intuïció forta és dir que quan menys probable és abans, més informació tens després i, com sempre, els físics afegim additivitat i afegim la idea que amb això es pugui compondre una magnitud rigorosa.

El teorema de Shannon és esplèndid. És un dels punts més notables alhora de gran bellesa i de gran intel·ligibilitat... és la demostració del seu teorema que diu que la informació que s’obté després de presenciar un esdeveniment que abans

de succeir tenia una probabilitat p és menys el logaritme de p . És a dir, hi ha també la continuïtat. Això és interessantíssim i intuïtiu perquè si diem que demà sortirà el sol, l'emoció és mínima, perquè la probabilitat que surti el sol demà és altíssima. Si diem que Espanya envairà Andorra estarem commocionats per la informació perquè és molt poc probable, però hi ha continuïtat, perquè si diem que és Andorra la que envairà Espanya, la informació és encara més gran. D'aquí surt la idea d'un conjunt d'estats possibles, que això ja és molt físic i molt general. És el que se'n diu una font d'informació. Una font d'informació són diferents esdeveniments de manera que cada esdeveniment té una certa probabilitat. Aquí neix... Aquí és on Volkmann amb la física i Shannon amb la teoria de la informació van construir la magnitud d'entropia. L'entropia és una magnitud que depèn de la col·lecció de probabilitats ben nascudes que hi ha, en el cas de Volkmann, en un sistema aïllat termodinàmic i, en el cas de Shannon, en el cas de qualsevol font d'informació.

Però atenció, perquè aquí arribem a la primera llei fonamental de la natura. Avançaré que tinc la impressió, últimament, i de fet acabo de publicar un llibre sobre aquesta idea, que a l'arrel de qualsevol cosa fonamental hi ha una trivialitat. És a dir, hi ha dos sentits de la paraula trivialitat. Trivialitat és quan una proposició no necessita sortir d'ella mateixa, no necessita observar la realitat per garantir la seva veritat; i un altre sentit de trivialitat en tots els idiomes és que és intranscendent, que no té importància. És gairebé un insult, en ciència, dir que una cosa és trivial; et tanquen la boca [...] no diguis trivialitats. Estem entrant en un moment de reconèixer que trivialitat, en ciència, no només no és un insult, sinó que les coses més fortes, més sòlides, arrenquen, comencen, amb una proposició trivial. obro un petit parèntesi per intentar convèncer sobre aquest punt. La física clàssica comença amb la primera llei de Newton. La primera llei de Newton ve d'un conatus de Descartes que, en una frase diu: "Un cos conserva el seu estat de moviment si no hi ha una causa que el canviï". Això és una trivialitat blindada, perquè és com dir que demà plourà o no. És a dir, cobreix totes les probabilitats. Un cos es mantindrà en el seu estat de moviment si no hi ha una causa que el canviï. D'aquí surt la llei de Newton de la inèrcia, la primera llei de Newton, però la diferència està en el fet que la causa té nom, la causa és una magnitud científica: és la força, i la força sí que mira la realitat. És a dir, hi ha una estructura trivial molt forta que dona solidesa a la construcció intel·lectual de tot un esquema conceptual, però es trenca la trivialitat en el moment que fem la definició d'una magnitud que es pot observar a la natura.

N'hi ha més... no sé si aquí hi ha biòlegs, però Darwin ha estat acusat molts anys de dir que la selecció natural també és una trivialitat. Els contraris a la teoria de l'evolució. Per què? Home, perquè en el fons és com dir que un ésser viu que no existeix és perquè ha desaparegut. Clar, això és una trivialitat. El que veiem és perquè s'ha conservat, i si s'ha conservat és perquè ha suportat la selecció

natural. Però falta explicar què vol dir adaptació. Farem alguna menció sobre això. I d'aquí surt una de les teories més sòlides, com és la teoria darwiniana. En economia... aquí ja m'arrisco una mica més, però l'altre dia estava mirant... ho dic perquè aquí hi ha economistes... estava mirant la llei de l'oferta i la demanda i també em va sonar a una gran trivialitat, a una trivialitat circular, perquè la llei de l'oferta i la demanda, que va començar amb Marshall i tots aquests grans economistes, diu que, en un mercat perfecte, la llei de l'oferta i la demanda regula el preu. Total, que només poden passar dues coses: o el mercat és perfecte i anem bé, i es compleix la llei de l'oferta i la demanda, o no es compleix la llei de l'oferta i la demanda i no anem bé. Llavors hem de buscar quina causa (monopolis o especulacions) està afectant el mercat. No hi ha excepcions.

Però la que ens toca avui aquí és el segon principi de la termodinàmica, que és una llei estadística. Les lleis estadístiques es treuen de sobre la idea de l'excepció, perquè com sabeu, no hi ha res més absurd, en física, que dir que l'excepció confirma la regla. Una sola excepció acaba per sempre amb la regla i hem de buscar la nova llei. Això probablement ve del dret, que diu que l'excepció confirma la regla nova; què has de fer per assumir aquesta excepció. Però la segona llei de la termodinàmica diu que en un sistema aïllat... aïllat vol dir que és un sistema ideal; aïllat en física vol dir que és un sistema que té un dintre i un fora, i que el fora no pot influir en el dintre i que el dintre no pot influir en el fora. Si està totalment aïllat, llavors la segona llei de la termodinàmica, que és una de les lleis més fortes i segures, empíriques, que no té cap excepció, ni tan sols es pot imaginar una percepció per [...], per posar-la en dubte... és que en un sistema aïllat, l'entropia de Volkmann augmentarà el desordre; succeirà tot el que ha de succeir fins que ja no pugui succeir res més, i l'estat final és un estat que anomenem equilibri termodinàmic. En el procés de sortir de qualsevol estat i arribar a l'equilibri termodinàmic, l'entropia necessàriament augmenta. Això, en principi, des del punt de vista macroscòpic, és una llei empírica de la qual en surten coses molt intuïtives com ara que si tinc un cos calent i un cos fred, els posem en contacte per conducció i el fred s'escalfa, agafant calor del calent, però mai al revés. No podem refredar el fred a costa de treure calor del fred, encara que es conservi l'energia. És a dir, és una llei fortíssima i monolítica.

Hi ha alguna trivialitat aquí al darrere? Doncs també, i gràcies a Volkmann i gràcies a l'entropia de Volkmann. I és que l'estat d'equilibri és una visió macroscòpica que és compatible amb trilions... no, m'he equivocat... amb quadrilions de configuracions microscòpiques possibles. És a dir, hi ha quadrilions de configuracions (microscòpiques vol dir amb les seves partícules i les seves velocitats i les seves posicions) que macroscòpicament, de lluny, es veuen de la mateixa manera, que és l'estat d'equilibri. Clar, aquí hi ha una evidència molt forta, i és que passar d'un estat macroscòpic a un altre vol dir passar d'un estat menys probable a un estat més probable, i l'estat és més probable com més configu-

racions microscòpiques el suportin. Per posar un exemple... per cert, a Cosmo-Caixa vam inventar un experiment amb mil pilotes de ping-pong que il·lustren aquesta idea. Si imagineu que totes les molècules d'aire que hi ha en aquesta habitació s'acumulen en una cantonada, les acumulem en una cantonada i les deixem anar, no passa ni un picosegon fins que arribem a l'estat d'equilibri. Però ni el físic més optimista de la història de la física espera que, espontàniament, les molècules tornin a la cantonada, perquè les molècules a la cantonada és una configuració entre quadrilions. És possible, però per guanyar aquesta loteria es necessitarien trilions d'edat de l'Univers perquè això succeeixi durant un instant.

Per tant, no per ser impossible, però sí altíssimament improbable, això deixa de ser una trivialitat molt gran. És a dir, al darrere de la segona llei de la termodinàmica hi ha una trivialitat molt forta que ens garanteix aquesta idea. I amb aquesta idea es construeix tota la termodinàmica de l'equilibri: la termodinàmica de les màquines... en fi, tota la revolució industrial està basada en aquestes idees.

Doncs bé, d'una banda, tenim l'entropia de Volkmann per estats termodinàmics i, d'altra banda, tenim l'entropia de Shannon per a qualsevol esdeveniment. L'única diferència és que Volkmann es refereix a sistemes termodinàmics i, per tant, la probabilitat és la probabilitat de les molècules, d'aquest quadrilió de molècules, i en el cas de Shannon és qualsevol cosa. Una font d'informació és una col·lecció de probabilitats. Per exemple, l'idioma que estic parlant. Ara estic parlant en català; cada paraula és un estat possible del català. En català hi ha 85.000 paraules, més o menys com n'hi ha en castellà, o n'hi ha en alemany. Alguna tribu primitiva en té menys. No sé si hi ha algun lingüista a la sala, però està de moda... no és políticament correcte dir que hi ha idiomes de diferent complexitat, però bueno, aquí, sobre això, jo diria que intentis traduir *Sein und Zeit* de Heidegger al ianomami; tindríem problemes, però també és veritat que, amb l'alemany actual, en anar a la selva o al Pol Nord tindríem problemes de llenguatge, perquè no està adaptat a les converses que poden sorgir espontàniament. Cada llenguatge, per exemple, té una entropia; una màquina feta de parts té una entropia. Llavors la idea és que si la segona llei de la termodinàmica amb l'entropia de Volkmann, que és una estadística de les situacions que es poden presentar, té una llei molt forta que ens permet anticipar i predir tots els estats termodinàmics possibles, la pregunta és la següent: no serà que podem fer la mateixa cosa amb l'entropia de qualsevol cosa, com és l'entropia de Shannon? Perquè si això és veritat, podem fer una teoria de la [...] senzilla, simple. La resposta és sí, i és un cas en el qual l'estadística ens aporta nou coneixement de sistemes que, en principi, semblava que no tenien una llei natural per regular els seus canvis, els seus moviments.

Comencem per la lingüística. Fa uns dies va morir Benoît Mandelbrot, i Benoît Mandelbrot és un d'aquests matemàtics que amb menys de vint anys ja es va interessar per l'entropia de Shannon, i Shannon tenia el repte... va dir que hi ha una regla lingüística que no es pot demostrar; és una llei lingüística, una regla

intuïtiva, i és que en qualsevol idioma les paraules llargues es confien a aquests conceptes que són molt poc probables. Hi hauria alguna manera de demostrar aquesta llei lingüística, que és un sistema complex, que és la llei de Zipf. Com podem demostrar les lleis de la mecànica o les lleis de la química? Bé, Mandelbrot, en la seva tesi doctoral de l'any 51, va demostrar la llei de Zipf. Imagineu que és molt sòlida, aquesta llei, perquè si agafem una paraula llarga com anticonstitucionalment, la podem fer llarga, perquè rarament pronunciem anticonstitucionalment durant l'esmorzar, per exemple; és una paraula poc probable. En canvi, les preposicions són molt probables i són d'una lletra o dues: a, ante, bajo, cabe, yo, tu, si, no. Imagineu la catàstrofe que seria substituir... la violència contra la llei de Zipf, que en un idioma, a partir d'ara, en comptes de dir jo, diré anticonstitucionalment. Anticonstitucionalment té fred, anticonstitucionalment té gana... En fi, és una llei que ens costaria econòmicament molt; és a dir, ens faria gastar molta saliva, molta tinta, molt paper. És a dir, és una llei claríssima de la lingüística. La lingüística, encara que sigui una disciplina molt complexa, té lleis, i té lleis estadístiques perquè té un conjunt de paraules que es poden combinar. Bé, la llei de Zipf resulta que es pot obtenir amb el MaxEnt. Què és MaxEnt? MaxEnt, és a dir, que si a l'entropia de Volkmann en termodinàmica, els estats possibles els puc anticipar maximitzant l'entropia de Volkmann amb les condicions de tancament, d'aïllament del sistema... hipòtesis de treball, com fem els físics, sigui amb l'entropia de Shannon i encara que el sistema no sigui termodinàmic... per exemple, un sistema, un diccionari: jo puc buscar quin és l'estat més probable d'un sistema maximitzant no l'entropia de Volkmann, però sí l'entropia de Shannon, i no les condicions d'aïllament, sinó les condicions de tancament. Si agafem la probabilitat que una paraula tingui un pes amb una longitud, amb uns fonemes, per exemple... Totes les proposicions tenen un o dos fonemes: jo, tu, etc. i imposem una condició econòmica, i és que tenim una tinta finita per gastar o tenim una saliva finita per gastar, maximitzem l'entropia de Shannon i, miracle, surt la llei de Zipf. Això ja és un primer plaer i un goig intel·lectual. Quan un científic aconsegueix una cosa com aquesta, normalment cau de genolls i plora de goig intel·lectual i científic, perquè el que ha fet és demostrar una llei general partint d'uns quants casos particulars.

Hi ha la segona llei de Newton, que té només quatre lletres: força igual a massa per acceleració. Perquè fa plorar d'emoció als físics? Els físics que l'entenen? Perquè quatre lletres representen infinits casos: una papallona saltant d'una flor a una altra, una carambola de billar, la Terra entorn del Sol, el sistema planetari dintre de la galàxia... Tot això es pot reduir a quatre lletres. Clar, aquí algun filòsof... no sé si hi ha algun filòsof a la sala, ens podria acusar de reduccionistes: això és reduccionisme! Però com diu Stephen Weiner, premi Nobel de física, molt amic nostre, si això és reduccionisme, si us plau, tres hures al reduccionisme, perquè amb aquest tipus de reduccionisme és quan podem anticipar la realitat. Reduccionisme en el sentit pejoratiu seria reduir més enllà de l'essència de les

coses. Això sí que seria pejoratiu.

A partir d'aquí, aplicant el MaxEnt... El MaxEnt és una teoria que dóna molta esperança per poder descriure la complexitat, per buscar lleis fonamentals en la complexitat, perquè informació és tant un sistema, un llenguatge... Per cert, el català i el castellà compleixen la llei de Zipf perfectament; l'alemany no tant, l'alemany s'escapa perquè es poden unir paraules, però que tothom entén. Llavors, per fer filosofia, és millor l'alemany, perquè pots inventar una paraula que tothom entén de seguida. Per això és impossible traduir *Sein und Zeit* de Heidegger, no al ianomami, sinó a qualsevol altre idioma. En canvi, són unes paraules... En alemany hi ha una paraula de cent cinquanta-i-pico lletres, és a dir, que has d'agafar aire per dir la paraula. L'alemany ja no és una llengua científica; el llatí tampoc no ho complia. És a dir, que és una llei gairebé d'adaptació que, si no es compleix, o et reajustes per selecció natural, cultural o l'idioma té problemes. Per tant, és un coneixement nítidament rellevant.

Altres idees de com el MaxEnt pot resoldre o pot aportar coneixement i comprensió. Tots teniu la impressió que hi ha més bacteris que ratolins, més ratolins que cavalls i més cavalls que balenes. És a dir, quant més gran és un individu biològicament, menys probable és trobar-lo a la realitat d'aquest món. Una idea que no estava clara era el perquè d'aquesta llei: com podem demostrar aquesta llei? Doncs és la llei de Zipf, és la mateixa llei del llenguatge, però aplicada als animals. En aquest cas, el lligam és que l'energia disponible en un lloc està limitada, com la tinta, com la saliva. Si tenim un lloc amb una radiació determinada, no hi ha més energia que la que toca. Per això, aquest és el lligam per maximitzar l'entropia, i surt d'una llei que és la mateixa llei de Zipf, però referida als animals.

Hi ha hagut... ara que parlàvem del Mandelbrot... En aquest moment hi ha uns quatre-cents llibres que presumeixen que la natura és fractal, que la geometria fractal descriu millor la natura que la geometria euclidiana. Aquí també tenim un problema de complexitat, perquè la pregunta és: i per què això és així? Per què? Perquè la fractalitat, que és un sistema d'autosimilitud, és més freqüent a la natura? Aquí podríem posar un problema als arquitectes: com és possible que, a l'arquitectura cultural gairebé tot són línies rectes, i en canvi a l'arquitectura natural no hi ha ni una línia recta? Això no vol dir res en contra de Bauhaus i de Mies van der Rohe però, com explico en aquest article, Mandelbrot va dir, quan va venir a Barcelona... va veure... va voler veure el pavelló de Mies van der Rohe, va veure Gaudí i, amb llàgrimes als ulls, va dir: "Mies van der Rohe zero, Gaudí un", des del punt de vista de la fractalitat d'aquest món. Però com es pot explicar? Ni tan sols Mandelbrot, en la seva obra, explicava per què la fractalitat era tan freqüent en aquest món. Per intentar provocar un goig intel·lectual aquí a la sala, diré que, si imagineu un ametller sense fulles, sense fruits i sense... només branques, això és un cas d'autosimilitud fractal, perquè l'angle de les branques primàries amb el tronc és el mateix que el de les secundàries amb les primàries

i es pot iterar fins a set o vuit vegades; hi ha falgueres que fins a divuit vegades, es repeteix. Agafes una falguera, en trenques un trosset, l'amplies, i da el pego; sembla una falguera normal, i això ho pots fer fins a divuit vegades. El que passa és que l'ametller no és només fractal respecte de les branques; també respecte de les arrels. I no és l'ametller l'únic arbre que és fractal, sinó que ho són tots els arbres, i no és que ho siguin només tots els arbres, sinó que ho són totes les plantes: és bastant fort, això que totes les plantes segueixen l'autosimilitud fractal. Per què? Una cosa és constatar amb l'observació i l'altra és intentar explicar això des del punt de vista de la teoria.

Aquí hi ha algú que podria haver dit: i els animals? Els animals sembla que no són fractals, perquè si jo fos fractal, de cada dit em sortiria una maneta amb cinc dits, ditets, i de cada ditet em sortiria una altra maneta amb cinc ditets més petits, i al final tindria unes mans que... a part de tenir un tacte hipersensible, la veritat és que... Sembla que totes les plantes són fractals i que els animals no ho són. Però sempre que hi ha una contradicció entre la raó i el que veus, la culpa la té la pregunta aquesta mal posada, perquè totes les plantes són fractals per fora, que és la manera d'intimar i buscar cada punt de l'aire per intercanviar matèria, energia i informació, i tots els animals ho són per dintre. És a dir, si mireu el sistema circulatori o el sistema nerviós, és un ametller, és a dir, es van bifurcant amb diferents iteracions contínuament. És a dir, la natura és fractal en tots els aspectes. Tornem a la pregunta: per què tants fractals a la natura? Atenció perquè aquí sí que arribem a un moment important de la xerrada. Agafem l'entropia de Shannon, la maximitzem amb un lligam, en el cas del sistema circulatori, que a través de les artèries, les venes, els capil·lars, etc. la sang és constant; és a dir, si la sang arriba a una bifurcació, no s'acumula a la bifurcació, sinó que la suma del que surt és igual a la suma del que entra; llavors surt la dimensió fractal. Quan vam veure això vam tenir un goig realment... pràcticament insuperable. És a dir, la fractalitat s'explica per aquesta mena... per una llei estadística de maximitzar l'entropia de Shannon.

I encara diré una altra idea que també té a veure amb aquesta estadística, amb l'estadística dels fractals. És un misteri que va trigar més de cent anys a trobar una solució. És increïble, però quan un nou esquema conceptual té valor i té èxit, no serveix només per explicar tot el que no havíem explicat fins ara, sinó que sembla que és una eina per resoldre problemes nous. Aquesta és la idea d'una bona teoria científica. Hi havia un misteri, i és que si tenim una màquina tèrmica que, en el seu interior, genera calor en tots els punts de l'interior, com que aquesta calor ha de sortir a través d'una superfície, la relació entre la producció a dintre i la dissipació ha de ser una potència dels dos terços, perquè es produeix un volum i surt a través d'una superfície. En canvi, fa cent anys que veiem que els animals no complien aquesta llei. És a dir, un animal també és una màquina que produeix calor a dins i surt a través de la seva superfície, però resulta que,

en comptes dels dos terços, sortien quatre terços, sistemàticament quatre terços. Hi havia una llei, però la llei era una altra. Les especulacions van ser terribles: què passa, que els éssers vius no són màquines? Deu ser l'ànima la que fa la diferència? Tenen una física diferent? Un segle fent discussions i experiments, alguns d'ells absurds. Per exemple, es va fer un experiment amb un elefant i un LSD per mirar les escales: si un home amb tal dosi d'LSD ja fa un viatge important, fem una regla de tres per veure quant necessita un elefant. Un ésser humà pesa vuitanta quilos, els que tenen sort, i un elefant pesa cinc tones. Van fer un experiment i el pobre elefant va aixecar la trompa i va caure mort, perquè la llei no era una llei lineal, sinó una llei que ha de tenir en compte el volum i la superfície.

Doncs bé, l'any 1996, em sembla que va ser, un científic de Santa Fe, amb un científic de la Universitat de Los Angeles; un era físic i l'altre biòleg; una idea més que la promiscuïtat científica és interessant... És important la conversa entre persones que ignoren coses diferents. Per això és tan important la interdisciplinarietat, en el bon sentit de la paraula... Van definir, van canviar d'hipòtesi, i van dir que un ésser viu no és com un forn. En un forn tots els punts de l'interior produeixen calor, però en un ésser viu no. En un ésser viu es produeix molta més calor, per fricció, per viscositat de la sang en el sistema circulatori, que a la resta del cos. Per tant, si canviem d'hipòtesi i diem que hi ha una xarxa d'estructura no definida que produeix més calor que la resta de l'interior, van sortir els quatre terços, i va ser portada de la revista *Science* i una meravella més del MaxEnt i de la maximització de l'entropia.

Per acabar, el MaxEnt s'aplica només a sistemes aïllats o tancats, però un ésser viu, de fet, és un ésser que està en comunicació amb l'exterior. No hi ha cap ésser viu que estigui aïllat en el sentit termodinàmic de la paraula. És la diferència que hi ha entre una sardina viva, nedant pel mar, i una sardina en llauna. La sardina en llauna és l'equilibri termodinàmic: tots els punts de la sardina en llauna tenen la mateixa temperatura, no hi ha gradients ni fluxos. Una sardina viva està intercanviant contínuament amb l'exterior. La generalització d'aquesta idea ens porta a una equació que ara no tenim temps de mostrar aquí (de moment m'haureu de creure, però la bibliografia està aquí per cercar-la), i és la següent: si tenim un sistema, podem fer la partició que fan els físics, sigui el conjunt de tot el que és, que és l'univers, el dividim en dues parts: el sistema que m'interessa i la resta de l'univers. Doncs podem definir la següent equació, entre l'interior i l'exterior. La complexitat d'un sistema, més la seva capacitat d'anticipar la incertesa del seu entorn, és igual a la incertesa del seu entorn més la capacitat d'impacte que té el sistema en el seu entorn. Repeteixo: la complexitat d'un sistema... hi ha sistemes molt complexos, com per exemple l'aeroport del Prat, i hi ha sistemes molt senzills com un cuc de terra, que només sap que per aquí hi ha més humitat, per aquí menys, per aquí hi ha més llum i per aquí menys. La complexitat és la varietat i nombre d'estats accessibles possibles. Respecte de l'entorn, tenim la mateixa

idea, però d'una manera una mica antropocèntrica. En comptes d'anomenar això la complexitat de l'entorn, l'anomenem la incertesa de l'entorn. No és el mateix la incertesa que hi ha a deu mil metres de profunditat en el mar, que la temperatura no canvia ni una centèsima tot l'any, tot el menjar cau del cel i la foscor és total, que el que passa a la superfície del mar. El més cert d'aquest món és que el món és incert. Per tant, podem fer una teoria de com un sistema pot perseverar en la realitat d'aquest món. Aquí tenim una altra trivialitat universal, que seria que qualsevol individualitat tendeix a preservar la seva identitat. D'aquí surt una comprensió de la realitat que es pot aplicar a la matèria inerta, a la matèria viva i a la matèria culta. El gran problema és: si la incertesa augmenta, quines alternatives tinc jo per continuar viu? I hem de dir que la definició d'un ésser viu és la d'un ésser que té una il·lusió, que és continuar viu.

Això que he esmentat no és una equació matemàtica, sinó que és una identitat matemàtica. La diferència entre una equació i una identitat és que l'equació és veritat per un valor de les variables i la identitat és molt més forta, perquè servirà per a qualsevol valor de les variables. Aquesta idea és que si qualsevol sistema: un individu, una ciutat, un país, la Terra sencera, una empresa, una organització, etc., resulta que el seu entorn augmenta la seva incertesa... (aquí podríem parlar de la crisi econòmica, per exemple. La crisi econòmica, per a l'Einstein no seria una mala notícia, sinó que és per això que progressem, per les crisis, sinó seríem bacteris. La crisi és la manera que té la incertesa d'avisar que hem de canviar de model. El que seria absurd seria no canviar de model, com alguns economistes fan. Volen tornar al que hi havia abans quan la realitat ha dit que no. Però bàsicament això vol dir que si la incertesa augmenta, tinc diferents possibilitats. Una és augmentar la meua complexitat, és a dir, sortir del cuc i anar cap a l'aeroport del Prat; o millorar la meua anticipació, que això és la intel·ligència, això és el sistema immunitari: és tot allò que pot aprendre amb allò que succeeix. Reduint l'impacte sobre l'ambient, reduint l'efecte que jo puc fer sobre l'ambient, o la tecnologia, que és una altra alternativa. La tecnologia què vol dir? Que si el meu entorn és massa incert, jo puc canviar l'entorn, amb l'arquitectura i l'enginyeria, o puc canviar d'entorn, que és la mobilitat. Dins d'aquesta equació hi ha totes les solucions disponibles que, com veieu, ja no és com la física clàssica, que només hi ha una solució predeterminada, sinó que hi ha moltes solucions possibles. Aquesta idea de l'estadística aplicada a sistemes complexos crec que ens pot ajudar a comprendre moltíssim la realitat.

Només per acabar, seria molt fàcil explicar què és una nova idea de progrés basat en aquesta idea. Progressar no és només créixer, perquè si no els bacteris serien molt més progressius que els éssers humans o les rates. Violenta la nostra intuïció. Progressar tampoc no és la complexitat del nostre ADN o de la nostra identitat. En principi sembla que sí, perquè un retrovirus és com la informació d'un manual d'instruccions; una ameba seria com una biblioteca domèstica; un

cuc molt senzill seria com tota la biblioteca de la Universitat de Barcelona i un ésser humà seria com tots els llibres mai publicats a la Terra. Fins aquí va bé, però en el moment en què trobem que una ceba és més complexa que un ésser humà ja no ho podem suportar; hem de canviar de definició. Però una bona idea de progrés relacionat amb la teoria que hem explicat avui és un concepte nou, un concepte basat en l'estadística i basat en la idea del MaxEnt, i basat en la idea del nou sentit de la informació. Progressar és passar d'un estat A a un estat B, i que en l'estat B som més independents de la incertesa de l'entorn del que érem a l'estat A. Cal mirar només l'evolució de la humanitat per veure això; l'*australopithecus afarensis* es posa de peus i, en alliberar les mans, de sobte pot fer desenvolupar el cervell. Heu de pensar que un dofí, encara que és més intel·ligent que un gos, té una gran barrera evolutiva, i és que encara que tingui una gran idea, amb aquelles mans no la pot passar a la pràctica. Les mans són la manera de passar de la teoria a la pràctica, i aquesta independència es crea quan l'*australopithecus* es transforma en bípede. L'*homo habilis* amb les eines és una extrapolació somàtica de la mà; l'*homo erectus* amb el foc, que ja és la primera revolució industrial, l'autèntica. Després arribem a l'agricultura i a l'economia: els diners són un element progressiu, perquè s'independitza de l'economia de *trueque*, com es diu? Troca, en català... Com es diu economia de *trueque*... Troca. Clar, perquè si tens un... si el senyor Morilles té un conill i jo tinc un tomàquet, i no hem arribat als diners, la probabilitat que fem negocis és molt difícil, perquè a ell li ha d'interessar el meu tomàquet i a mi m'ha d'interessar el seu conill. Tenim una dependència mútua. Els diners són una idea fantàstica: té, vint duros i compra't el que vulguis. Aquesta idea s'estén amb la tarja de crèdit. La tarja de crèdit, en principi, és una manera per si no arribes a final de mes, t'independitza de la incertesa del teu entorn. Però fixeu-vos fins a quin punt això ens permet fer una anàlisi de la nostra vida. Els diners ja no són un regulador que ens dóna independència, sinó que ara ja no és com abans, com al principi de l'economia, que teníem una matèria prima i els diners eren la manera d'aconseguir una altra matèria prima que no tenim amb la matèria prima que sí que tenim, sinó que ara, el que tenim són uns diners i utilitzem la matèria prima per tenir una altra quantitat de diners; més, per descomptat.

Aquí s'ha donat la volta i podem fer una reflexió també sobre la nostra economia. En fi, com veieu, l'estadística no serveix només per organitzar l'observació, que també és molt important, sinó que també serveix per comprendre qualsevol disciplina i, en especial, és l'esperança per comprendre sistemes complexos. Per tant, acabaré dient: llarga vida a l'estadística! Gràcies.